

Physik der Materie I, WS 2018/2019 - Übungsblatt 5

Übungstermin: 5.12.2018

Aufgabe 1

Untersuchen Sie die Wellenfunktion eines eindimensionalen harmonischen Oszillators im Grundzustand:

$$\Psi_0(x) = \left(\frac{a}{\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-a^2 x^2 / 2}$$

- Zeigen Sie explizit, dass die Wellenfunktion einen Eigenzustand der stationären Schrödinger-Gleichung darstellt.
- Berechnen Sie den zugehörigen Erwartungswert der potentiellen Energie.
- Berechnen Sie den Erwartungswert der kinetischen Energie und zeigen Sie, dass die Summe der Erwartungswerte für potentielle und kinetische Energie gleich der Gesamtenergie ist.

Aufgabe 2

Ein Elektron der Energie E treffe auf eine rechteckige Potentialbarriere der Höhe V_0 und Breite a . Zeigen Sie, dass ein Elektron der Energie $E = V_0 + \pi^2 \hbar^2 / (2ma^2)$ die Barriere mit 100% Wahrscheinlichkeit überwindet.

Hinweis: Die in der Vorlesung angegebene Formel für die Transmissionswahrscheinlichkeit durch eine rechteckige Barriere gilt auch für $E > V_0$.

Aufgabe 3

Bei der spektroskopischen Untersuchung der Übergänge zwischen verschiedenen Schwingungszuständen bzw. verschiedenen Rotationszuständen von Molekülen misst man die Absorption elektromagnetischer Strahlung bei bestimmten Photonenenergien (typischerweise angegeben in Einheiten der Wellenzahl k), die genau dem energetischen Abstand zwischen benachbarten Energieniveaus E_n bzw. E_m entsprechen (d.h. die zugehörigen Quantenzahlen n bzw. m ändern sich bei der Absorption des Photons um genau 1).

- Geben Sie zunächst grundsätzlich für Schwingungs- sowie für Rotationsspektren eines Gases aus zweiatomigen Molekülen an, wie viele solche „Absorptionslinien“ jeweils in den Spektren beobachtet werden und welche energetischen Abstände diese voneinander haben. Nehmen Sie dabei an, dass alle der möglichen Schwingungs- bzw. Rotationszustände mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit im Gas vorkommen.
- Im Schwingungsspektrum von CO wird Absorption bei einer Wellenzahl von 2170 cm^{-1} beobachtet, in dem von NO Absorption bei 1904 cm^{-1} . Bestimmen Sie damit für beide Moleküle die Kraftkonstante der Bindung.
- Im Rotationsspektrum von $^{35}\text{Cl}^{19}\text{F}$ wird zwischen den beiden Absorptionslinien mit den niedrigsten Photonenenergien ein Unterschied von $0,374 \text{ cm}^{-1}$ beobachtet. Bestimmen Sie für dieses Molekül das Trägheitsmoment bezüglich des Schwerpunkts sowie die Bindungslänge.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass sich die Moleküle jeweils durch einen harmonischen Oszillator bzw. durch einen freien Rotator mit festem Abstand beschreiben lassen, dessen Masse die entsprechende reduzierte Masse μ des Moleküls ist.