Physik der Materie I, WS 2018/2019 - Übungsblatt 6

Übungstermin: 12.12.2018

Aufgabe 1

Das He^+ Ion hat wasserstoffähnliche Energiezustände.

a) Berechnen Sie die Ionisationsenergie von He^+.

b) Berechnen Sie die Wellenlänge, Wellenzahl und Photonenenergie der Balmer α Linie, d.h. des Übergangs von $n = 2$ zu $n = 3$.

c) Welchen Radius hat für He^+ die Bohrsche Bahn mit $n = 100$?

Aufgabe 2

Ein Wannier-Exziton ist ein Zustand in einem Halbleiter, bei dem ein Elektron an eine effektive positive Ladung $+e_0$ („Loch") gebunden ist. Solche Zustände können mit dem Bohrschen Atommodell beschrieben werden, wobei die effektiven Massen μ und die Dielektrizitätskonstante ε_r des halbleitenden Festkörpers (d.h. des umgebenden Mediums) berücksichtigt werden müssen. Als Beispiel sollen im folgenden Wannier-Exzitonen in CuO_2 betrachtet werden ($\mu = 0{,}7\, m_e$, $\varepsilon_r \approx 10$).

a) Modifizieren Sie zunächst die allgemeine Formeln für die Berechnung der Energiezustände und der Bohrschen Radien, so dass sie in Gegenwart eines homogenen dielektrischen Mediums angewendet werden können.

b) Berechnen Sie Energie (in Einheiten der Ionisationsenergie von Wasserstoff $R_y{}' = 13.6$ eV) und Radius für den Grundzustand (in Einheiten des Bohrschen Radius $a_0 = 0.529$ Å).

c) In welchem Bereich des elektromagnetischen Spektrums würde man die energetische Anregung dieser Exzitonen aus dem Grundzustand in höhere Zustände beobachten?

Aufgabe 3

Die Radialwellenfunktionen R_{nl} entsprechen für den Fall, dass $l = n - 1$ ist, den Kreisbahnen des Bohrschen Atommodells. Sie haben die Form:

$$R_{nl}(\rho) = N \cdot \rho^{n-1} \cdot e^{-\rho/2}$$

wobei $\rho = 2r/(n \cdot a_0)$ (mit Bohrschem Radius a_0) und N ein Normierungsfaktor ist.

a) Zeigen Sie, dass das Maximum der radialen Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte $W_{nl}(r) = r^2 R_{nl}^2$ genau bei den Bahnradien r_n des Bohrschen Atommodells liegt.

b) Berechnen Sie den mittleren Bahnradius eines Elektrons im Grundzustand $n = 1$, $l = 0$ über:

$$\langle r \rangle = \frac{\int_0^\infty r \cdot W_{nl}(r)\,dr}{\int_0^\infty W_{nl}(r)\,dr}$$

c) Wie groß ist $\langle r \rangle / a_0$?