

Physik der Materie I, WS 2018/2019 - Übungsblatt 7

Übungstermin: 19.12.2018

Aufgabe 1

Bildpotentialzustände sind Zustände von Elektronen, die sich vor einer Metalloberfläche befinden und im Potential ihrer Spiegelladung gebunden sind. Diese können sich in einem einfachen Modell, das einem eindimensionalen Wasserstoffatom entspricht, beschreiben lassen.

- Nehmen Sie dazu an, dass sich das Elektron nur entlang der z -Achse bewegen kann, sich nur vor der Oberfläche aufhält (d.h. $z \geq 0$) und im Coulombpotential einer positiven Elementarladung bei $z = 0$ gebunden sei. Stellen Sie für dieses System den Hamiltonoperator und die stationäre Schrödingergleichung auf.
- Zeigen Sie, dass die Wellenfunktion $\psi_1(z) = 2 z_0^{-3/2} \cdot z \cdot e^{-z/z_0}$ mit $z_0 \equiv 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 m^{-1} e^{-2}$ einen stationären Zustand des Systems beschreibt, und bestimmen Sie die zugehörige Bindungsenergie E_1 des Elektrons. Eine numerische Berechnung von E_1 ist dabei nicht notwendig.
- Sind die potentielle und die kinetische Energie des Elektrons in diesem Zustand jeweils zeitlich konstant? Begründen Sie Ihre Antwort.
- In welcher Entfernung z von der Oberfläche ist das Elektron im Zustand $\psi_1(z)$ mit größter Wahrscheinlichkeit zu finden?
- Berechnen Sie für $\psi_1(z)$ den Erwartungswert $\langle z \rangle$ der Position des Elektrons in z -Richtung.

Aufgabe 2

Die Energiezustände von wasserstoffähnlichen Ionen (d. h. mit nur einem Elektron) werden bei Berücksichtigung der Feinstruktur durch

$$E_{nj} = E_n \cdot \left[1 + \frac{Z^2 \alpha^2}{n} \left(\frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right) \right]$$

beschrieben. Dabei ist $\alpha = e^2 / (4\pi\rho\epsilon_0 \hbar c)$ die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante und E_n (mit $E_n < 0$) sind die Bohrschen Energieniveaus.

- Zeigen Sie, dass der Korrekturterm für keinen möglichen Wert der Quantenzahlen n und j verschwindet, sondern stets zu einer Absenkung gegenüber dem unkorrigierten Wert führt.
- In wie viele Energieniveaus spalten für ein einfach ionisiertes Heliumion (He^+) die Terme, die zu den Hauptquantenzahlen $n = 3$ und $n = 4$ gehören, durch die Feinstruktur-Wechselwirkung auf?
- Skizzieren Sie die Lage dieser Niveaus relativ zu den unverschobenen Termen (bezeichnen Sie diese dabei jeweils mit korrekter Termnotation) und geben Sie den Betrag der Verschiebung an.
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Auswahlregeln $\Delta l = \pm 1$, $\Delta j = 0, \pm 1$ die erlaubten Übergänge zwischen diesen Niveaus.

Aufgabe 3

Berechnen Sie den Winkel zwischen Bahndrehimpuls und Gesamtdrehimpuls für Elektronen im $3d_{3/2}$ Zustand des Wasserstoffatoms.