

# Versuch M09

## Analysenwaage

12. März 2020

### I Lernziele

Konstruktion der Analysenwaage, Hebelgesetz

Bestimmung der Massen und der Empfindlichkeit der Waage

Feinwägung, Doppelwägung, Luftauftriebskorrektur

### II Physikalische Grundlagen

#### II.1 Wägen und Balkenwaage

Es gibt Hinweise, dass die Menschen schon vor bereits fast 10 000 Jahren **wägen** (die Massen von Gegenständen bestimmen) konnten. Eine recht genaue Darstellung einer gleicharmigen Balkenwaage ist zum Beispiel auf einer der ägyptischen Pyramiden von Gizeh (ca. 3000 v. Chr.) zu sehen.

MESSEN heisst VERGLEICHEN.

Das internationale **Massenormal** war seit 1889 der Platin-Iridium-Zylinder, der im **Pavillon de Breteuil à Sèvres** in der Nähe von Paris aufbewahrt war.

Das war ein Kilogramm-Etalon, LE GRAND K.

Interessant, dass, während die Etalonen der Zeit und der Länge im Laufe der Zeit und mit dem Fortschritt der Physik mehrmals verbessert wurden, hat nur LE GRAND K erstaunlich lange gehalten und eine besonders große Arbeit geleistet.

Erst ab Mai 2018 wird ein Kilogramm aus **Plankischer Konstante** definiert, die Energie einer Funkwelle mit ihrer Frequenz in Beziehung setzt.

Im November 2018 hat der amerikanische Physiker PATRICK ABBOLT nach der Abstimmung mit internationalen Kollegen LE GRAND K in Ruhe gesetzt.

Die **Genauigkeit** des LE GRAND K war sehr hoch und lag bei

$$\frac{\Delta m}{m} = 10^{-9}$$

Das ist eine sehr große Leistung!

Zu der Gruppe der mechanischen Feinwaagen zählen auch die **Balkenwaagen**, die es in Ausführungen für Höchstlasten von ca. 0,1 g bis ca. 200 g gibt, bei relativen Ablesbarkeiten

$$\text{von } \frac{\Delta m}{m} = \text{ca. } 10^{-5} \text{ bis ca. } 10^{-6}$$

Auch das ist für eine mechanische Waage eine höhere Leistung.

Eine Balkenwaage ist im Prinzip ein **Hebel** und dient dem genauen Massenvergleich unter Ausnutzung des **Hebelgesetzes** [1,2]:

Der Hebel befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Summen der Drehmomente links und rechts von der Drehachse gleich sind:

$$F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2 + \dots + F_n \cdot l_n = F'_1 \cdot l'_1 + F'_2 \cdot l'_2 + \dots + F'_k \cdot l'_k \quad (1)$$

wobei  $F$  die Kraft und  $l$  den Hebelarm bedeuten.

Zu den Balkenwaagen gehört auch die feine **Analysenwaage**, mit der wir in diesem Versuch arbeiten werden. Sie können sie auf der Abb.1 sehen.

## II.2 Analysenwaage

Unsere Analysenwaage (Abb.1) ist eine gleicharmige Balkenwaage.

Zum Schutz vom Staub und Luftzug befindet sie sich in einem **Glasehäuse**.

Der wichtigste Teil ist hier der starre **Waagebalken**.

Er setzt sich zusammen aus dem leichten und durchbiegungsfesten **Gitterbalken 1** (Abb.1) aus einer hochfesten Aluminiumlegierung, in den die gehärteten **Stahlschneiden 2, 3, 4** fest eingesetzt sind, sowie aus dem **Zeiger 5** und dem fest mit dem Balken verbundenen **Reiterlineal 6**.

Auf dem Reiterlineal kann ein 10 mg schwerer **Reiter** (Drahtbügel) **7** als Laufgewicht zum Feinabgleich mit Hilfe eines speziellen **Manipulators** abgelegt werden.

Die **Mittelschneide 2** liegt auf dem polierten **Achatplättchen 8** der **Säule** der Waage auf, während die entsprechenden Plättchen **9** und **10** auf den

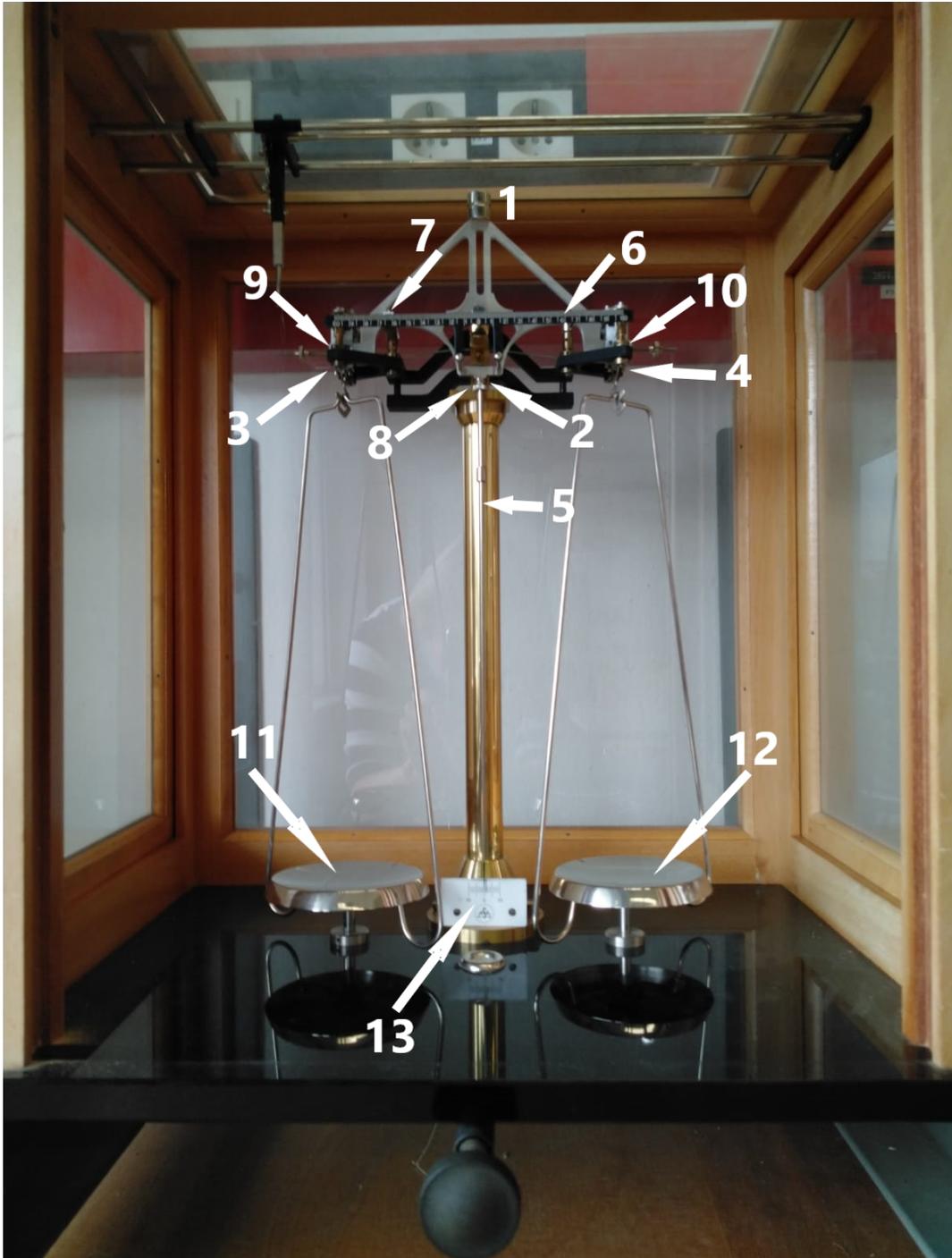


Abbildung 1: Analysenwaage in unserem Labor.

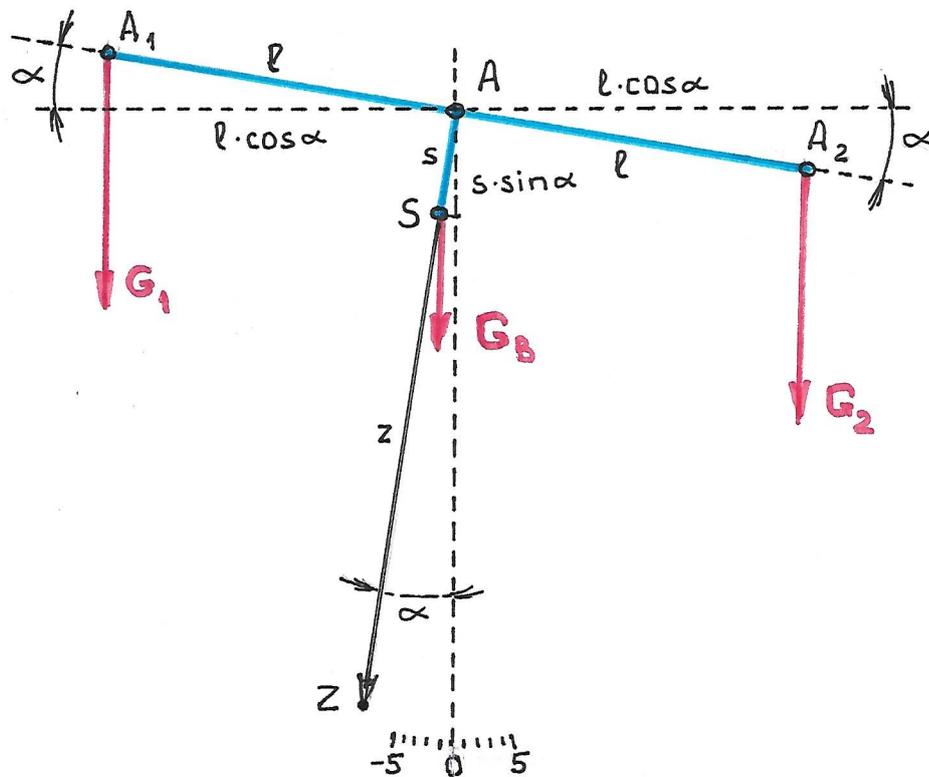


Abbildung 2: Balkenwaage als 3-Armige Hebel.

Seitenschneiden **3** und **4** des Waagebalkens liegen und die **Waagschalen 11** und **12** mit dem Wägegut und den Gewichten tragen.  
 Das Zeigerende schwingt vor einer **Skala 13** mit gleichmäßiger Strichteilung  $\eta$  (Eta).

Die Analysenwaage ist ein ganz feines mechanisches Messgerät, das im Laufe der Jahrhunders immer weiter perfektioniert wurde.

Diese Waage ist ein **dreiarmiger Hebel**.

Auch der Zeiger bis zum Schwerpunkt des Waagebalkens bildet einen Hebelarm.

Die Abb.2 stellt die uns Balkenwaage als dreiarmiger Hebel da.

Die drei **Hebelarme** des Waagebalkens sind:

$\overline{A_1A}$ : linker Hebelarm der Länge  $l$

$\overline{AA_2}$ : rechter Hebelarm der Länge  $l$

$\overline{AS}$ : Hebelarm der Länge  $s$ , das ist der Abstand des **Schwerpunktes S** (das ist der Massenmittelpunkt des kompletten Waagebalkens, d.h. inklusive aller mit ihm starr verbundenen Teile) vom **Drehpunkt A**

weiter bedeuten:

$\overline{AZ}$ : Länge des Zeigers  $z$   
 $\alpha$ : Drehwinkel des Waagebalkens

$G_1, G_B, G_2$  sind die Gewichtskräfte:  
der Masse  $m_1$  der linken Waageschale (und auch des Wägegutes, der drauf steht),  
der Masse  $m_B$  des Waagebalkens,  
der Masse  $m_2$  der rechten Waageschale (und auch der Massenstücke des Gewichtssatzes, die drauf liegen).  
(obwohl richtiger wäre ihn eigentlich **Massensatz** zu nennen).

Wenn die Waage sich im Gleichgewicht befindet, wird nach dem Hebelgesetz (1) die Summe der linksdrehenden Drehmomente gleich der Summe der rechtsdrehenden Drehmomente sein:

$$m_1 \cdot g \cdot l \cdot \cos \alpha + m_B \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha = m_2 \cdot g \cdot l \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

wobei  $g$  die Erdbeschleunigung bedeutet.

Praktisch ist beim Wägen zunächst immer  $\alpha \neq 0$ , d.h.  $m_1 \neq m_2$ .  
Sei  $m_2 = m_1 + \Delta m$ , dann gilt für den Ausschlag  $\alpha$ :

$$\tan \alpha = \frac{l}{m_B \cdot s} \cdot \Delta m \quad (3)$$

und für kleine Winkel  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{l}{m_B \cdot s} \Delta m = \frac{n}{z \cdot \eta}, \quad (4)$$

wobei  $n$  die Anzahl der Skalenstriche des Zeigerausschlages bedeutet.

Die **Empfindlichkeit**  $\epsilon$  (Epsilon) der Waage wird üblicherweise in Skalenteilen pro Milligramm angegeben und berechnet sich nach:

$$\epsilon = \frac{n}{\Delta m} = \frac{l}{m_B s} \cdot z \cdot \eta \quad (5)$$

## II.3 Messen mit der Analysenwaage

Die Analysenwaage ist ein sehr genaues und empfindliches Messgerät, das äußerst sorgfältig behandelt werden soll !

- Die Waage soll nur während der Dauer der Ablesung **entarretiert** (entsperrt) sein.  
**Arretierungsgriff** befindet sich unten in der Mitte.  
Nach Ablesung der schwingenden Waage soll sanft **während des Nulldurchganges** wieder arretiert werden.
- Das Arretieren und Entarretieren muss **sehr vorsichtig** geschehen, um die Lager der Waage nicht zu beschädigen.
- **Das Auflegen von Körpern und Gewichtsstücken darf nur im arretierten Zustand erfolgen!**
- Die Waage darf nur dann **vollständig** entarretiert werden, wenn auf beiden Waagschalen nahezu die gleiche Masse aufliegt.
- Die Gewichtstücke sowie das Messobjekt dürfen nur mit den dafür bestimmten Pinzetten, jedoch **niemals mit der Hand** angefasst werden.
- Der Reiter wird mit einem von **außen verschiebbaren Haken** auf den gewünschten Teilstrich des Reiterlineals des Waagebalkens platziert.
- Der Waagekasten soll nur im Bedarfsfall (beim Auflegen der Gewichte) an den **Seitentüren** geöffnet werden und danach gleich wieder geschlossen.
- Die kleinste Masseneinheit unseres Gewichtssatzes beträgt 10 mg. Kleinere Masseneinheiten bis 0,1 mg lassen sich durch einen **Reiter** ersetzen, der auf eine in 100 Teile geteilte Skala des Reiterlineals des Waagebalkens gesetzt werden kann.
- Als den **Nullpunkt** (Gleichgewichtslage)  $A_0$  der Waage bezeichnen wir diejenige Stelle auf der unteren Skala, auf die sich der Zeiger bei unbelasteter oder beidseitig gleichbelasteter Waage einpendeln würde. Er fällt in der Regel nicht mit dem Nullpunkt in der Mitte der Skala zusammen und führt auch häufig in Folge von äußeren Einflüssen kleine, langsame Wanderungen aus.  
**Deshalb sollte vor und nach einer Messung jeweils der Nullpunkt bestimmt werden.**

Man darf dann annehmen, dass die arithmetische Mitte der beiden Punkte den Nullpunkt während der Messung darstellt.

- Nach dem Auflegen der Gewichte entarretiert man die Waage vorsichtig, wobei sie meist von selbst zu schwingen beginnt.  
**Es wird grundsätzlich bei schwingender Waage gemessen!**
- Dies gilt auch bei der Nullpunktsbestimmung. Tritt keine Schwingung ein, so kann man durch **vorsichtige Handhabung der Arretierungsvorrichtung** Schwingungen hervorrufen.  
Die Schwingungsweite des Zeigers muss **innerhalb der Skala** liegen!
- Nach dem Entarretieren lässt man die Waage zunächst einige Schwingungen ausführen, damit etwa eingetretene Störungen abklingen können. Dann liest man fünf aufeinanderfolgende **Umkehrpunkte**  $A_i$  ab und bestimmt hieraus durch Mittelwertbildung

$$A_0 = \frac{1}{8} (A_1 + 2A_2 + 2A_3 + 2A_4 + A_5)$$

die **Gleichgewichtslage**  $A_0$  der Waage.

### III Aufgaben

1. Bestimmen Sie den **Nullpunkt**  $A_0$  der Waage. Entarretieren Sie sie und notieren Sie die Auslenkungen des Zeigers.  
Erstellen Sie eine Tabelle (**Tab.1**) mit Ihren Messdaten und berechnen Sie daraus den Nullpunkt. Diese Berechnung muss vor und nach jeder Messung durchgeführt werden.
2. Ermitteln Sie die **Empfindlichkeit**  $\epsilon$  (Epsilon) der Waage bei den 4 Belastungen:
  - 0 g
  - 50 g
  - 100 g
  - 150 g

Als Empfindlichkeit bezeichnet man die Verschiebung des Nullpunktes in Abhängigkeit von kleinen Massenunterschieden  $\Delta m$  der auf beiden Waagschalen aufgelegten Massen gemäß (5):

$$\epsilon = \frac{n}{\Delta m},$$

wobei  $n$  die Anzahl der Skalenstriche bedeutet.

Den Massenunterschied von  $\Delta m = 2 \text{ mg}$  realisiert man durch eine Verschiebung des **Reiters** um 2 große Teilstriche auf dem Reiterlineal.

3. Erstellen Sie eine Tabelle (**Tab.2**) mit Ihren Ergebnissen.
4. Tragen Sie die berechneten Empfindlichkeiten auf Millimeterpapier gegen die aufgelegten Massen auf und verbinden Sie die vier Messpunkte durch einen Polygonzug miteinander (**Diagramm 1**).  
Wie würden Sie die Form der Grafik erklären?
5. Bestimmen Sie die **Masse**  $m_K$  eines **Titan-Probekörpers** mit Hilfe der berechneten Empfindlichkeit aus der Messung auf **beiden Seiten** der Waage und bilden Sie den Mittelwert.

Beginnen Sie mit einer **groben** Bestimmung der Masse durch Auflegen verschiedener Gewichtsstücke und sehr vorsichtiges **nicht vollständiges** Entarretieren, bis auf beiden Waagschalen die gleiche Masse aufliegt.

Schreiben Sie die einzelnen aufgelegten Gewichtsstücke mit ihren angegebenen Fehlern in das Protokoll.

Dann bestimmen Sie den Nullpunkt der Waage.

Anschließend führen Sie insgesamt 4 Messungen abwechselnd auf der linken und rechten Waagschale aus und bestimmen zwischendurch jeweils wieder den Nullpunkt. Beenden Sie die Messreihe ebenfalls mit einer Nullpunktsbestimmung.

Mit dieser **Doppelwägung** (auch **Transpositionswägung** nach ANTOINE LAURENT LAVOISIER (1743-1794) oder **Vertauschungswägung** nach CARL FRIEDRICH GAUSS (1777-1855)) vermeidet man den fehlerhaften Einfluss des (meist vorhandenen) sehr geringen Unterschiedes der Längen des linken und rechten Hebelarmes.

6. Korrigieren Sie den Fehler, der durch den **Auftrieb der Luft** entsteht.

Die Massenangabe für die Gewichtsstücke gilt für die Benutzung im **Vakuum**.

In der Luft erfahren alle Körper einen leichten (aber für die Feinmessung oft wichtigen) Auftrieb gemäß dem ARCHIMEDISCHEN Prinzip:

$$G_K = G'_K - F_A = G'_K - \rho_L \cdot V_K \cdot g \quad (6)$$

wobei  $G_K$  und  $G'_K$  Gewichtskraft des Körpers mit und ohne Auftriebskraft,  $F_A$  die Auftriebskraft,  $V_K$  der Volumen des Körpers,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $\rho_L$  (Rho) die Dichte der Luft bedeuten.

Für die Korrekturrechnung brauchen Sie folgende Dichten:

Dichte der Luft	$\rho_1 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$
Dichte der Gewichtsstücke	$\rho_g = 8,4 \text{ g cm}^{-3}$
Dichte des Probekörpers	$\rho_p = 4,5 \text{ g cm}^{-3}$

7. Berechnen Sie den **Schwerpunktsabstand**  $S$  dieser Analysenwaage im unbelasteten Zustand aus der gemessenen Empfindlichkeit  $\epsilon$  unter Anwendung von (5).

Der Schwerpunktsabstand ergibt sich aus dem Grundgesetz der Statik mit Hilfe der Definition der Empfindlichkeit gemäß (5) nach Einsetzen folgender Konstanten der Waage:

Zeigerlänge	$z = 29 \text{ cm}$
Gesamtlänge des Waagenbalkens	$2l = 14 \text{ cm}$
Masse des Waagebalkens	$m_B = 77,48 \text{ g}$
Skala	$\eta = 12,5 \text{ Skalenteile/cm}$

8. Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse. Was haben Sie in diesem Versuch gelernt?

Schreiben Sie Ihre kurze **Zusammenfassung** des Versuches und erklären Sie Ihre Ergebnisse am Ende des Protokolls.

## IV Fragen und Diskussionspunkte

- Aus welchen Konstruktionselementen besteht die Analysenwaage?
- Wie lautet das Hebelgesetz? Wo wird es bei der Analysenwaage benutzt? Warum ist die Analysenwaage ein dreiarmiger Hebel?
- Was ist der Nullpunkt der Waage und wie wird er bestimmt?
- Was ist die Empfindlichkeit der Waage? Wie wird sie berechnet?
- Wie lautet das Archimedische Gesetz? Wo wird es in unseren Berechnungen benutzt und warum?

## Literatur

- [1] D. Halliday, R. Resnik, J. Walker: *Halliday Physik*. Wiley-VCH 2001, 2. Auflage, S 303.
- [2] Ch. Kommer, T. Tugendhat, N. Wahl: *Tutorium Physik fürs Nebenfach* Springer-Spektrum, 2. Auflage, S. 113-116.
- [3] W. Schenk, F. Kremer, G. Beddies, T. Franke, P. Galvosas, P. Rieger: *Physikalisches Praktikum* Springer Spektrum 2014. 14. Auflage. S. 29ff.

■ **NEUE ANLEITUNGEN** haben wir in diesem Semester für Sie bereit gestellt.

Wie finden Sie sie: sind sie verständlich geschrieben und hilfreich?

Ihre Meinung wird uns sehr interessieren.