

- Messung der Temperatur („Thermometer“)
- Wärme:
 - phänomenologische Beobachtungen
 - mikroskopische Erklärung
- Innere Energie
- Latente Wärme / Phasenübergänge

Definition der Temperatur mittels idealer Gase (mit 3 Freiheitsgraden):

$$T \equiv \frac{2}{3} \frac{\overline{E_{kin}}}{k_B} = \frac{m}{3k_B} \overline{v^2}$$

Für die experimentelle Messung der Temperatur ist die Zustandsgleichung des idealen Gases nützlicher:

$$p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T$$

→ Messung gegenüber Bezugspunkt (V_0, p_0, T_0).

Bs.: $p_0 = 1 \text{ bar}$, $T_0 = 273,15 \text{ K}$ (0° C), 1 Mol ($N = N_A$) → $V_0 = 22,4 \text{ dm}^3$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Temp. } T : pV = N k_B T \\ \text{Ref. } T_0 : p_0 V_0 = N k_B T_0 \end{array} \right\} \frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}$$

Temperaturmessung über Messung der Änderung des Volumens (ΔV) bzw. der Änderung des Drucks (Δp) von Gasen gegenüber Referenzpunkt:

→ Bei konstantem Druck p ändert sich $V \propto T$, d.h. die relative Volumenänderung $\Delta V/V_0$ gegenüber einer Referenztemperatur T_0 ist ($V_0 = V(T_0)$):

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{T}{T_0} - 1 = \frac{\Delta T}{T_0}; \quad \Delta T \equiv T - T_0$$

$$\Delta V = V - V_0$$

→ Bei konstantem Volumen V ändert sich $p \propto T$, d.h. die relative Druckänderung $\Delta p/p_0$ gegenüber einer Referenztemperatur T_0 ist ($p_0 = p(T_0)$):

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{T}{T_0} - 1 = \frac{\Delta T}{T_0} \quad (\text{Gay-Lussac Gesetz})$$

4 / 4 Experiment: Volumenänderung mit der Temperatur

Volumenänderung von Luft während Temperaturänderung bei konstantem Druck



4 / 5 Experiment: Druckänderung mit der Temperatur

Druckänderung von Luft während Temperaturänderung bei konstantem Druck

(Gasthermometer nach Gay-Lussac)

$$\Delta T = 1 \text{ K} = \Delta p = \frac{p_0}{T_0} = 3,7 \text{ mbar}$$

$$p = \frac{T}{T_0} p_0 = \left(1 + \frac{1}{T_0} \cdot \Delta T \right) p_0 \rightarrow \Delta p = \frac{p_0}{T_0} \cdot \Delta T$$



In der Praxis werden Temperaturen über bekannte temperaturabhängige Eigenschaften von Materialien gemessen:

- Thermische Ausdehnung von Flüssigkeiten (Hg)

→ Volumenausdehnungskoeffizient:

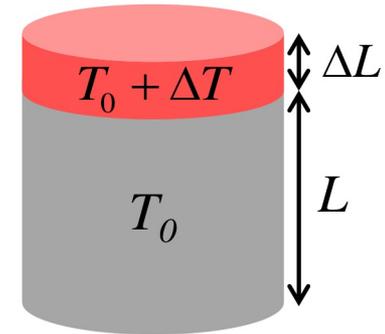
$$\gamma \equiv \frac{\Delta V / V}{\Delta T}$$

Bs.: $\gamma_{\text{Hg}} = 1.8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

- Thermische Ausdehnung von Festkörpern

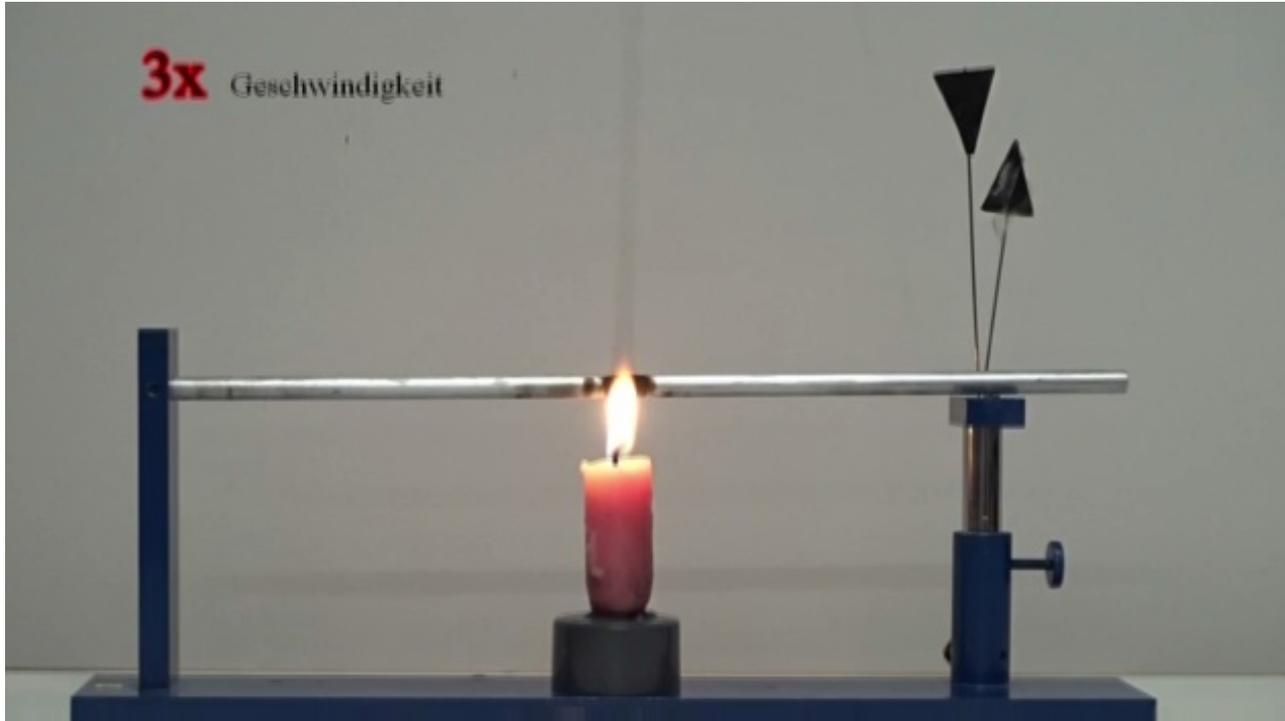
→ linearer Ausdehnungskoeffizient:

$$\alpha \equiv \frac{\Delta L / L}{\Delta T}$$



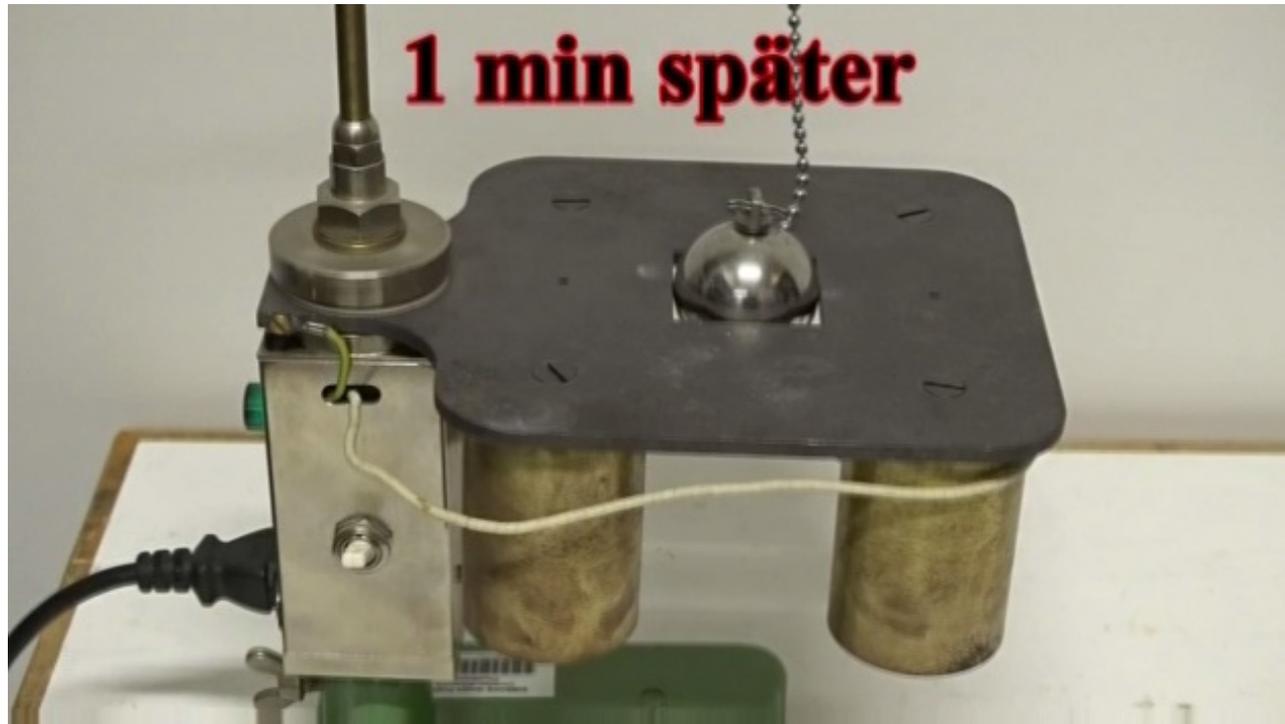
4 / 7 Experiment: thermische Ausdehnung von Festkörpern

Thermische Ausdehnung Aluminiumstab: $\alpha_{Al} = 23,8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$



4 / 8 Experiment: thermische Ausdehnung von Festkörpern

Unterschiedliche thermische Ausdehnung von
Kupfer ($\alpha_{\text{Cu}} = 16,8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) und Eisen ($\alpha_{\text{Fe}} = 12,0 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)



Die meisten Materialeigenschaften sind temperaturabhängig →

Weitere Möglichkeiten zur Temperaturmessung, z.B.:

- Elektrischer Widerstand
- Kontaktspannung zwischen zwei Metallen
- Thermische Strahlung

4 / 10 Experiment: mechanische Erzeugung von Wärme



Führt man einem Stoff die Energie ΔW zu, so beobachtet man eine Temperaturänderung ΔT , die proportional zu seiner Masse M ist. Man nennt die mit Temperaturänderung verbundene Energie die **Wärmemenge** Q , führt ihm also über ΔW die Wärme

$$\Delta Q = \Delta W = C^* \cdot \Delta T = c \cdot M \cdot \Delta T \text{ zu.}$$

Einheit der Wärme ist $[Q] = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ J}$ bzw. früher $1 \text{ Kalorie} = 1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ J}$

Die (materialabhängige) Konstante $C^* = \Delta Q / \Delta T$ nennt man die **Wärmekapazität** des Körpers.

Die auf die Masse bezogene Wärmekapazität $c = C^* / M$ heißt **spezifische Wärme** oder spezifische Wärmekapazität.

$$[c] = 1 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Die Wärmekapazität eines Mols des Materials mit der molaren Masse M_{Mol} nennt man die **spezifische Molwärme** oder **molare Wärmekapazität** $C = c \cdot M_{Mol}$

$$[C] = 1 \text{ J}/(\text{Mol} \cdot \text{K})$$

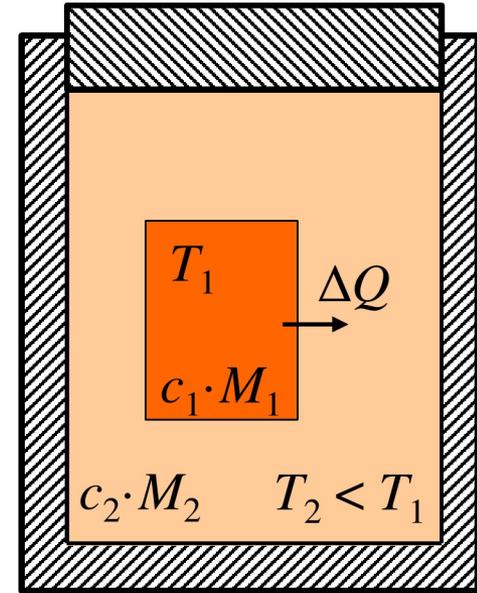
Bs.: Wasser bei 20°C : $c = 4.185 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $C = 75.33 \text{ J Mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Kupfer bei 20°C : $c = 0.383 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $C = 24.34 \text{ J Mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Bringt man zwei Stoffe mit verschiedenen Temperaturen T_1 und T_2 zusammen, fließt Wärme vom Stoff höherer zum Stoff niedrigerer Temperatur, bis beide Körper die gleiche Temperatur aufweisen. Dabei gilt:

$$c_1 \cdot M_1 \cdot (T_1 - T) = \Delta Q = c_2 \cdot M_2 \cdot (T - T_2)$$

Dies kann man im Mischungskalorimeter zur Bestimmung der Wärmekapazität nutzen.



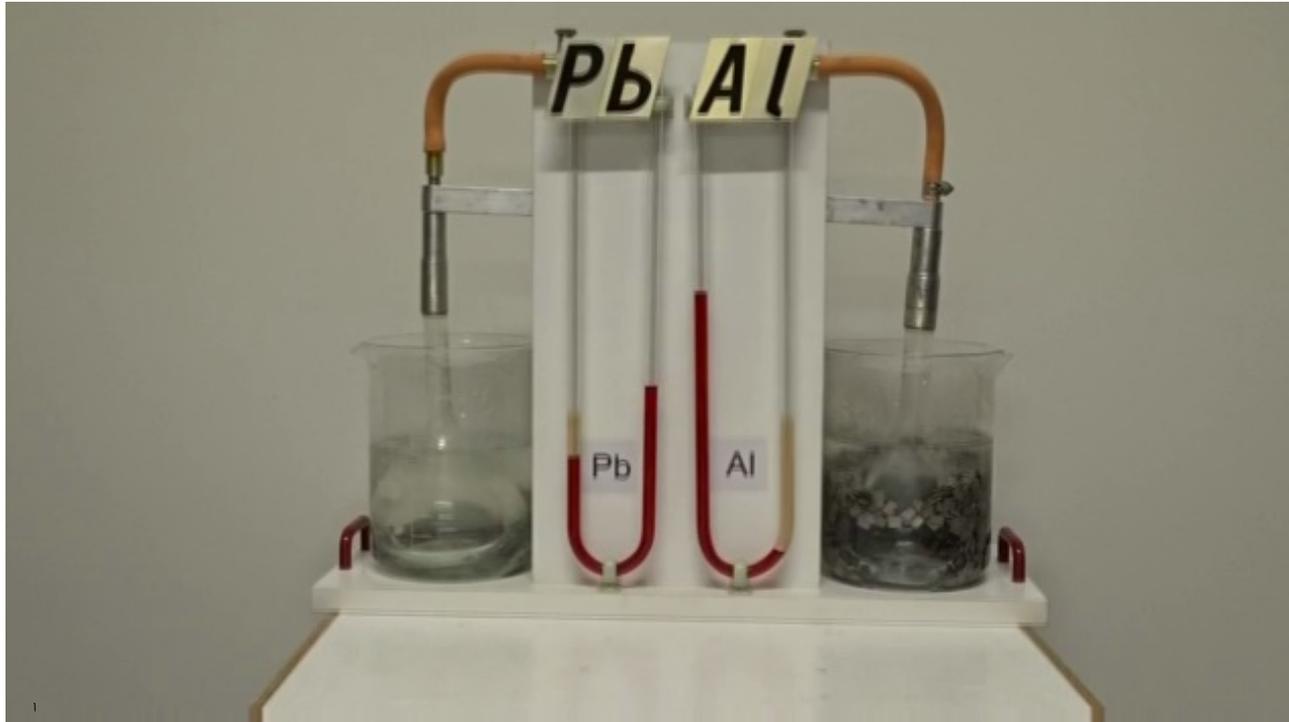
4 / 13 Experiment: Wärmekapazität

$$c_{\text{Pb}} = 0,129 \text{ J / (g K)}$$

$$C_{\text{Pb}} = 26,72 \text{ J / (mol K)}$$

$$c_{\text{Al}} = 0,896 \text{ J / (g K)}$$

$$C_{\text{Al}} = 24,17 \text{ J / (mol K)}$$



Als **innere Energie** U eines Gases bezeichnet man die gesamte kinetische (Translation, Rotation, Schwingung) und potentielle Energie aller seiner N Moleküle.

Für Moleküle mit f Freiheitsgraden besitzt im Mittel jedes Teilchen die Energie

$$\bar{E} = f \cdot \frac{1}{2} k_B T, \text{ so dass gilt:}$$

$$U = N \cdot \frac{1}{2} f \cdot k_B T$$

$$\text{bzw. pro Mol: } U = N_A \cdot \frac{1}{2} f \cdot k_B T = \frac{1}{2} f \cdot RT$$

Bei konstantem Volumen erhöht sich die innere Energie bei Zuführung der Wärmemenge ΔQ pro Mol um:

$$\Delta U = \Delta Q = C_V \cdot \Delta T$$

Die spezifische Molwärme eines Gases bei konstantem Volumen ist daher $C_V = \frac{1}{2} f \cdot R$

Für die spezifische Molwärme eines Gases bei konstantem Druck C_p muss zusätzlich die dabei erfolgende Ausdehnung berücksichtigt werden:

Arbeit, die durch Ausdehnung geleistet wird:

$$dW = p \cdot A \cdot dx = p \cdot dV$$

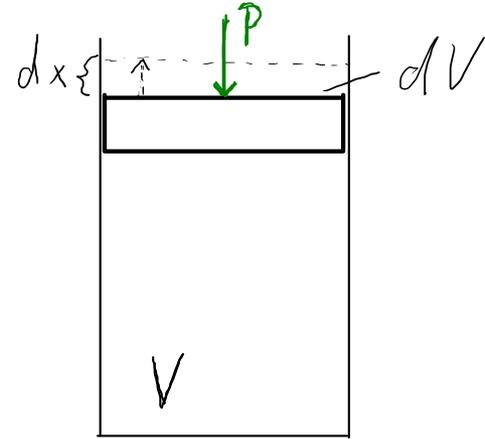
$$dQ = c_v \cdot dT + p \cdot dV$$

Vor Expansion: $pV = RT$ (für 1 Mol)

Nach Expansion: $p(V + dV) = R(T + dT)$

$$p dV = R \cdot dT$$

$$dQ = (c_v + R) \cdot dT = c_p \cdot dT$$

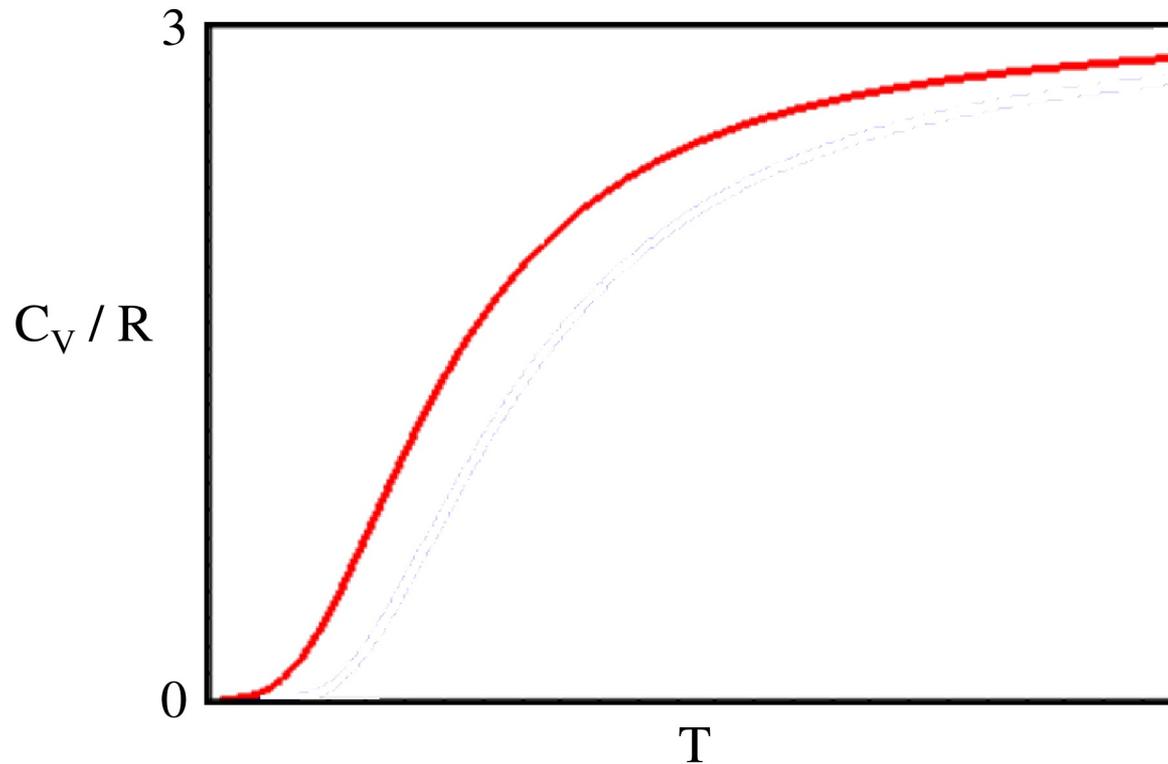


Damit ergibt sich:

$$C_p = c_v + R = \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot R$$

Der Quotient dieser Größen ist der Adiabatenindex $\kappa = \frac{f+2}{f}$

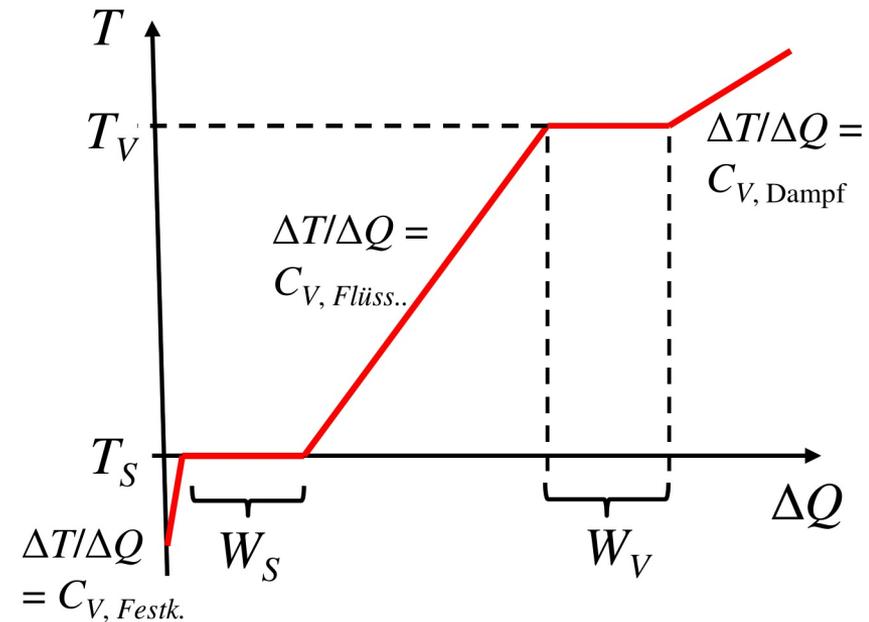
Die spezifische Molwärme von Festkörpern steigt von $C_V(0 \text{ K}) = 0$ auf einen Grenzwert $C_{V, \max} = 3R$ an (Gesetz von Dulong und Petit).



Umwandlungen, bei denen ein Stoff in eine andere Phase übergeht, sind häufig mit zusätzlicher Aufnahme von Wärme verbunden („latente Wärme“). Während solcher Phasenübergänge bleibt die Temperatur trotz Wärmeaufnahme konstant.

Beispiele:

- Schmelzwärme W_S
- Verdampfungswärme W_V



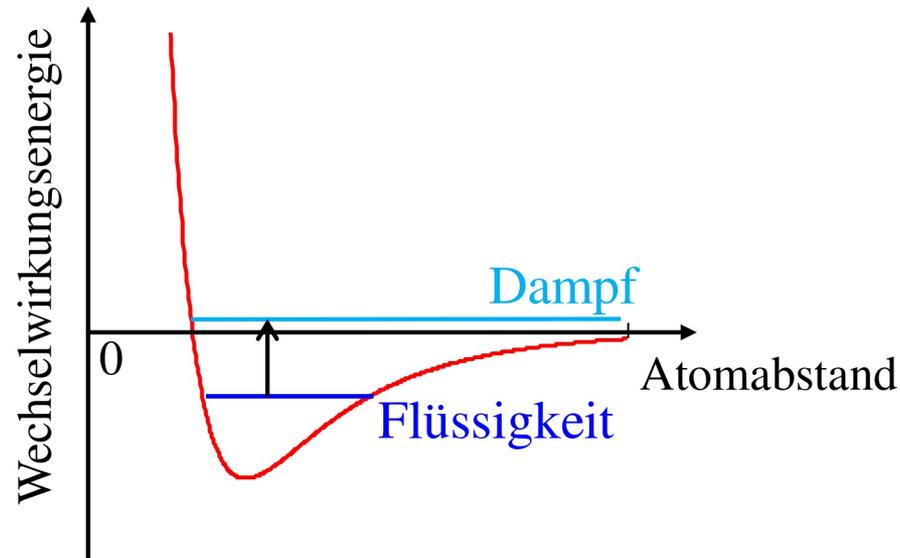
4 / 18 Experiment: Schmelzwärme

Schmelzwärme des Woodschen Metalls (50% Bi, 25% Pb, 12.5% Cd, 12.5% Sn)

$$T_s = 70^\circ\text{C}$$



Mikroskopische Ursache der latenten Wärme ist die für den Phasenübergang notwendige Änderung der potentiellen Energie der Moleküle.



Bs.: Schmelzwärme von Eis $W_S = 333,5 \text{ kJ/kg}$

Verdampfungswärme von Wasser $W_V = 2257 \text{ kJ/kg}$

4 / 20 Experiment: Verdampfungswärme

