

# Versuch O02: Fernrohr, Mikroskop und Teleobjektiv

23. Februar 2023

## I. Lernziele

- Strahlengang beim Refraktor ("Linsenfernrohr")
- Strahlengang beim Mikroskop
- Strahlengang beim Teleobjektiv sowie Einblick in dessen Sinn und Zweck

## II. Physikalische Grundlagen

Ein optisches System erzeugt von einem Gegenstand der Größe  $G$  ein reelles Bild der Größe  $B$ .

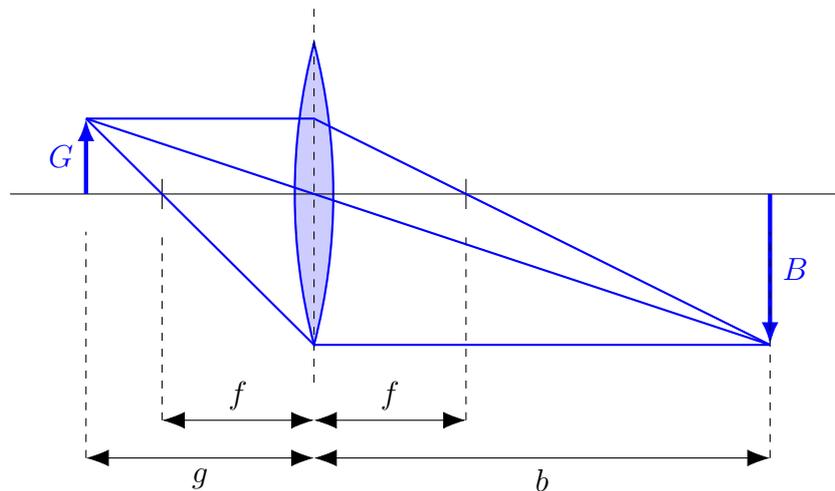


Abbildung 1: Bildkonstruktion für eine Sammellinse (bikonvex).

Wie groß ein Gegenstand einem Beobachter erscheint, hängt von der realen Größe des Gegenstandes, sowie vom Abstand zwischen Gegenstand und Auge ab. Durch diese Werte ist der *Sehwinkel* festgelegt. Der Sehwinkel  $\epsilon$  ist der Winkel, den zwei Grenzstrahlen vom Gegenstand zum Auge bilden. Ist der Abstand klein, so sieht man den Gegenstand groß bei entsprechend großem Sehwinkel. Ist der Abstand größer, so sieht man den Gegenstand verkleinert aufgrund des kleineren Sehwinkels.

Ein Gegenstand, der sich 25 cm vor dem Auge des Betrachters befindet (*deutliche Sehweite*) hat per Konvention den Sehwinkel  $\epsilon_0$ .

Die *Vergrößerung* ist dann definiert durch das Verhältnis

$$V := \frac{\tan \epsilon}{\tan \epsilon_0} \quad (1)$$

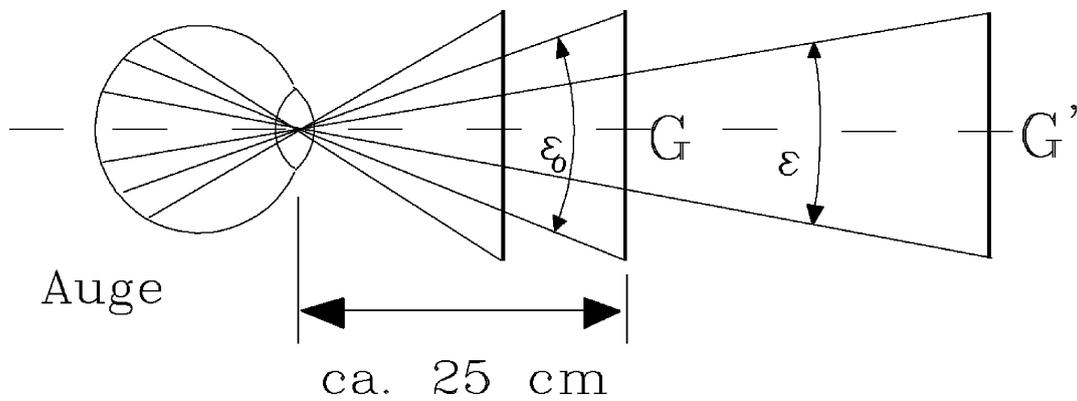


Abbildung 2: Zur Definition des Begriffes "Vergrößerung".

Ein Gegenstand erscheint umso größer, je größer dessen Sehwinkel ist. Um nun einen Gegenstand mit kleinem Sehwinkel für einen Betrachter näher heranzuholen, d.h. den Sehwinkel zu vergrößern, benutzt man optische Systeme wie das Mikroskop bzw. das Fernrohr.

## II.1. Fernrohr

Ein Fernrohr ist ein optisches System, das im einfachsten Fall aus zwei Sammellinsen, der Objektiv- und der Okularlinse, besteht. Die Gegenstandsweite (Abstand zwischen Gegenstand und Linse) sei nun sehr groß gegenüber der Brennweite der Objektivlinse. In diesem Fall kann man die Strahlung, die von einem Gegenstandspunkt ausgeht, als paralleles Strahlenbündel betrachten.

Beim Durchgang des Strahlenbündels durch das Fernrohr wird der Sehwinkel aufgrund der unterschiedlichen Brennweiten der Linsen von  $\alpha_1$  auf  $\alpha_2$  vergrößert.)

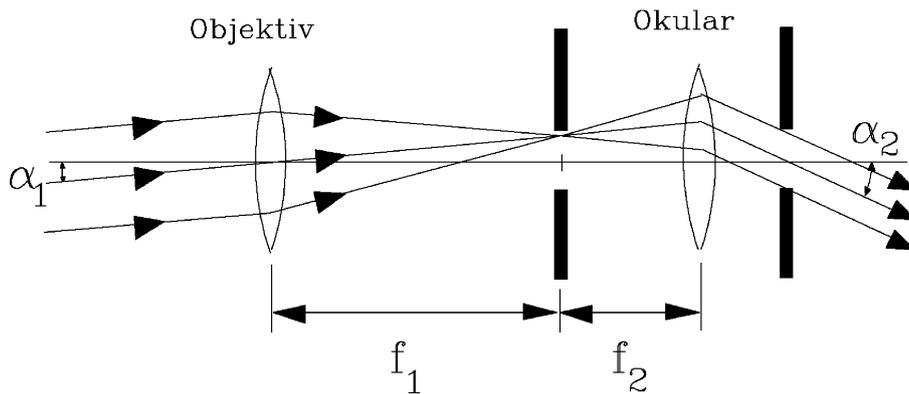


Abbildung 3: Strahlengang beim Fernrohr

Die resultierende *Winkelvergrößerung* ergibt sich ähnlich Gl. (1) als Quotient der beiden Sehwinkel, vor und nach dem Durchtritt durch das Fernrohr.

$$V = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \quad (2)$$

Bezeichnet man den vertikalen Abstand von der optischen Achse zum Brennpunkt be-  
helfsmäßig mit  $y$  und nutzt aus, dass für kleine Winkel die Näherung  $\alpha \approx \tan \alpha$  gilt, so  
ergibt sich aus der Zeichnung die sehr nützliche Abschätzung

$$V = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \approx \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} = \frac{y/f_2}{y/f_1} = \frac{f_1}{f_2} \quad (3)$$

Weiter erfolgt durch die Verdichtung der Strahlung effektiv eine Aufhellung des Bil-  
des. Ausgehend von der Annahme paralleler Strahlenbündel ergibt sich auch, dass zur  
Erzeugung einer scharfen Abbildung der Abstand der Linsen gleich der Summe der ent-  
sprechenden Brennweiten sein muss. Für nicht-parallele Strahlenbündel gilt dies nur  
näherungsweise.

## II.2. Mikroskop

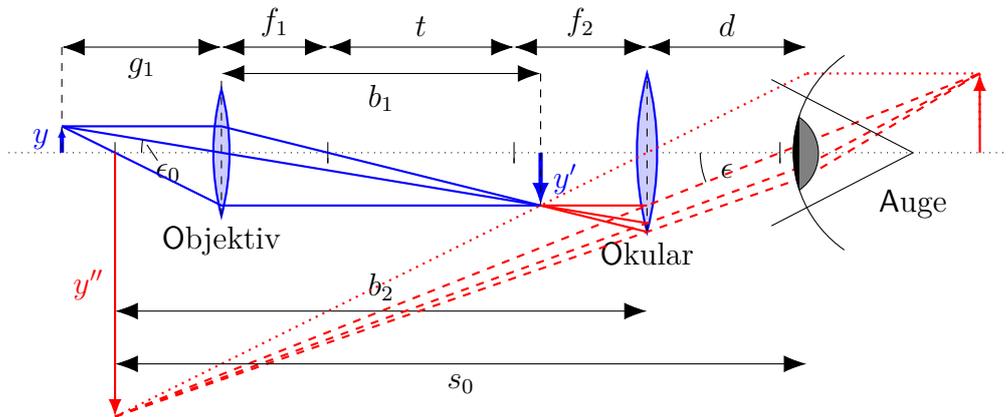


Abbildung 4: Strahlengang beim Mikroskop

Ähnliche Überlegungen gelten auch für das Mikroskop. Ein prinzipieller Unterschied liegt darin, dass die Gegenstandsweite nicht mehr groß gegenüber der Brennweite ist. Zur Erzeugung einer scharfen Abbildung muss nun in Abhängigkeit der Gegenstandsweite der Abstand von Objektiv und Okular variiert werden. Charakteristische Größe ist die *Tubuslänge*. Die Tubuslänge  $t$  beschreibt den Abstand der Brennpunkte von Objektiv und Okular.  $t$  wird so gewählt, dass ein vergrößertes virtuelles Bild  $y''$  des Gegenstandes  $y$  entsteht.

Die Gesamtvergrößerung des Mikroskops ist das Produkt der Teilvergrößerungen von Objektiv und Okular, die sich hier direkt über die Verhältnisse von Bildgröße zu Objektgröße ergeben.

$$V = V_{\text{Okular}} \cdot V_{\text{Objektiv}} = \frac{y''}{y'} \cdot \frac{y'}{y} = \frac{y''}{y} \quad (4)$$

Aus den Abbildungsverhältnissen am Mikroskop sollen nun Beziehungen für  $V_{\text{Okular}}$  und  $V_{\text{Objektiv}}$  und schließlich für  $V$  abgeleitet werden.

Für das Objektiv gilt:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{b_1} \quad (5)$$

und daher (unter zusätzlicher Verwendung des Strahlensatzes):

$$V_{\text{Objektiv}} = \frac{y'}{y} = \frac{b_1}{g_1} = b_1 \cdot \left( \frac{1}{f_1} - \frac{1}{b_1} \right) = \frac{b_1 - f_1}{f_1} \quad (6)$$

Näherung:

$$V_{\text{Objektiv}} = \frac{b_1 - f_1}{f_1} \approx \frac{t}{f_1} \quad (7)$$

Für das Okular gilt:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{g_2} - \frac{1}{b_2} \quad (8)$$

und analog:

$$V_{Okular} = \frac{y''}{y'} = \frac{b_2}{g_2} = b_2 \cdot \left( \frac{1}{f_2} + \frac{1}{b_2} \right) = \frac{b_2 + f_2}{f_2} \quad (9)$$

Näherung:

$$V_{Okular} = \frac{b_2 + f_2}{f_2} \approx \frac{s_0}{f_2} \quad (10)$$

Also ergibt sich die Gesamtvergrößerung des Mikrokops zu:

$$V = V_{Okular} \cdot V_{Objektiv} = \frac{s_0 \cdot t}{f_1 \cdot f_2} \quad (11)$$

### II.3. Teleobjektiv

Im Gegensatz zu Mikroskop und Fernrohr wird mit dem Teleobjektiv ein reelles Bild erzeugt. Ein Teleobjektiv besteht im Wesentlichen aus einer Sammellinse  $L_1$  mit der Brennweite  $f_1$  und einer Streulinse  $L_2$  mit der Brennweite  $f_2$ . Die Streulinse  $L_2$  steht innerhalb der einfachen Brennweite  $f_1$  der Sammellinse und hat dem Betrage nach eine kleinere Brennweite. Der Abstand der Linsen sei  $d$ .

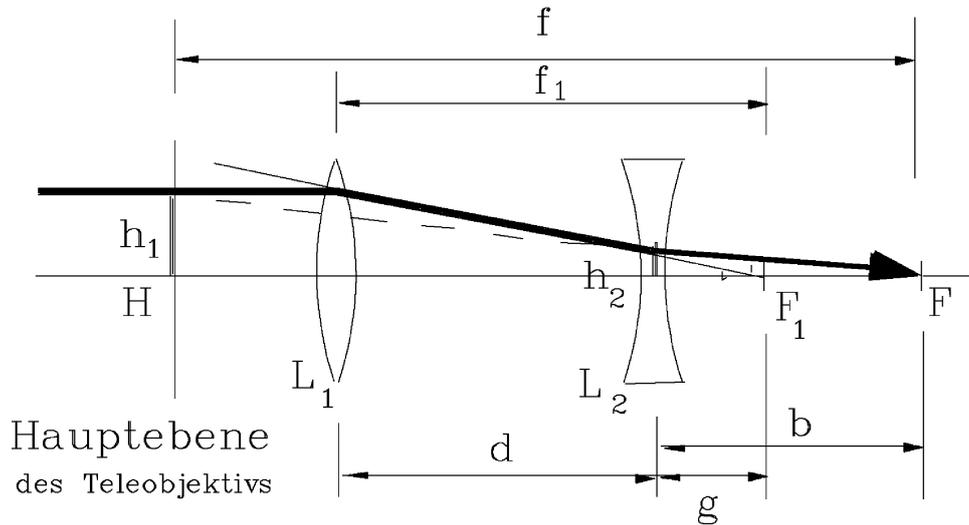


Abbildung 5: Strahlengang beim Teleobjektiv (1)

Lässt man einen Parallelstrahl auf das System fallen, so würde er ohne  $L_2$  durch den Brennpunkt von  $L_1$ , also  $F_1$ , hindurch gebrochen. Wegen  $L_2$  überquert der Strahl die optische Achse aber erst am Punkte  $F$ . Durch Rückverlängerung des doppelt gebrochenen Strahls bis zum ursprünglich einfallenden Parallelstrahl erkennt man, dass im Prinzip eine einzelne Sammellinse der Brennweite  $f$  an der Stelle  $H$  ausgereicht hätte, um den resultierenden Strahl zu erzeugen.

Der entscheidende Vorteil des Teleobjektivs zeigt sich in der Praxis des Fotografierens: Um bei weit entfernten Gegenständen *ohne* Teleobjektiv möglichst große Bilder zu erhalten, müsste man eine sehr langbrennweitige Sammellinse verwenden, wodurch die Bildweite (und damit der Fotoapparat) ebenfalls sehr lang würden.

Da nun aber  $d+b$  kleiner ist als  $f$  (siehe nochmal Abb. 5), verkürzt sich das Objektiv des Fotoapparates um eben diese Differenz.

Die Linsenformel für  $L_2$  lautet:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{g} - \frac{1}{b} \quad (12)$$

wobei gilt:

$$f_2 < 0 \text{ m}$$

$g$ : Gegenstandsweite bezüglich  $L_2$

$b$ : Bildweite bezüglich  $L_2$

Bei Anwendung des Strahlensatzes folgt aus der Abbildung:

$$\frac{g}{f_1} = \frac{h_2}{h_1}; \quad \frac{b}{f} = \frac{h_2}{h_1} \quad \rightarrow \quad \frac{g}{f_1} = \frac{b}{f} \quad (13)$$

Durch Kombination der Gleichungen (12) und (13) sowie der Beziehung  $d+g=f_1$  erhält man folgenden Zusammenhang für die *Systembrennweite*  $f$ :

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad (14)$$

### Hauptebenen

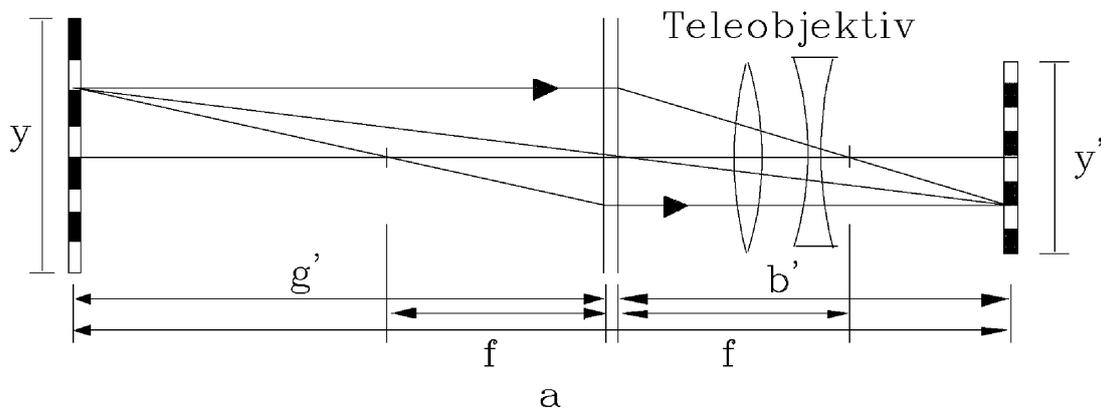


Abbildung 6: Strahlengang beim Teleobjektiv (2)

Die Vergrößerung des Teleobjektivs ist das Verhältnis von Bildhöhe  $y'$  zu Gegenstandshöhe  $y$  bzw. Bildweite zu Gegenstandsweite und ergibt sich aus dem Strahlensatz (Abb. 6) zu:

$$V = \frac{y'}{y} = \frac{b'}{g'} \quad (15)$$

Vernachlässigt man den Abstand der Hauptebenen gegenüber dem Abstand von Gegenstand und Bild, so lässt sich das System durch folgende Linsenformel beschreiben:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b'} + \frac{1}{g'} \quad (16)$$

Benutzt man  $a = g' + b'$  so erhält man schließlich aus Gl. (15) und Gl. (16) die Systembrennweite als Funktion der Vergrößerung:

$$f = \frac{(a - d) \cdot V}{(1 + V)^2} \quad (17)$$

### III. Meßanordnungen

- Bauen Sie zunächst auf einer optischen Bank ein Fernrohr aus Linsen bekannter Brennweiten auf. Betrachtet wird ein weit entfernter leuchtender Maßstab.
- Danach bauen Sie auf einer optischen Bank ein Mikroskop auf. Betrachtet wird dabei ein auf eine Glasplatte geritzter Maßstab. Ein auf einen optischen Reiter montiertes Lineal dient als Vergleichsmaßstab.
- Zum Schluss wird aus zwei Linsen bekannter Brennweite das Teleobjektiv aufgebaut (600 mm, –500 mm). Eine Markierung auf einer Lampe dient als Gegenstand, welche mit dem Teleobjektiv auf einen ca. 5 m entfernten Schirm abgebildet wird.

## IV. Aufgaben

### IV.1. Fernrohr

- Schätzen Sie die Vergrößerung des Fernrohres ab, indem Sie den entfernten Maßstab mit einem Auge durch das Fernrohr und gleichzeitig mit dem anderen Auge direkt betrachten und dann beide vor dem geistigen Auge zur Deckung bringen.
- Berechnen Sie die genäherte Vergrößerung Ihres Fernrohres.
- Vergleichen Sie Rechnung und Schätzung.

### IV.2. Mikroskop

- Bestimmen Sie - nachdem sie den Maßstab scharf fokussiert haben - die Vergrößerung, indem Sie geeignete Abschnitte auf dem Maßstab und dem Lineal ähnlich wie beim Fernrohr vor dem geistigen Auge zur Deckung bringen.
- Bestimmen Sie danach die Tubuslänge  $t$  und berechnen Sie damit die Vergrößerung.
- Wiederholen Sie die gesamte Prozedur für vier weitere Linsenordnungen.
- Vergleichen Sie die Ergebnisse und versuchen Sie, eventuelle Abweichungen zu erklären.

### IV.3. Teleobjektiv

- Bilden Sie das Objekt auf dem Schirm ab. Achten Sie darauf, dass  $d$  im Bereich von 300 mm bis 600 mm liegen sollte.
- Berechnen Sie nun entsprechend Gl. (14) unter Verwendung der bekannten Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$  die Systembrennweite  $f$ . Tragen Sie diese in einer graphischen Darstellung über dem Linsenabstand  $d$  auf.
- Bestimmen Sie nun die Vergrößerung  $V$ . Berechnen Sie dann mittels Gl. (17) erneut die Brennweite  $f$  und tragen Sie diese ebenfalls (beim selben Abszissenwert) in die graphische Darstellung ein.
- Wiederholen sie diese Prozedur für vier weitere Linsenordnungen.  $d$  sollte sich dabei von Messung zu Messung um mindestens 2 cm unterscheiden.  $a$  bleibt während der gesamten Messreihe unverändert.

## V. Fragen und Diskussionspunkte

### V.1. Fernrohr

- Vergleichen Sie das astronomische Fernrohr mit dem terrestrischen (oder Galilei'schen) Fernrohr (mit Skizzen.)
- Was ist ein Spiegelteleskop (Skizze) und welche gravierenden Vorteile bietet dieses gegenüber dem Linsentelekokp?

### V.2. Mikroskop

- Wo muss beim Mikroskop das vom Objektiv erzeugte Bild bezüglich des Okulars liegen, damit letzteres als Lupe wirkt?
- Warum muss bei der Messung der Mikroskopvergrößerung der Vergleichsmaßstab in der Entfernung  $s_0$  liegen?
- Warum steht das vom Mikroskop erzeugte Bild auf dem Kopf?

### V.3. Teleobjektiv

- Warum muss  $L_2$  innerhalb der Brennweite von  $L_1$  stehen?  
(Vorsicht! Es wäre ein Trugschluß, zu glauben, dass im anderen Falle die Strahlen zwangsläufig divergieren, wenn Sie bei der Zerstreuungslinse eintreffen und somit kein reeles Bild mehr entstehen kann...)
- Welche Eigenschaften hat ein Objektiv mit vertauschter Linsenordnung, also eines, bei dem zuerst die Zerstreuungs- und dann die Sammellinse durchlaufen wird?