

## Thema: Verhalten ruhender idealer Flüssigkeiten

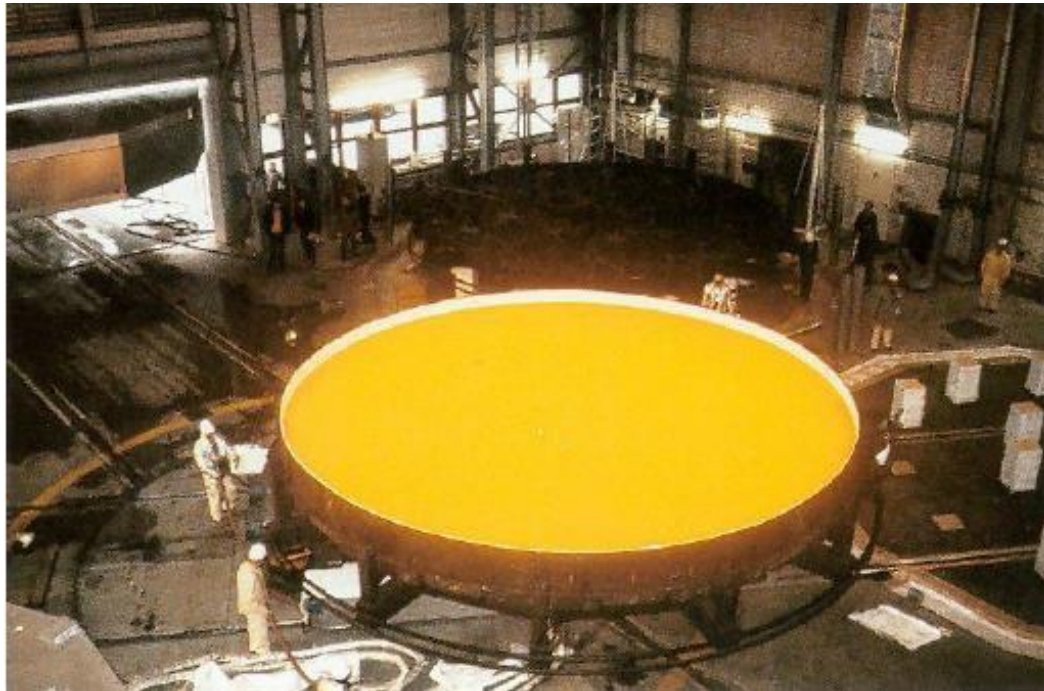
Eine ideale Flüssigkeit hat einen Schubmodul  $G = 0$

Themen:

- Kräfte und Drücke in Flüssigkeiten
- Auftrieb und Schwimmen von Körpern
- Flüssigkeitsgrenzflächen, Oberflächenspannung

Wegen  $G = 0$  können an Flüssigkeitsoberflächen keine Tangentialkräfte auftreten  
→ Flüssigkeitsoberfläche ist senkrecht zur wirkenden Kraft

Anwendung: Herstellung von Parabolspiegeln



T. Döhring et al., in: Advanced Optical and Mechanical Technologies in Telescopes and Instrumentation, E. Atad-Ettinger, D. Lemke (Ed.), Proc. of SPIE Vol. 7018, 70183B (2008)

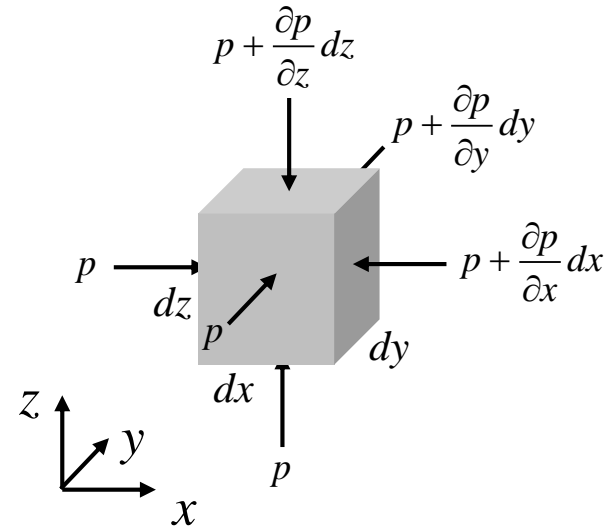
Wirkender **Druck an Oberfläche/Grenzfläche** der Flüssigkeit:  $p \equiv \frac{|\vec{F}_n|}{A}$

### Druck im Innern einer Flüssigkeit:

Betrachte Volumenelement  $dV \equiv dx \cdot dy \cdot dz$

→ Kraft auf  $dV$  ist:

$$d\vec{F} = -\vec{\nabla}p \cdot dV = - \begin{pmatrix} \partial p / \partial x \\ \partial p / \partial y \\ \partial p / \partial z \end{pmatrix} \cdot dV$$



Ruhendes Volumenelement ( $d\vec{F} = 0$ ):

$p = \text{konst.}$  in gesamter Flüssigkeit

(falls weitere Kräfte, z.B. Gewichtskraft, vernachlässigbar sind)

→ gleicher Druck auf alle Wände des Gefäßes

Wirkender **Druck an Boden eines Gefäßes**, das mit einer Flüssigkeit der Dichte  $\rho$  gefüllt ist, deren Kompressibilität vernachlässigt werden kann:

$$\kappa = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} \approx 0$$

Dann gilt:

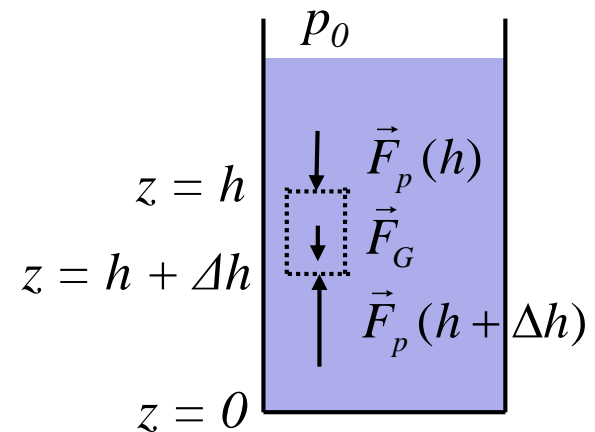
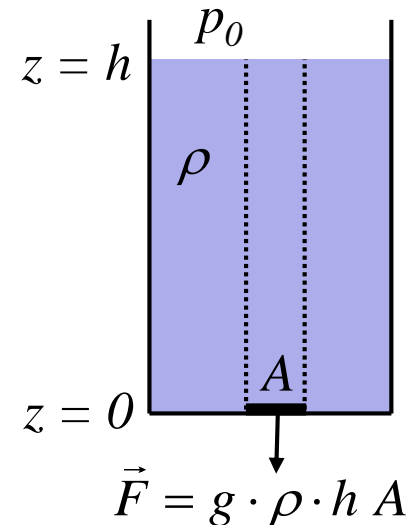
$$p(0) = \underbrace{\rho \cdot g \cdot h}_{\text{Schweredruck}} + p_0$$

Schweredruck

In Höhe  $z$  ist Druck:  $p(z) = \rho \cdot g \cdot (h - z) + p_0$

Im Inneren einer Flüssigkeit in einem homogenen Schwerfeld kompensieren sich für jedes beliebige Volumenelement die durch die darauf wirkenden Schweredrucke verursachten Kräfte mit der Gewichtskraft:

$$|\Delta \vec{F}_p| = |\Delta \vec{F}_p(h + \Delta h)| - |\Delta \vec{F}_p(h)| = g \cdot \rho \cdot \Delta h A = |\vec{F}_G|$$



Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite eines Körpers der Dichte  $\rho_K$ , der sich im Inneren der Flüssigkeit der Dichte  $\rho_{Fl}$  befindet:

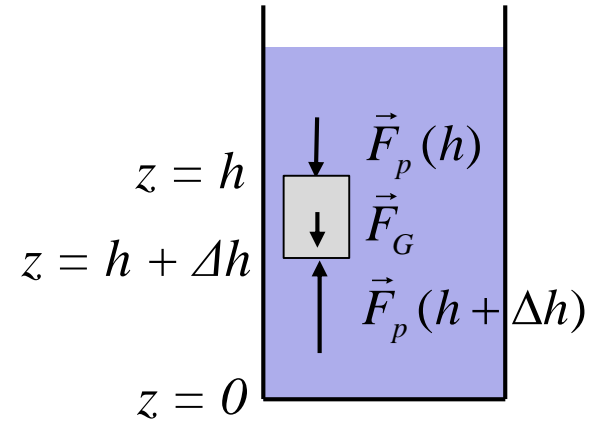
$$\Delta p = g \cdot \rho_{Fl} \cdot \Delta h$$

→ Resultierende **Auftriebskraft**:

$$\begin{aligned} \vec{F}_A &= g \cdot \underbrace{\rho_{Fl} \cdot \Delta h \cdot A}_{V_K} \cdot \vec{e}_z = -\vec{F}_{G, \text{Flüssigkeit}} \\ &= \rho_{Fl} \cdot V_K \end{aligned}$$

### Archimedisches Prinzip:

Ein eingetauchter Körper verliert durch Auftrieb scheinbar so viel Gewicht, wie die von ihm verdrängte Flüssigkeit wiegt.



Health & Household › Medical Supplies & Equipment › Mobility & Daily Living Aids › Mobility Aids & Equipment › Lift Chairs

## Lower Priced Items to Consider



ProBasics Patient Lift - Hydraulic Patient Body Lift For In Home Use - Heavy Duty, Lifts Up to 450 lbs.

★★★★☆ 39

\$378<sup>99</sup> ✓prime

Is this feature helpful?



Drive Medical Whisper Ultra Quiet Bath Lift, Blue

★★★★☆ 325

\$399<sup>99</sup> ✓prime



Lumex Splash and Remote

★★★★☆

\$501<sup>49</sup> ✓prime



## Mangar Archimedes Bath Lift

by Mangar

★★★★☆ 13 ratings | 38 answered questions

Available from these sellers.

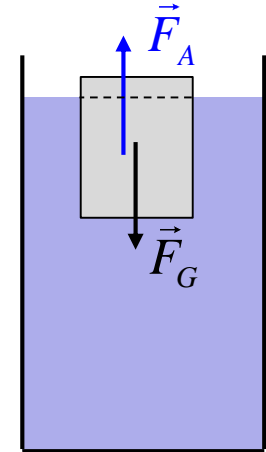
- Great alternative to a walk-in bath
- Simple to fit or remove – separates into three pieces
- Safety feature: will only lower you into the bath when there is sufficient battery power to raise you back out again
- Lifts up to 364lbs
- Fully waterproof hand control

[Compare with similar items](#)

[Report incorrect product information.](#)

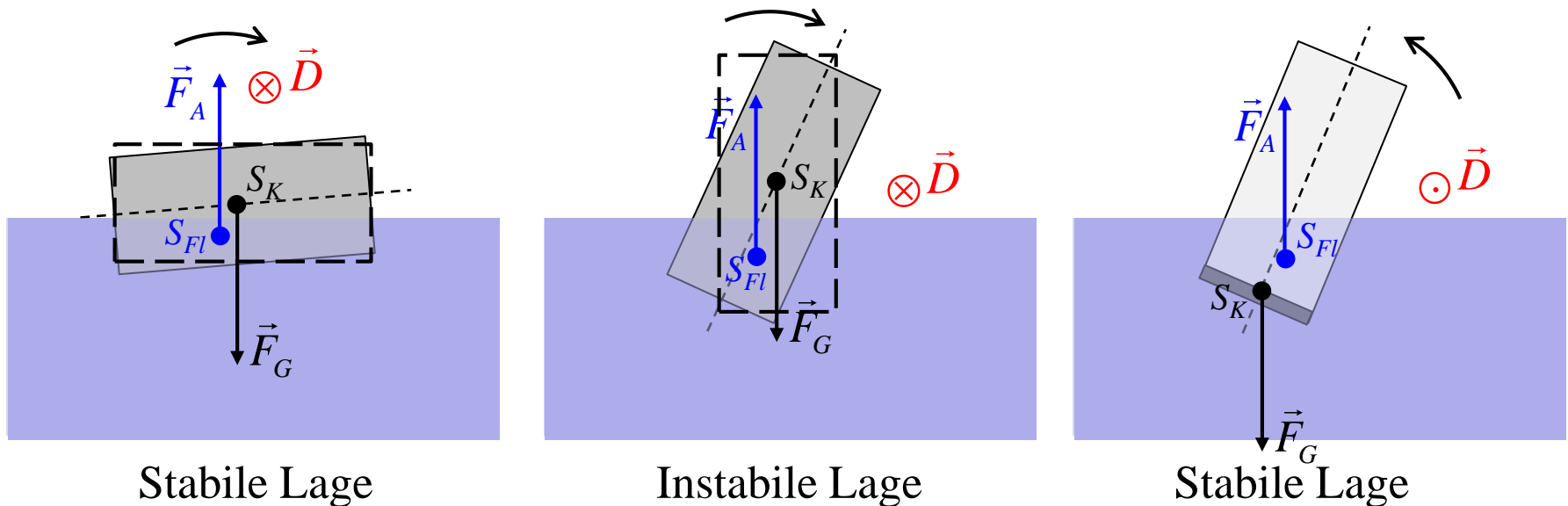
Gesamtkraft auf Körper:  $\vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_A = -g \cdot (\rho_K - \rho) \cdot V_K \cdot \vec{e}_z$

Ist die (mittlere) Dichte  $\rho_K$  des Körpers kleiner als die der Flüssigkeit, schwimmt der Körper, wobei er so tief eintaucht, dass  $|\vec{F}_A| = |\vec{F}_G|$



Gewichtskraft greift am Schwerpunkt  $S_K$  des Körpers an,  
Auftriebskraft an Schwerpunkt  $S_{Fl}$  der verdrängten Flüssigkeit

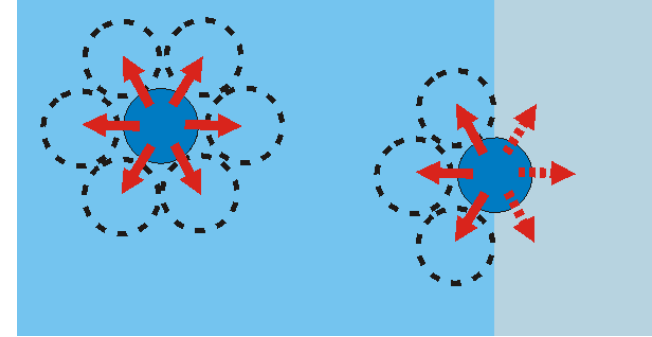
→ Drehmoment, das Stabilität des Schwimmers gegen Umkippen bestimmt



Die Bildung einer Flüssigkeitsgrenzfläche erfordert eine Arbeit  $W$  pro Fläche  $A$   
 → Oberflächen-/Grenzflächenspannung  $\gamma$  mit  $dW = \gamma \cdot dA$  (Einheit  $\text{Jm}^{-2}$ )

### Ursprung:

kohäsive Kräfte zwischen den Molekülen in der Phase



### Typische Werte:

- Wasser - Luft:  $72 \cdot 10^{-3} \text{ Jm}^{-2}$
- Benzol - Luft:  $29 \cdot 10^{-3} \text{ Jm}^{-2}$
- Benzol - Wasser:  $35 \cdot 10^{-3} \text{ Jm}^{-2}$
- Quecksilber - Luft:  $486 \cdot 10^{-3} \text{ Jm}^{-2}$

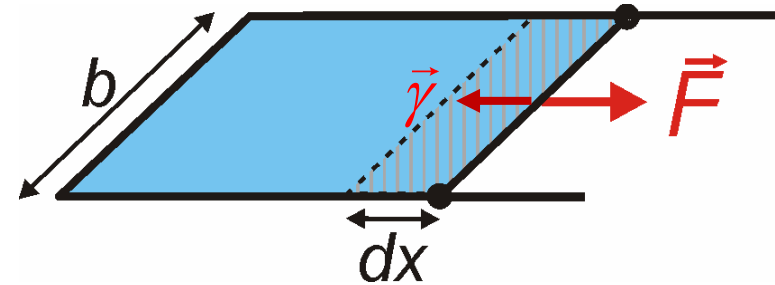
### Alternative Bedeutung der Grenzflächenspannung:

Kraft  $\vec{F}$  auf Randlinie der Phasengrenze pro Einheitslänge (Einheit  $\text{N/m}$ )

→ Arbeit, um Film aufzuziehen:

$$dW = 2\gamma \cdot dA = 2\gamma \cdot b \cdot dx$$

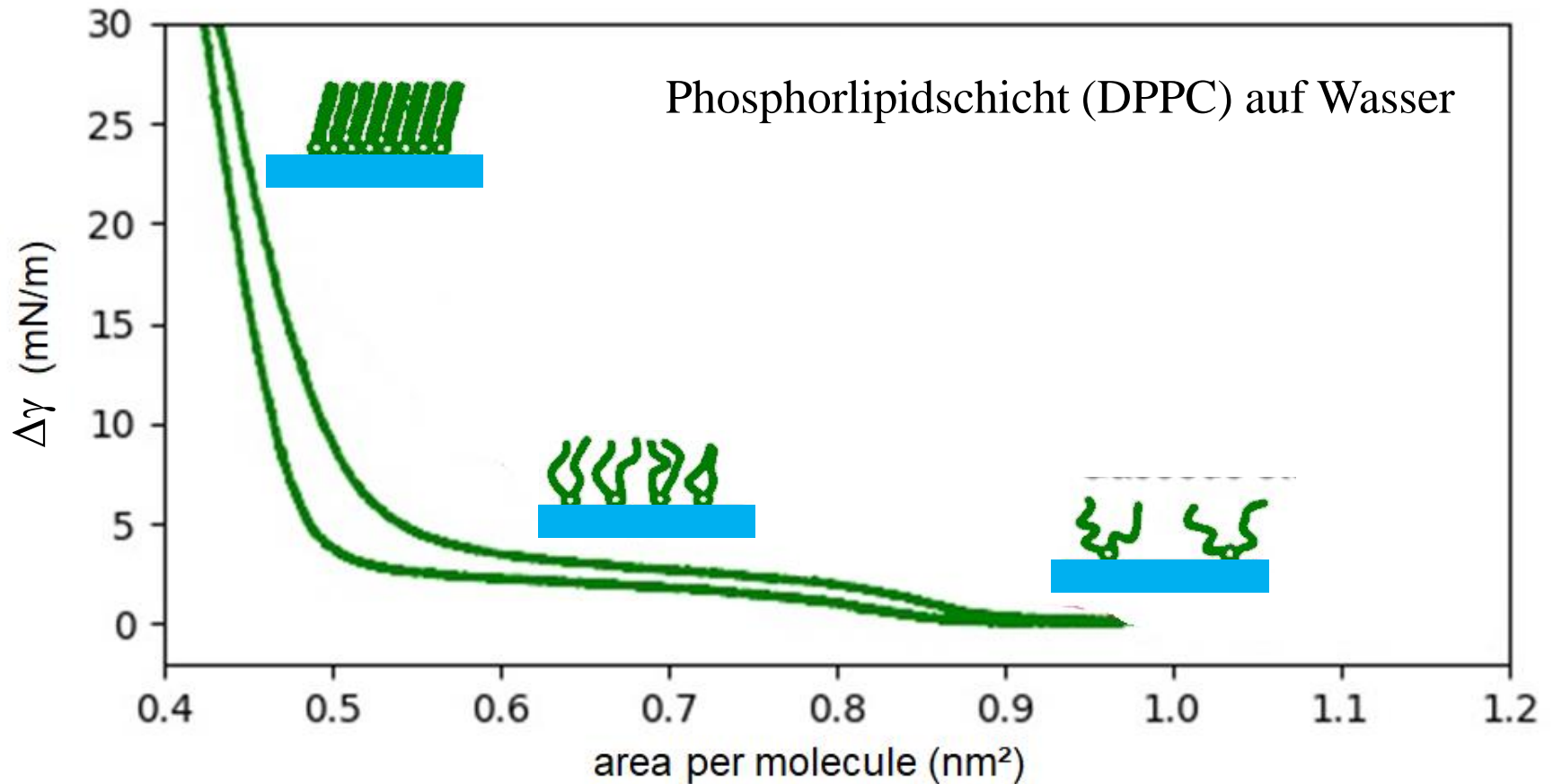
$$\rightarrow |\vec{F}| = \left| \frac{dW}{dx} \right| = 2\gamma \cdot b$$



$\gamma$  kann als Vektor in Richtung  $-\vec{F}$  aufgefasst werden  
 (d.h. liegt in Ebene der Grenzfläche, senkrecht zur Randlinie).



## Änderung der Oberflächenspannung in Biomembranen



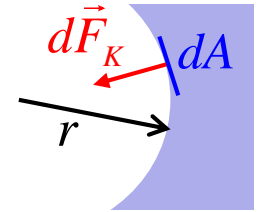
Auf gekrümmte Flüssigkeitsoberflächen, die mit den Radien  $r_1$  und  $r_2$  entlang zueinander orthogonaler Richtungen beschrieben werden können, wirkt ein Krümmungsdruck

$$\Delta p_K = \frac{|d\vec{F}_K|}{dA} = \gamma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

Die Kraft zeigt dabei immer von der konkaven Seite der Grenzfläche weg.

Für eine kugelförmige Oberfläche mit Radius  $r$  ist die Druckerhöhung folglich

$$\Delta p_K = \frac{2\gamma}{r}$$



## Definierte Winkel an Kontaktlinie zwischen 3 Phasen im Gleichgewicht

### 1) 3 fluide Phasen

(linsenförmiger Tropfen)

Aus Kompensation der Kräfte folgt:

$$\vec{\gamma}^{AB} + \vec{\gamma}^{BC} + \vec{\gamma}^{AC} = 0$$

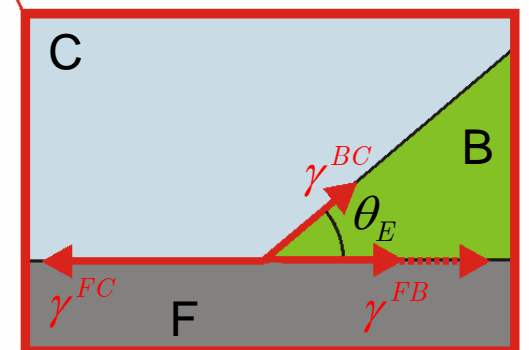
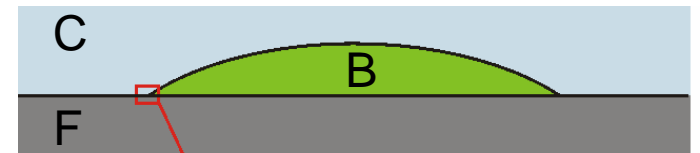
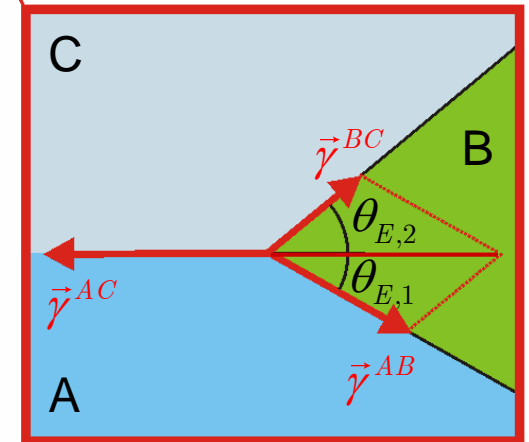
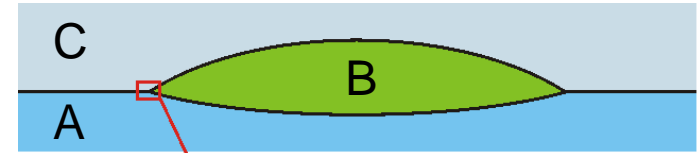
→ Kontaktwinkel:

$$\theta_{E,1} = \cos^{-1} \left[ \frac{(\gamma^{AB})^2 + (\gamma^{AC})^2 - (\gamma^{BC})^2}{2\gamma^{AB}\gamma^{AC}} \right]$$

### 2) 1 feste, 2 fluide Phasen

Festkörper kann sich nicht (makroskopisch) deformieren → Kompensation der in die Festkörperoberfläche projizierten Kräfte:

$$\underline{\gamma^{FC} = \gamma^{FB} + \gamma^{BC} \cos \theta_E}, \text{ Young'sche Gleichung}$$



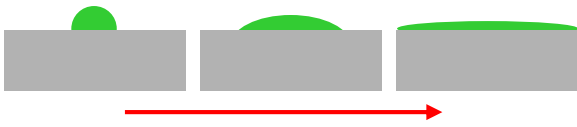
Energiedifferenz zwischen unbedecktem und bedecktem Substrat beschrieben durch Ausbreitungsparameter  $S = \gamma^{FC} - (\gamma^{FB} + \gamma^{BC})$

Davon abhängig drei Fälle:

**Vollständige Benetzung:**

$$S \geq 0 \rightarrow$$

Kontaktwinkel  $\theta_E = 0$



**Teilweise Benetzung:**

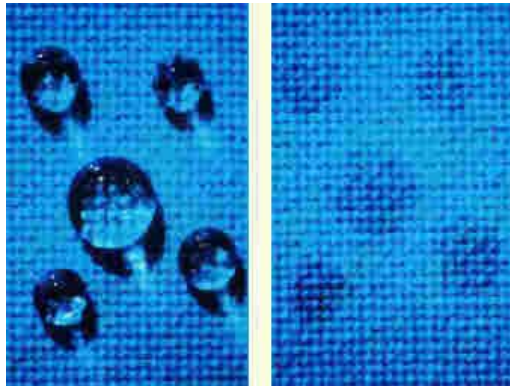
$$S < 0 \rightarrow S = \gamma^{BC} (\cos \theta_E - 1)$$

Kontaktwinkel  $0 < \theta_E < 90^\circ$



**Nicht benetzend:**

Kontaktwinkel  $90^\circ < \theta_E < 180^\circ$



reines Wasser

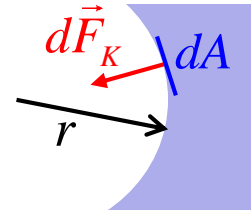
mit Seife

Lotuseffekt

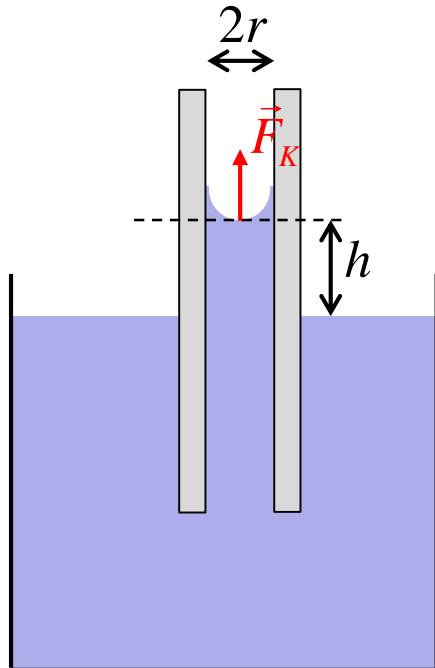


Kapillarität bezeichnet das Phänomen des Aufstiegs (oder Absinkens) des Flüssigkeitsspiegel in dünnen Röhrchen aufgrund von Oberflächenspannung und Benetzung mit Kontaktwinkel  $\theta_E$ .

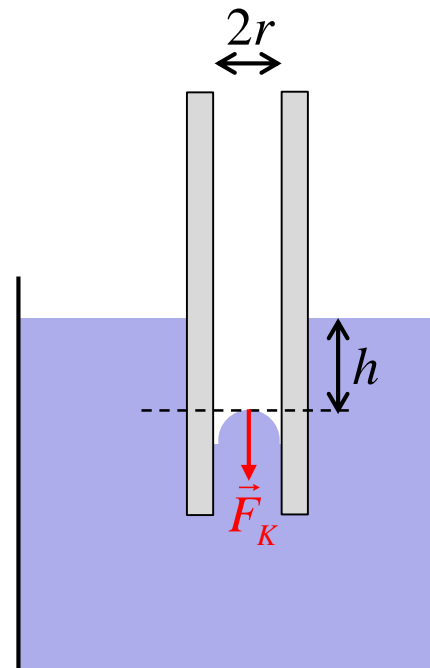
Bei einem Rohrradius  $r$  ist der Krümmungsradius der Flüssigkeit  $\frac{r}{\cos \theta_E}$



→ Steighöhe  $h = \frac{2\gamma \cos \theta_E}{r \cdot g \cdot \rho}$ ;  $\rho \equiv$  Dichte der Flüssigkeit



benetzend



nicht-benetzend