

Quantenmechanische Behandlung des harmonischen Oszillators:

- Anwendung: Beschreibung von Schwingungen
 - Molekülphysik
 - Festkörperphysik
 - Licht
- Energieeigenwerte und Eigenfunktionen → Schrödingergleichung:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + \frac{k}{2} x^2 \cdot \Psi(x) = E \Psi(x); \quad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{m}{2} \omega^2 x^2 \right] \cdot \Psi(x) = E \Psi(x)$$

Dimensionslose Form:

$$\frac{1}{2} \left[-\frac{d^2}{d\xi^2} + \xi^2 \right] \varphi(\xi) = \varepsilon \varphi(\xi) \quad x = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \cdot \xi; \quad \varepsilon = \frac{E}{\hbar\omega}$$

Ergebnisse:

- Energieeigenwerte: $E_n = (n + \frac{1}{2}) \cdot \hbar\omega; \quad n = 0, 1, 2, \dots$
- stationäre Wellenfunktionen:

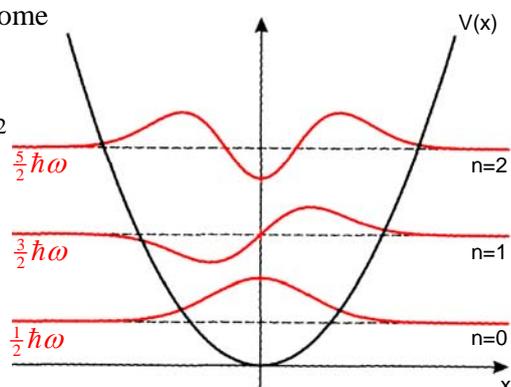
$$\Psi_n(x) = \left(\frac{a}{\sqrt{\pi} \cdot 2^n \cdot n!} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot H_n(ax) \cdot e^{-a^2 x^2 / 2} \quad a^2 \equiv m\omega / \hbar$$

 $H_n \equiv$ hermitische Polynome

$$\Psi_2(x) = \left(\frac{a}{8\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot (4a^2 x^2 - 2) \cdot e^{-a^2 x^2 / 2}$$

$$\Psi_1(x) = \left(\frac{a}{2\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 2ax \cdot e^{-a^2 x^2 / 2}$$

$$\Psi_0(x) = \left(\frac{a}{\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-a^2 x^2 / 2}$$



Im Demtröder finden Sie die gezeigte Abbildung zum quantenmechanischen harmonischen Oszillator. In welchem Zustand ist gemäß dieser Abbildung die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen an der Position der Potentialminimums zu finden, am größten?

1. Grundzustand
2. Erster angeregter Zustand
3. Zweiter angeregter Zustand
4. Dritter angeregter Zustand
5. Sehr hoch angeregter Zustand

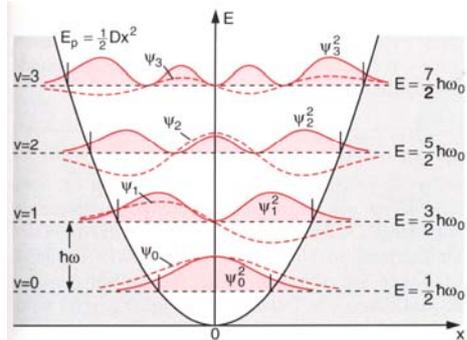


Abb. 4.19. Äquidistante Energieniveaus und Quadrate der Wellenfunktion im Parabelpotential des harmonischen Oszillators