

Versuch W06: Stefan-Boltzmannsches Strahlungsgesetz

27. Februar 2023

I. Lernziele

- Plancksche Strahlungsformel
- Stefan-Boltzmannsches Strahlungsgesetz
- Wiensches Verschiebungsgesetz

II. Physikalische Grundlagen

Stefan-Boltzmann Gesetz

Jeder materielle Körper emittiert, abhängig von seiner Temperatur, elektromagnetische Strahlung. Zur Untersuchung dieser Temperaturstrahlung erhält der sogenannte schwarze Körper eine besondere Bedeutung. Definitionsgemäß absorbiert ein schwarzer Körper sämtliche auftreffende Strahlung, sein Reflexionsvermögen ist somit gleich Null. Technisch wird ein schwarzer Körper durch einen Hohlkörper realisiert, der im Inneren mehrere Zwischenwände enthält, die zur Streuung und damit zur Verringerung unvermeidbarer Restreflexionen dienen. Die Strahlungsenergie ΔE eines schwarzen Körpers, die von der Fläche ΔA im Wellenlängenbereich $\Delta \lambda$ in der Zeit Δt unter dem Winkel Θ in den Raumwinkel $\Delta \Omega$ abgestrahlt wird, ist nach Planck gegeben durch:

$$\Delta E = B(\lambda, T) \cdot \Delta A \cdot \Delta \lambda \cdot \Delta t \cdot \cos \Theta \cdot \Delta \Omega \quad (1)$$

wobei $B(\lambda, T)$ die Kirchhoff-Planck-Funktion ist:

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5 (e^{hc_0/\lambda kT} - 1)} \quad (2)$$

Darin sind:

- h : Plancksches Wirkungsquantum
- k : Boltzmann-Konstante
- c_0 : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
- T : Temperatur (in K)
- λ : Wellenlänge der Strahlung

Die Ableitung dieser Gleichung basiert auf dem grundlegenden Befund, dass das Licht eine Quantenstruktur aufweist sowie auf der von Planck gefundenen Beziehung $E = h \cdot \nu$. Die Energie, die von der Fläche A eines Schwarzkörperstrahlers pro Sekunde abgestrahlt wird, nennt man Strahlungsleistung. Die in den Halbraum abgestrahlte Leistung ergibt sich aus Gleichung 1 nach Integration über A , λ und Ω zu:

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = N_S = \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad (3)$$

mit

- $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c_0^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
- N_S : Strahlungsleistung

Diese Beziehung wird als das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz bezeichnet. Trägt man die spektrale Strahlungsdichte als Funktion der Wellenlänge mit der Temperatur als Parameter auf, so sieht man, daß die Funktion bei einer Temperatur T ein Maximum bei einer Wellenlänge λ_{\max} besitzt. Für dieses Maximum gilt das Wiensche Verschiebungsgesetz:

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{konstant} \quad (4)$$

Kirchhoffsches Gesetz

Bei der Wechselwirkung zwischen Strahlung und einem materiellen Körper sind allgemein vier Anteile zu unterscheiden:

- die von außen einfallende Strahlung
- der reflektierte Anteil
- der absorbierte Anteil
- die emittierte Temperaturstrahlung des Körpers

Ein eventuell durchdringender und wieder austretender Anteil bleibt für die folgenden Betrachtungen unberücksichtigt. Bei einem schwarzen Strahler sind die Verhältnisse einfach, da der reflektierte Anteil gleich Null und somit die einfallende Strahlung gleich der absorbierten Strahlung ist. Führt man den Absorptionsgrad α ein, der als Verhältnis von absorbierten und auffallender Strahlungsenergie definiert ist, so gilt für den schwarzen Strahler definitionsgemäß: $\alpha = 1$. Wegen des Energieerhaltungssatzes gilt dann für den nicht-schwarzen Strahler: $\alpha < 1$. Aus Gleichung 2 folgt für den nicht-schwarzen Strahler mit dem Absorptionsgrad α die Beziehung:

$$N_{\text{absorbiert}} = \alpha \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (5)$$

Der Emissionsgrad ϵ eines Körpers bestimmt das Verhältnis der emittierten Strahlungsdichte zu der maximal möglichen Strahlungsdichte eines schwarzen Körpers. Für den schwarzen Strahler gilt dann definitionsgemäß: $\epsilon = 1$. Für eine theoretische Bestimmung der Größen α und ϵ beim nicht-schwarzen Strahler ist es hilfreich, in einem Gedankenexperiment einen schwarzen und einen nicht-schwarzen Strahler in eine licht- und wärmeundurchlässige Hülle einzuschließen. Auf Grund des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik, der in einem abgeschlossenen System keine Entropieabnahme zuläßt, kann sich keine Temperaturdifferenz zwischen den beiden Körpern als Gleichgewichtszustand einstellen. Diese Differenz würde sich aber einstellen, wenn der nicht-schwarze Körper im Verhältnis zum schwarzen Körper mehr oder weniger emittiert als er absorbiert. Somit gilt das sogenannte Kirchhoffsche Gesetz:

Ein Körper emittiert bei einer bestimmten Temperatur im Vergleich zum schwarzen Körper im gleichen Verhältnis weniger als er auch weniger absorbiert.

$$N_{\text{emittiert}} = \epsilon \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4 = \alpha \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4 = N_{\text{absorbiert}} \quad (6)$$

Die Aussagen des Kirchhoffschen Gesetzes gelten nicht nur für das Gesamtverhalten eines Körpers, addiert über alle Wellenlängenbereiche, sondern für jeden Wellenlängenbereich zwischen λ und $\lambda + \Delta\lambda$.

Das Kirchhoffsche Gesetz besagt genauer:

Jeder Körper absorbiert bei reiner Temperaturstrahlung genau die Strahlung, die er bei der gegebenen Temperatur aussendet.

Oder in einer anderen Formulierung:

Bei gegebener Wellenlänge und Temperatur ist der spektrale Emissionsgrad eines beliebigen Körpers gleich seinem spektralen Absorptionsgrad.

III. Versuchsanleitung

Stefan-Boltzmann-Gesetz

In diesem Versuch soll nachgewiesen werden, dass die von einem schwarzen Körper abgestrahlte Leistung gemäß Gleichung 2 der vierten Potenz der Temperatur proportional ist.

Als Strahler wird ein Hohlraumstrahler verwendet, der näherungsweise als schwarzer Körper betrachtet werden kann. Die Hohlraumstrahlung wird mit Hilfe eines Photoelementes, das eine der Strahlung proportionale Spannung abgibt, gemessen. Diese Spannung kann an einem angeschlossenen Verstärker (auf 10^2 einstellen) plus Voltmeter abgelesen werden. Da sich das Photoelement auf Zimmertemperatur T_0 befindet und daher seinerseits Strahlung emittiert, ergibt sich die für die Erwärmung des Thermoelementes maßgebliche Leistung zu:

$$N \propto (T^4 - T_0^4) \quad (7)$$

Die Temperatur T wird in Kelvin gemessen ($T/\text{K} = 273 + t/^\circ\text{C}$).

Lesliescher Würfel, Kirchhoffsches Gesetz

Für die Untersuchung der Abhängigkeit der Strahlung von der Beschaffenheit der Oberfläche steht ein sogenannter Leslie'scher Würfel zur Verfügung. Dieser Hohlwürfel weist vier verschiedene Oberflächen auf und kann mit heißem Wasser gefüllt werden, so dass alle Würfelflächen gleich temperiert sind. Zwei der Würfelflächen sind lackiert, die eine weiß, die andere schwarz und zwei der Oberflächen sind metallisch, wovon die eine hochglanzpoliert ist. Bei diesem Versuch soll mit Hilfe des Kirchhoffschen Gesetzes das Absorptionsvermögen der vier Oberflächen bestimmt werden.

Versuchsausführung

Zuerst wird mit dem bereitgestellten Kocher destilliertes Wasser auf ca. 100 °C erhitzt und vorsichtig mit Hilfe eines Trichters in den Leslie'schen Würfel eingefüllt. Danach wird dieser möglichst dicht am Photoelement auf die optische Bank gestellt.

Aufnahme und Auswertung von Messdaten

Messung 1: Stefan-Boltzmann-Gesetz

Während der Ofen kontinuierlich bis auf ca. 300 °C erwärmt wird, ist die Anzeige am Galvanometer jeweils nach einer bestimmten Temperaturerhöhungen abzulesen. Bei einer maximalen Anzeige von 10 V erscheinen 20 bis 30 Meßpunkte als ausreichend. Die einzustellende Spannung am Transformator sollte am Anfang 200 V nicht überschreiten, um den Ofen nicht zu überlasten. Um zu einer höheren Genauigkeit zu gelangen und etwaige Unregelmäßigkeiten bei der Erwärmung auszugleichen, sollte die Strahlung bei denselben Temperaturen auch beim Abkühlvorgang zurück bis auf ca. 80 °C gemessen werden.

Auswertung

Anhand der graphischen Darstellung von Galvanometerausschlag über $(T^4 - T_0^4)$ ist das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz zu bestätigen.

Messung 2: Kirchhoffsches Gesetz

Mit Hilfe des Thermoelementes ist die jeweilige Strahlung der vier Oberflächen zu messen.

Auswertung

Die von den schwarzen Flächen emittierte Strahlung entspricht näherungsweise der eines schwarzen Strahlers. Mit dieser Annahme kann man aus dem Verhältnis der Strahlung der anderen freien Flächen zu dieser das Emissionsvermögen ϵ sowie das Absorptionsvermögen α bestimmen.

IV. Fragen und Diskussionspunkte

- Was beschreibt die Plancksche Formel und welcher Zusammenhang besteht zwischen ihr und dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz?
- Nennen Sie Anwendungen des Stefan-Boltzmann-Gesetzes.
- Warum sind Leuchtstoffröhren wirtschaftlicher als Glühlampen?
- Wie funktioniert ein Thermoelement (Skizze des Aufbaus, Erläuterung)?