

Blatt 9

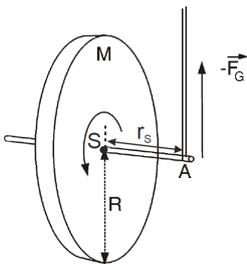
zu bearbeiten bis: 18.01.2020

1. *Rollender Zylinder auf schiefer Ebene:*

Ein Zylinder der Masse M und dem Radius R , dessen Massendichte $\rho(r) = \rho_0 r/R$ vom Abstand r zur Zylinderachse abhängt, rollt eine schiefe Ebene mit dem Neigungswinkel α hinunter, ohne zu rutschen.

- a) Leiten Sie den Ausdruck für das Trägheitsmoment I_S des Zylinders bzgl. der Zylinderachse in Abhängigkeit von M und R her. Gehen Sie bei der Herleitung vom Ausdruck für das Trägheitsmoment eines starren Körpers für eine beliebige Massendichteverteilung $\rho(\vec{r})$ aus. Berechnen Sie dann das Trägheitsmoment dI_S eines dünnen Hohlzylinders mit dem Radius r und der Wandstärke dr und abschließend das Trägheitsmoment des gesamten Zylinders.
- b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für eine Drehbewegung um die Kontaktlinie Zylinder/Ebene auf. Geben Sie hierfür zunächst (i) das Trägheitsmoment des Zylinders I_P (ii) und das Drehmoment D_P , das auf den Zylinder wirkt, bzgl. der Kontaktlinie und in Abhängigkeit von M und R an.
- c) Leiten Sie mit Hilfe der Bewegungsgleichung aus b) den Ausdruck für die Beschleunigung des Schwerpunktes a_S in Abhängigkeit vom M , R und α her.

2. *Schwerer Kreisel:*



Ein schwerer Kreisel, bestehend aus einer homogenen Kreisscheibe mit Radius R und Masse M , ist im Punkt A im Abstand r_S vom Schwerpunkt S der Kreisscheibe einseitig aufgehängt. Die Kreisscheibe rotiert mit der Winkelschwindigkeit w um ihre Zylinderachse.

- a) Die Kreiselachse verläuft zunächst horizontal. Zeichnen Sie alle wirkenden Kräfte und Drehmomente, den Vektor der Winkelgeschwindigkeit und den Drehimpulsvektor der Kreiselrotation in die Skizze ein. Leiten Sie den Ausdruck für die Winkelgeschwindigkeit der Präzession ω_P her und zeichnen Sie auch diesen Vektor in die Skizze ein.
- b) Was ändert sich, wenn die Kreiselachse nicht horizontal verläuft, sondern mit der Vertikalen den Winkel ϑ einschließt? (Kinderkreisel)
- c) Was versteht man unter der Nutation eines Kreisels?

3. *Geheimagent-Lieblingsgetränk*

Ein bekannter britischer Geheimagent lässt sein ebenso bekanntes Lieblingsgetränk zubereiten, indem $m_E = 10$ g Eis (Temperatur $T_E = -18^\circ\text{C}$) in 100 ml Martini (Volumenanteil Alkohol 38 %) mit der Temperatur $T_M = 15^\circ\text{C}$ gegeben werden. Im Folgenden soll der Martini soll als Gemisch aus Wasser und Alkohol angenommen werden.

- a) Es soll vereinfachend angenommen werden, dass zunächst das Eis vollständig schmilzt, ohne dass ein Wärmetransport zwischen dem entstehenden Eiswasser der Temperatur $T'_E = 0^\circ\text{C}$ und dem Martini stattfindet. Außerdem sollen die beiden Flüssigkeiten sich nicht mischen. Nach dem abgeschlossenen Schmelzvorgang besitze der Martini die Temperatur $T'_M = 3,9^\circ\text{C}$. Berechnen Sie mit Hilfe dieser Angaben die Schmelzwärme des Eises.
- b) Welche Temperatur T_G des Eiswassers und des Martinis stellt sich ein, wenn sich Eiswasser und Martini im termischen Gleichgewicht befinden? Es soll auch hier angenommen werden, dass sich beide Flüssigkeiten nicht mischen.

Die spez. Wärmekapazität von Wasser ist $c_w = 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, von Eis $c_E = 2,1 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ und von Alkohol $c_A = 2,4 \text{ kJ}/(\text{kg K})$. Die Massendichte von Alkohol ist $\rho_A = 0,8 \text{ g/ml}$.