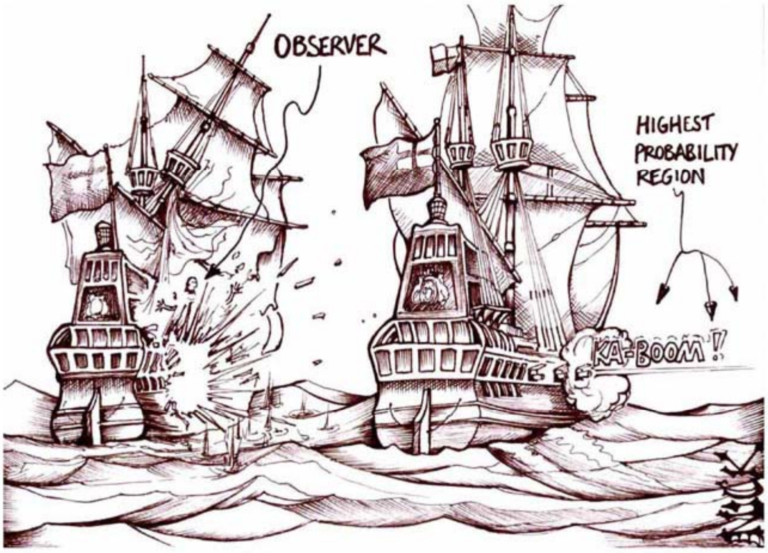
3-5 / 1 Tunneleffekt



Cannon balls: a quantum mechanical treatment.

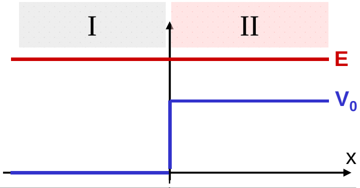
3-5 / 2 Der Tunneleffekt

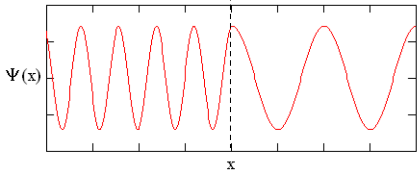
Quantenmechanischer Tunneleffekt:
Teilchen kann mit gewisser Wahrscheinlichkeit klassisch verbotenen Bereich durchdringen.

Beispiele:

- α-Zerfall
- Molekülschwingungen
- Feldemission
- Tunnelmikroskop
- Tunneldioden

3-1 / 3 Potentialstufe





Potentialstufe (E > V_0):

- Bereich I: $V = 0$

  $$\Psi_I(x) = A \cdot \left(e^{ikx} + \frac{k-k'}{k+k'} e^{-ikx} \right)$$

- Bereich II: $V = V_0$

  $$\Psi_{II}(x) = A \cdot \frac{2k}{k+k'} e^{ik'x}$$

  $$k = \sqrt{2mE}/\hbar; \quad k' = \sqrt{2m(E-V_0)}/\hbar$$

- Reflexions- und Transmissionskoeffizient

  $$R = \left| \frac{k-k'}{k+k'} \right|^2; \quad T = \frac{4k \cdot k'}{(k+k')^2}; \quad R+T=1$$

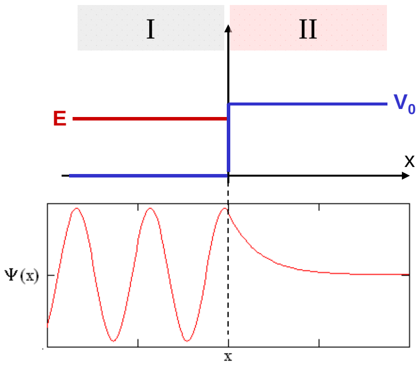
3-5 / 4 CT Potentialbarriere

In welcher Hinsicht unterscheiden sich das Verhalten von klassischen und quantenmechanischen Teilchen an einer Potentialbarriere (V_0 < E)? Im Vergleich zum quantenmechanischen Fall:

1. werden im klassischen Fall mehr Teilchen transmittiert.
2. haben die transmittierten Teilchen im klassischen Fall eine höhere Energie.
3. werden im klassischen Fall Teilchen nicht reflektiert.

3-5 / 5 Potentialstufe

Potentialstufe ($E < V_0$):



- Bereich I: $V = 0$

$$\Psi_I(x) = A \cdot \left(e^{ikx} + \frac{ik+\alpha}{ik-\alpha} e^{-ikx} \right)$$

- Bereich II: $V = V_0$

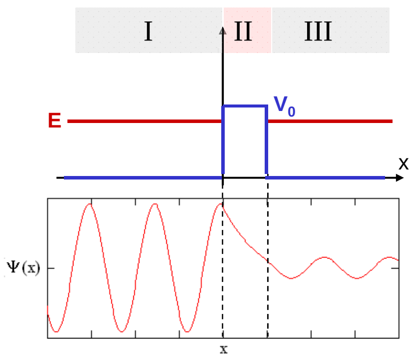
$$\Psi_{II}(x) = A \cdot \frac{2ik}{ik-\alpha} e^{-\alpha x}$$

$$k = \sqrt{2mE} / \hbar; \quad \alpha = \sqrt{2m(V_0 - E)} / \hbar$$

→ vollständige Reflexion aber kurzreich-weitiges Eindringen in Bereich II.

3-5 / 6 Rechteckige Potentialbarriere

Potentialstufe ($E < V_0$):



- Bereich I, III:
  ebene Wellen
  $k = \sqrt{2mE} / \hbar$
- Bereich II:
  exponentieller Abfall
  $\alpha = \sqrt{2m(V_0 - E)} / \hbar$

  → Transmission durch klassisch verbotenes Gebiet.

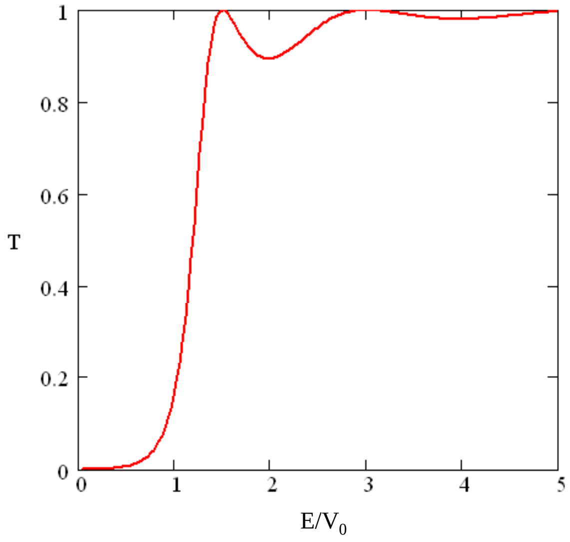
- Reflexions- und Transmissionskoeffizient:

$$T = \frac{k \cdot |A'|^2}{k \cdot |A|^2} = \frac{1 - E/V_0}{1 - E/V_0 + (V_0/4E) \cdot \sinh^2(\alpha \cdot a)}$$

$$\approx \frac{16E}{V_0^2}(V_0 - E) \cdot e^{-2\alpha \cdot a} \quad \text{für} \quad \alpha \cdot a >> 1$$

3-5 / 7 Rechteckige Potentialbarriere

Transmissionskoeffizient: $T = \dfrac{1 - E/V_0}{1 - E/V_0 + (V_0/4E)\cdot \sinh^2(\alpha \cdot a)}$

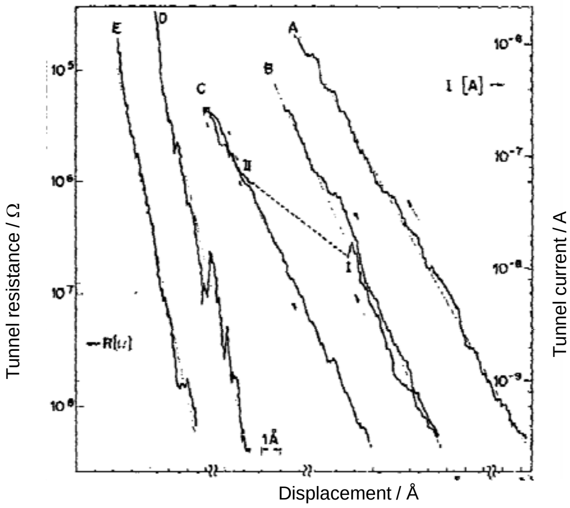


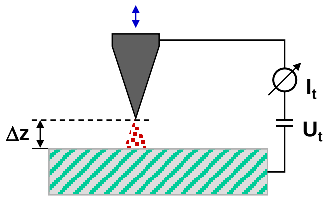
3-5 / 8 CT Tunneleffekt

Ein Strahl von Protonen und ein Strahl von Elektronen mit identischer kinetischer Energie E und gleicher Teilchendichte treffen auf dieselbe Potentialbarriere V_0 > E. Dann werden in einem hinter der Barriere stehenden Detektor:

1. mehr Protonen als Elektronen registriert.
2. gleich viel Protonen und Elektronen registriert.
3. mehr Elektronen als Protonen registriert.

Tunnelmikroskop $\rightarrow$ kontrollierbarer Abstand





G. Binnig, H. Rohrer, et al., Appl. Phys. Lett. 40, 178 (1982)