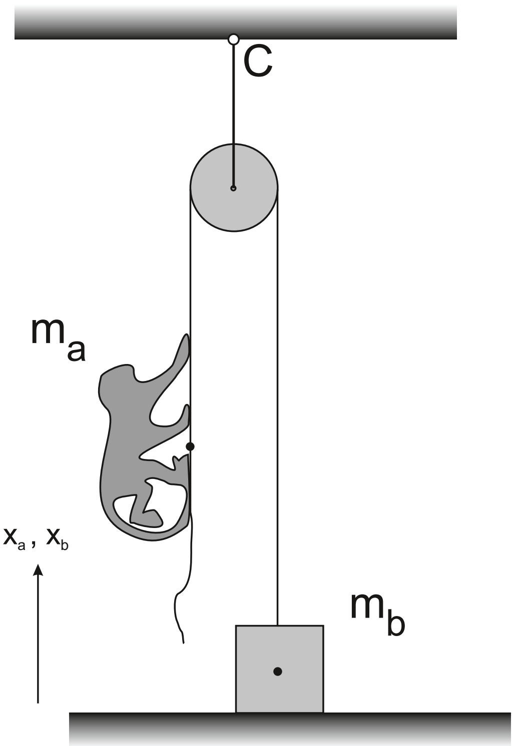
Übungen zu Physik I (MNF-phys-101), WS 20/21

Dr. J. Stettner / Prof. Dr. R. Wimmer-Schweingruber / Prof. Dr. O. Magnussen

Blatt 5

zu bearbeiten bis: 07.12.2020

1. *Aufstellen von Bewegungsgleichungen: Affe am Seil*



Ein Affe (Masse $m_a = 20$ kg) klettert ein nicht dehnbares Seil hinauf, das über eine reibungsfrei sich drehende Umlenkrolle mit einem auf dem Boden stehenden Block (Masse $m_b = 30$ kg) verbunden ist. Die Umlenkrolle ist an der Decke aufgehängt. Das Seil, die Umlenkrolle und die Aufhängung an der Decke seien masselos. Der Vorgang soll in einem Bezugssystem betrachtet werden, das mit dem Erdboden verbunden ist (keine Scheinkräfte).

a) Zeichnen Sie jeweils schematisch (i) alle auf den Affen, (ii) alle auf den Block, (iii) alle auf die masselose Umlenkrolle wirkende Kräfte ein und bezeichnen Sie diese.

b) Leiten Sie den Ausdruck für den Betrag a_a der Beschleunigung des Affen als Funktion der im obigen Text genannten Größen her, die erforderlich ist, damit der Affe gerade den Block vom Boden anhebt (Erinnerung: $m_b > m_a$). Stellen Sie hierzu zunächst auf der Grundlage von a) die jeweilige Bewegungsgleichung (2. Newtonsches Axiom) (i) für den Affen, (ii) für den Block auf.

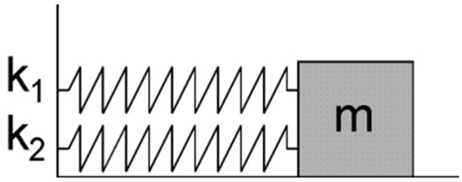
c) Welche Kraft F_C wirkt in der in b) beschriebenen Situation auf die Aufhängung der Umlenkrolle an der Decke (Punkt C)?

d) Nachdem der Block vom Boden abhebt, klettert der Affe eine Zeit lang weiter, so dass der Block an Höhe gewinnt. Dann hört der Affe auf zu klettern, hält sich aber weiterhin am Seil fest. Mit welcher Beschleunigung a_b bewegt sich der Block zu Boden? Wie groß ist nun die Seilkraft F_s?

e) Unter dem Affen erscheint ein Krokodil. Der Affe fängt also wieder an zu klettern - und zwar so panisch, dass der Block mit der Beschleunigung $a_b = 0,5\ \mathrm{m/s^2}$ nach oben gezogen wird. Mit welcher Beschleunigung a_a entfernt sich der Affe vom Krokodil?

2. *Harmonische Schwingungen 'light'*:

   a)



   Im links abgebildeten schwingungsfähigen System (masselose Federn, reibungsfreie Bewegung) sollen die beiden Federn (Federkonstanten k_1 bzw. k_2) durch eine einzige Feder (Federkonstante k_{ges}) ersetzt werden, ohne die Schwingungsdauer zu verändern. Stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Block auf und berechnen Sie Federkonstante k_{ges}.

   b) Ein mathematisches Pendel besteht aus einer punktförmigen Masse m, die an einem masselosen Faden der Länge l aufgehängt ist und ohne Reibungsverluste schwingen kann.

      (i) Fertigen Sie eine Skizze des mathematischen Pendels für einen Auslenkungswinkel $-\pi/2 < \theta < +\pi/2$ (bezogen auf die Ruhelage) an. Zeichnen Sie die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ und die rücktreibende Kraft $\vec{F}_r$ ein.

      (ii) Leiten Sie die Bewegungsgleichung des mathematischen Pendels aus dem 2. Newtonschen Axiom her. Stellen Sie hierfür zunächst den Ausdruck für $\vec{F}_r$ auf.

      (iii) Verwenden Sie anschließend die für kleine Winkel gültige Näherung $\sin(\theta) \approx \theta$, um die Bewegungsgleichung zu vereinfachen. Geben Sie schließlich den für kleine Winkel gültigen Ausdruck für die Periodendauer der Schwingung an.

3. *Raketenstart*:

   Ein Orion Raketenmotor liefert einen konstanten Schub von $F_R = 13$ kN, mit der Brenndauer $t_1 = 32$ s. Die Rakete wiegt leer $m_R = 111$ kg, incl. Treibstoff $m_T = 400$ kg. Dazu kommen für einen sub-orbitalen Forschungsflug $m_N = 95$ kg Nutzlast. Die Rakete wird senkrecht gestartet und auch der Flug während des Brennvorganges bzw. anschließende frei Fall soll senkrecht verlaufen.

   a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_g (im Eigensystem der Rakete), mit der der verbrannte Treibstoff ausgestoßen wird.

   b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Rakete $v(t_1)$, wenn der Motor gerade ausgebrannt ist. Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Beschleunigung $a(t)$ der Rakete während des Brennvorganges. Die Geschwindigkeit $v(t)$ der Rakete ergibt sich durch Integration der Beschleunigung mit Hilfe der Substitution der Zeit durch die träge Masse m: $dt = \frac{dm}{\dot{m}}$. Dabei bezeichnet $\dot{m}$ die zeitliche Ableitung der Masse m.

   c) Bestimmen Sie die Höhe h_1, die die Rakete nach der Brenndauer t_1 erreicht hat. Hinweise: (i) Die Höhe $h(t)$ der Rakete während des Brennvorganges ergibt sich durch Integration der Geschwindigkeit mit Hilfe der Substitution der Zeit durch die träge Masse m: $dt = \frac{dm}{\dot{m}}$. (ii) Es ist $\int \ln x \, dx = [x \ln x - x]$.

   d) Nach dem Ausbrennen des Motors wirkt nur noch die Gravitationskraft der Erde $\vec{F}_G = m\vec{g}$ (höhenunabhängig angenommen). Wie lang dauert es, bis die Rakete ihre Scheitelhöhe erreicht?

   e) Bestimmen Sie die Scheitelhöhe h_{max}.