Thema: Verhalten strömender Fluide (Flüssigkeiten, Gase)

Annahme:
Homogenes Medium mit beweglichen mikroskopischen Volumenelementen

Flüssigkeiten: (annähernd) inkompressibel, Dichte $\rho_{fl} \approx$ konst.
Gase: kompressibel, Dichte $\rho_g << \rho_{fl}$, bestimmt durch Gasgesetz

Themen:

- Typen von Strömungen
- Quantitative Beschreibung des Strömungsfelds
- Druck in strömenden Fluiden
- Reibungskräfte in Fluiden

Link zur Evaluation der Vorlesung auf Homepage
Losung/TAN: V34RV

Grundlagen

Kräfte auf Volumenelement ΔV des Fluids:

•Räumliche Variation im Druck: $\vec{F}_p = -\vec{\nabla} p \cdot \Delta V$

•Schwerkraft: $\vec{F}_g = \Delta m \cdot \vec{g} = \Delta V \cdot \rho \cdot \vec{g}$

•Reibungskräfte $\vec{F}_R$ bei räumlicher Variation in Fließgeschwindigkeit. Abhängig von Zähigkeit (Viskosität η) des Fluids. Für ideale Flüssigkeiten ist $\eta = 0$.

$\rightarrow$ Newtonsche Bewegungsgleichung für Massenelement $\Delta m = \rho \cdot \Delta V$:

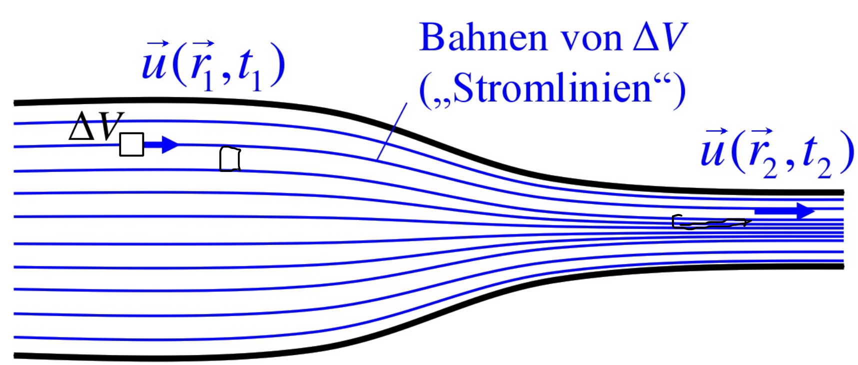
$$\vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_g + \vec{F}_R = \Delta m \cdot \frac{d^2}{dt^2}\vec{r} = \Delta V \cdot \rho \cdot \frac{d}{dt}\vec{u}$$

wobei $\vec{u}$ die Strömungsgeschwindigkeit ist.

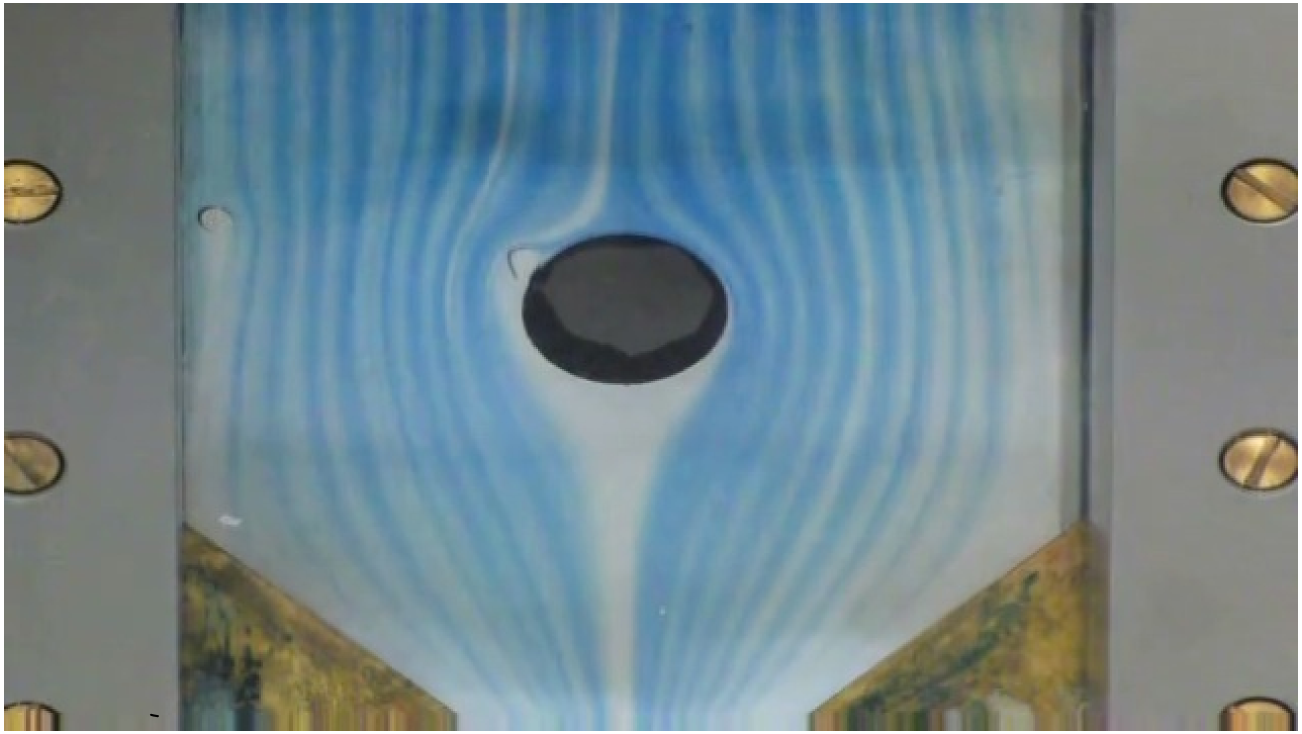
Ist das Geschwindigkeitsfeld $\vec{u}(\vec{r},t) = \vec{u}(\vec{r})$ = zeitlich konstant spricht man von stationärer Strömung.

In diesem Fall ist die Bahn von ΔV

$\vec{r}(t) \,||\, \vec{u}(\vec{r})$

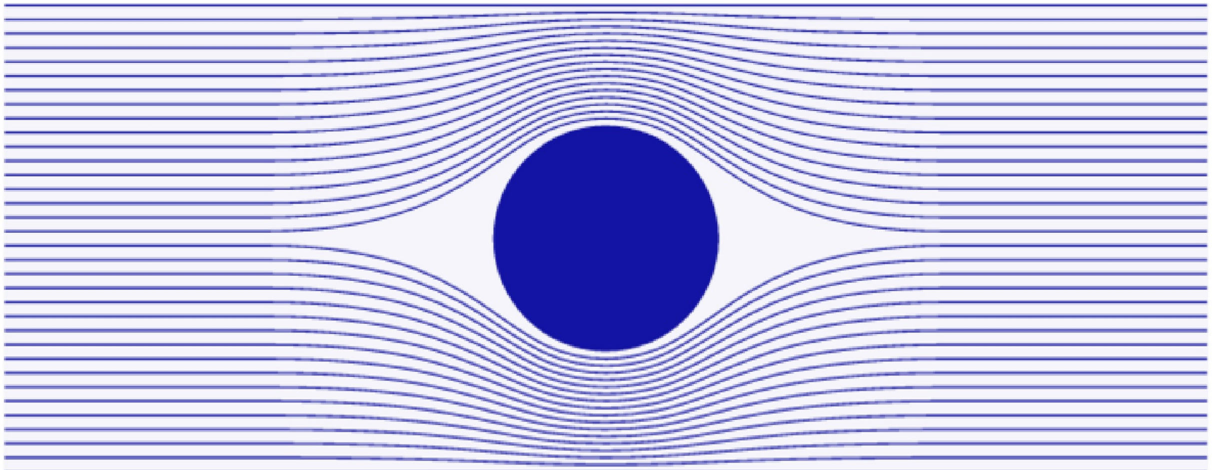


Experiment Stromlinien

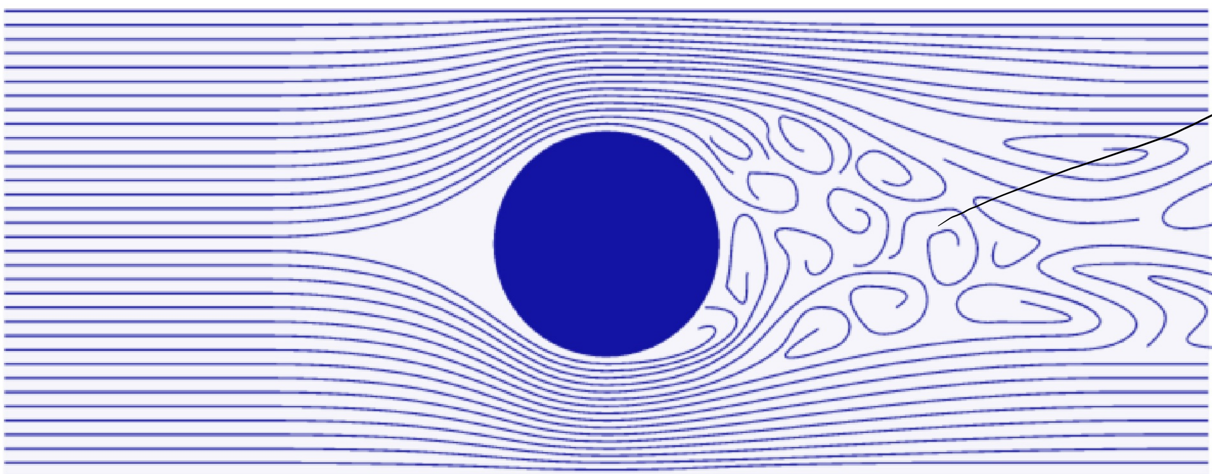


Strömungstypen

Laminare Strömung: parallele Stromlinien

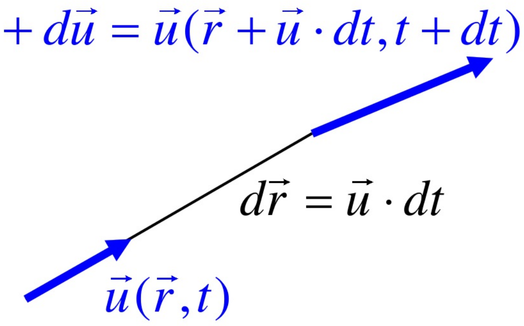


Turbulente Strömung: Verwirbelung der Stromlinien



$\vec{u} = u(\vec{r}, t)$

Euler-Gleichung



Die substantielle Beschleunigung ist die totale Änderung der Geschwindigkeit eines Flüssigkeits-elements aufgrund:

1. Zeitlicher Änderung von $\vec{u}$ am gleichen Ort (nur bei nichtstationären Strömungen)
2. Änderungen aufgrund der Ortsabhängigkeit von $\vec{u}$

Für die x Komponente von $\vec{u}$ (und analog y und z Komponente) gilt dann: $u_x = (t, x, y, z)$

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\frac{dz}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x}u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y}u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z}u_z$$

Die Gleichungen für die 3 Komponenten lassen sich zusammenfassen als:

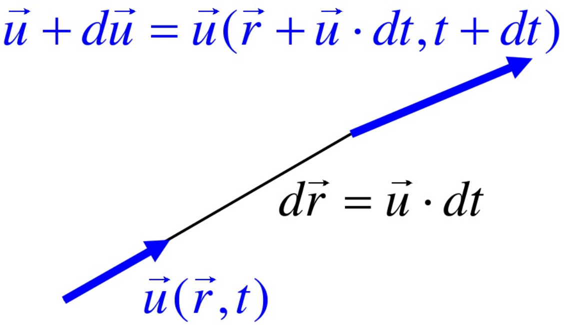
$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x}u_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y}u_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z}u_z = \quad = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot grad)\vec{u}$$

Für jede Komponente von u Skalarprodukt aus Vektor u und Gradient dieser Komponente

Euler-Gleichung

Die substantielle Beschleunigung ist die totale Änderung der Geschwindigkeit eines Flüssigkeits-elements aufgrund:

1. Zeitlicher Änderung von $\vec{u}$ am gleichen Ort (nur bei nichtstationären Strömungen)
2. Änderungen aufgrund der Ortsabhängigkeit von $\vec{u}$



Für die x Komponente von $\vec{u}$ (und analog y und z Komponente) gilt dann:

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\frac{dz}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x}u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y}u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z}u_z$$

Die Gleichungen für die 3 Komponenten lassen sich zusammenfassen als:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x}u_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y}u_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z}u_z = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot grad\right)\vec{u} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \underbrace{\left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\right)\vec{u}}_{\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\vec{u}}$$

$$\vec{\nabla}\vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x} & \frac{\partial u_z}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$ ist der Vektorgradient des Geschwindigkeitsfeldes

Euler-Gleichung

Ideale Flüssigkeit:

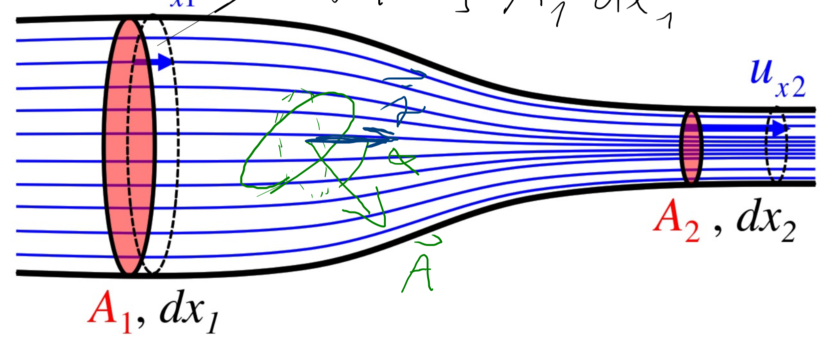
$$\vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_g = -\vec{\nabla} p \cdot \Delta V + \Delta V \cdot \rho \cdot \vec{g} = \Delta V \cdot \rho \cdot \frac{d}{dt}\vec{u}$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\right)\vec{u} = \vec{g} - \frac{1}{\rho}\vec{\nabla} p$$; **Eulergleichung**

Kontinuitätsgleichung

Strömung einer Flüssigkeit durch Röhre mit variablem Querschnitt A:

Für den Massenfluss durch die Fläche A gilt:



$$\frac{dM}{dt} = \rho A_1 u_{x1} = \rho A_2 u_{x2}$$

Inkompressible Flüssigkeiten ($\rho =$ konst.):

$$\frac{u_{x1}}{u_{x2}} = \frac{A_2}{A_1}$$

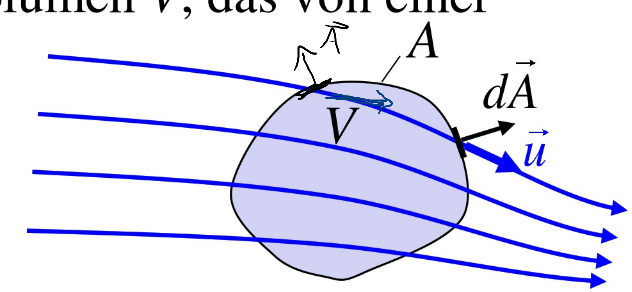
$u_{x1} \cdot A_1 = u_{x2} \cdot A_2$

Der Massenfluss pro (senkrecht dazu stehende) Flächeneinheit ist die Massenflussdichte $\vec{j} = \rho \vec{u}$

Der Massenfluss durch eine Fläche A ist damit $\dfrac{dM}{dt} = \vec{j} \cdot \vec{A}\,; \quad \vec{A} = A \cdot \vec{e}_A$

$\vec{e}_A \perp A$

Allgemein gilt für ein beliebig geformtes Flüssigkeitsvolumen V, das von einer Oberfläche A umschlossen ist:

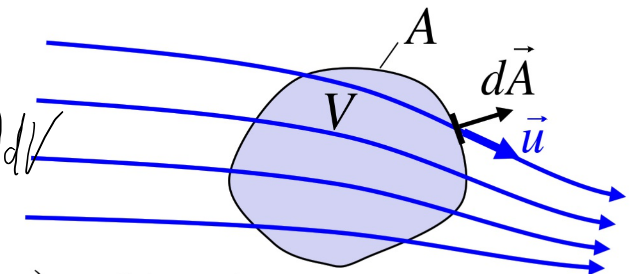


$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \cdot dV = -\int_A \vec{j} \cdot d\vec{A} = \underbrace{-\int_A \rho\, \vec{u} \cdot d\vec{A}}_{= -\int_V \operatorname{div}(\rho \vec{u})\, dV}$$

$M = \int_V \rho \, dV$

Kontinuitätsgleichung

Allgemein gilt für ein beliebig geformtes Flüssigkeitsvolumen V, das von einer Oberfläche A umschlossen ist:

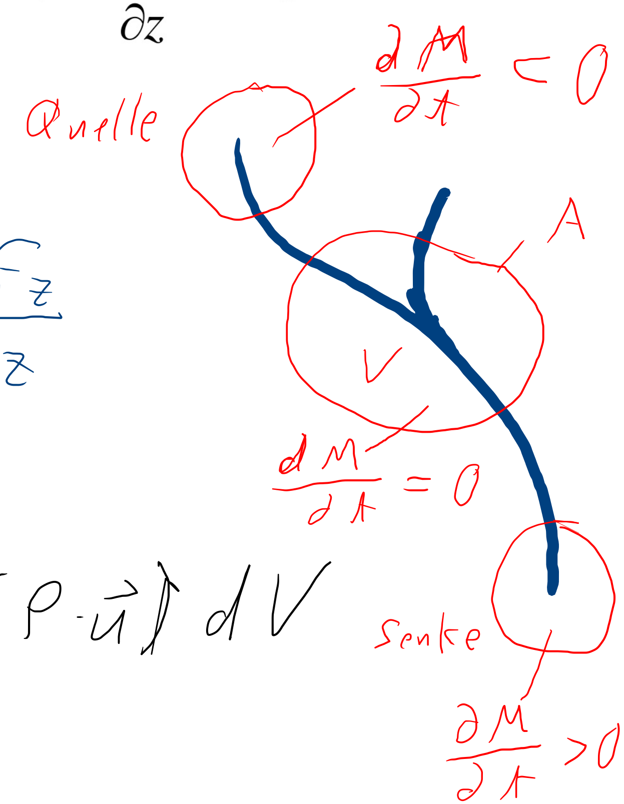


$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \cdot dV = -\int_A \vec{j} \cdot d\vec{A} = -\int_A \rho\, \vec{u} \cdot d\vec{A} = -\int_V div(\rho \cdot \vec{u})\, dV$$

→ **Kontinuitätsgleichung**:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\, \vec{u}) \equiv \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\, \vec{u}) \equiv \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0$$

Inkompressible Flüssigkeiten: $div(\vec{u}) = 0$



$$div(\vec{F}) \equiv \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \equiv \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

zeitlich unverändertes Volumen:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \cdot dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t}\rho\, dV = -\int_V div(\rho \cdot \vec{u})\, dV$$

Bernoulli-Gleichung

Für eine ideale Flüssigkeit bleibt die Gesamtenergie eines durch ein Rohr strömenden Volumenelements erhalten:

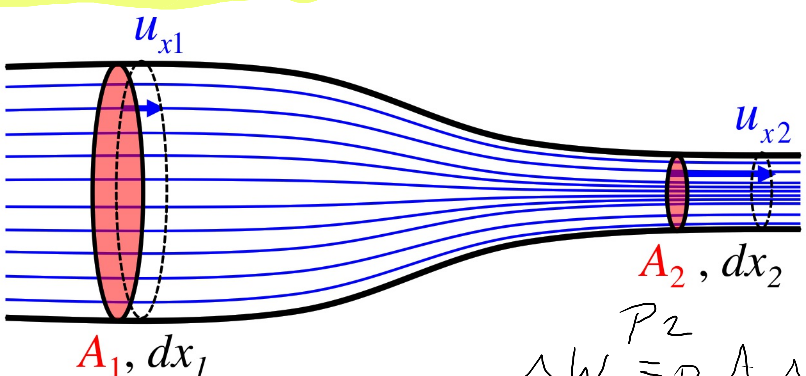
$$p_1 \cdot V_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot V_1 + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot V_2 + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 \cdot V_2 = konst.$$

Dabei ist $h_{1,2}$ die Höhe und $u_{1,2}$ die Strömungsgeschwindigkeit an den Orten 1 und 2.

Für inkompressible Flüssigkeiten ist $V_1 = V_2 = V$ und es gilt die Erhaltung des Gesamtdrucks p_0, bestehen aus **(Bernoulli-Gleichung)**:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 = p_0 = konst.$$

$p_1 \equiv$ statischer Druck
$\rho \cdot g \cdot h \equiv$ hydrostatischer Druck
½ $\rho \cdot u^2 \equiv$ Staudruck



p_1

$\Delta W_1 = F_1 \cdot \Delta x_1$
$= p_1 \cdot A_1 \cdot \Delta x_1$
$= p_1 \cdot V_1$

p_2

$\Delta W_2 = p_2 A_2 \Delta x_2$
$= p_2 \cdot V_2$

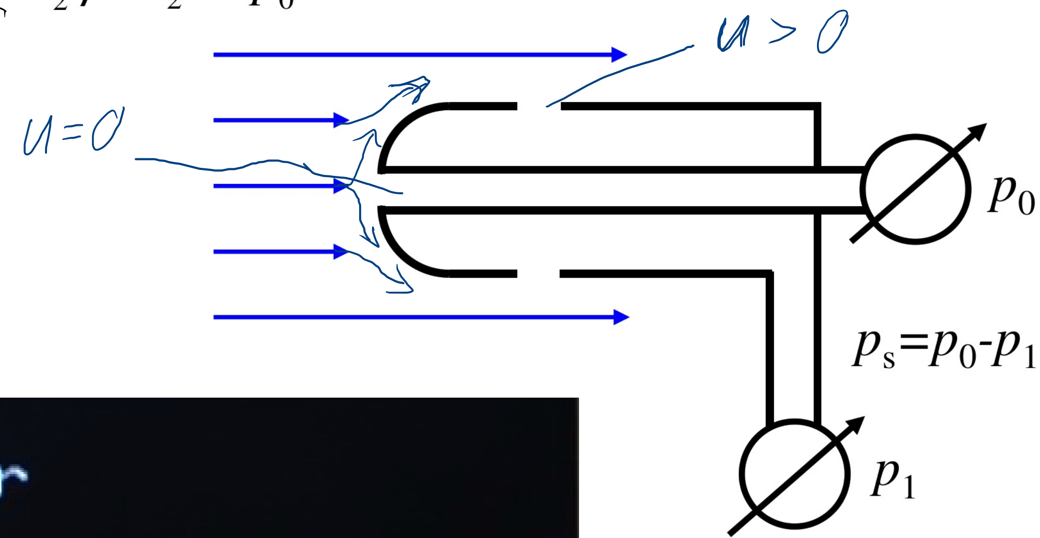
Bernoulli-Effekt

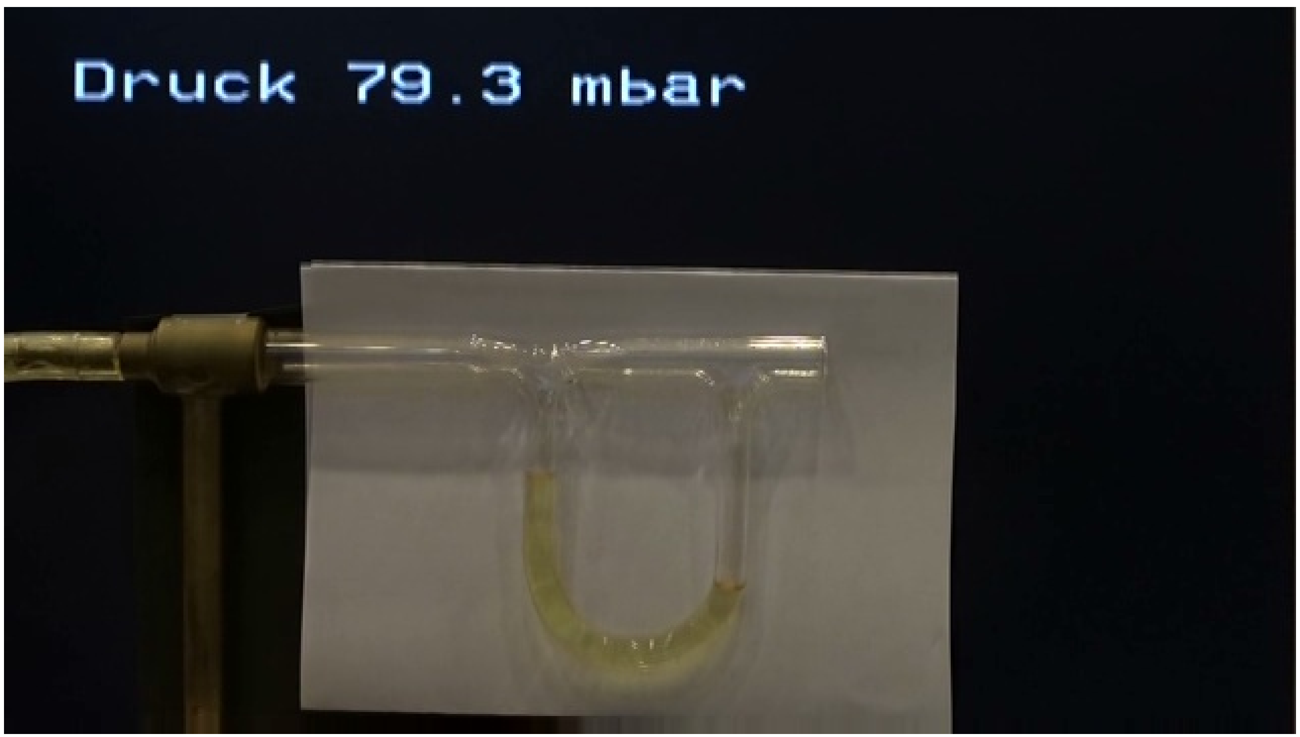
$$p_1 + \cancel{\rho \cdot g \cdot h_1} + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 = p_2 + \cancel{\rho \cdot g \cdot h_2} + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 = p_0 = konst.$$

$p_1 \equiv$ statischer Druck

$\rho \cdot g \cdot h \equiv$ hydrostatischer Druck

$\frac{1}{2}\rho \cdot u^2 \equiv$ Staudruck





Bs.: Luft, 1bar

$\rho = 1{,}3\ kg/m^3$

$u = 90\ km/h = 25\ \frac{m}{s}$

$p_1 = p_0 - \frac{1}{2}\rho u^2$

$= 0{,}996\ bar$

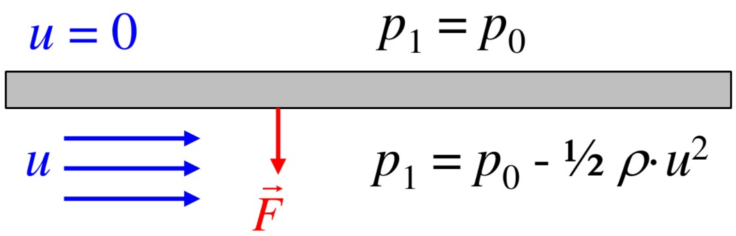
Bernoulli-Effekt

$$p_1 + \cancel{\rho \cdot g \cdot h_1} + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 = p_2 + \cancel{\rho \cdot g \cdot h_2} + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 = p_0 = konst.$$

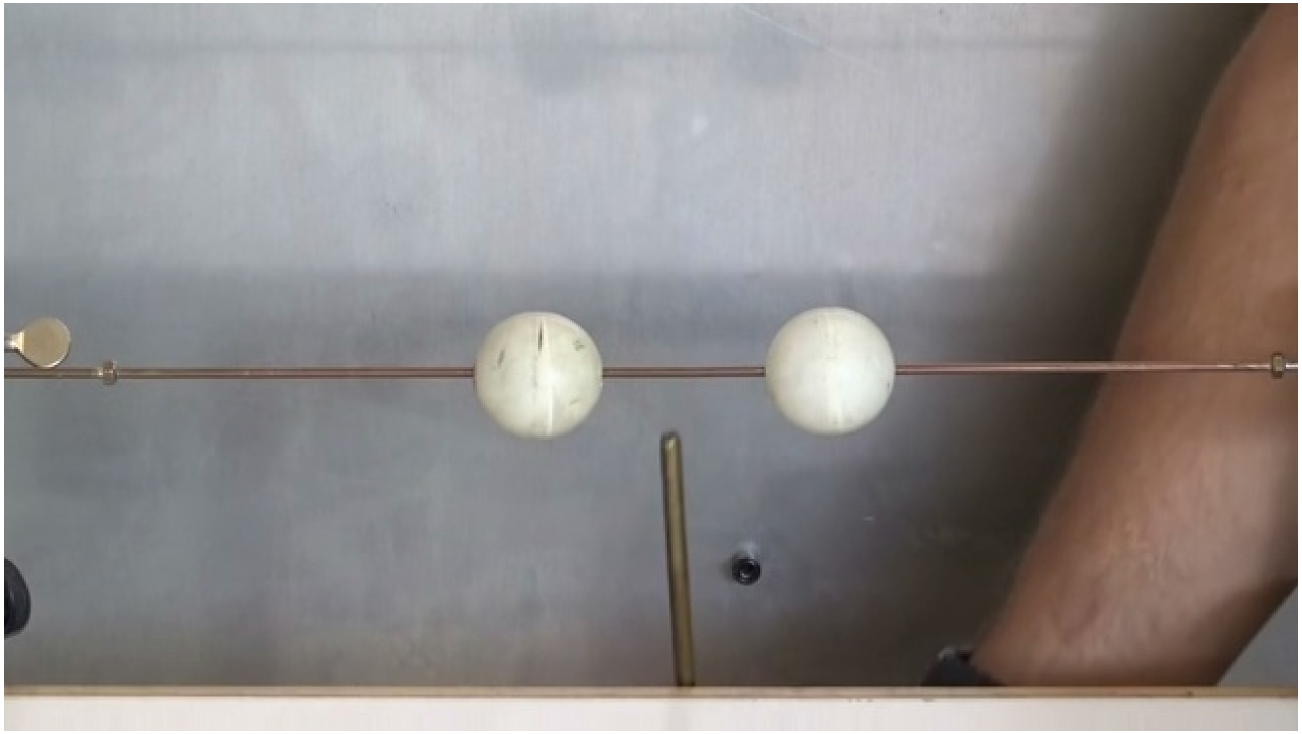
$p_1 \equiv$ statischer Druck

$\rho \cdot g \cdot h \equiv$ hydrostatischer Druck

$\tfrac{1}{2}\,\rho \cdot u^2 \equiv$ Staudruck



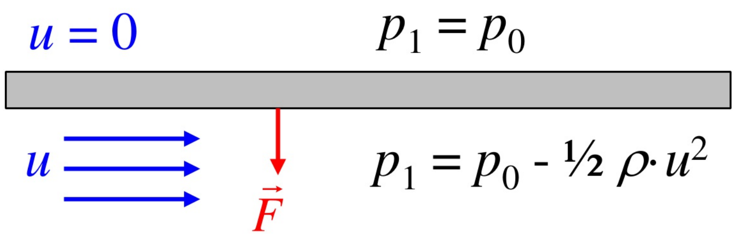
Hydrodynamische Anziehung:



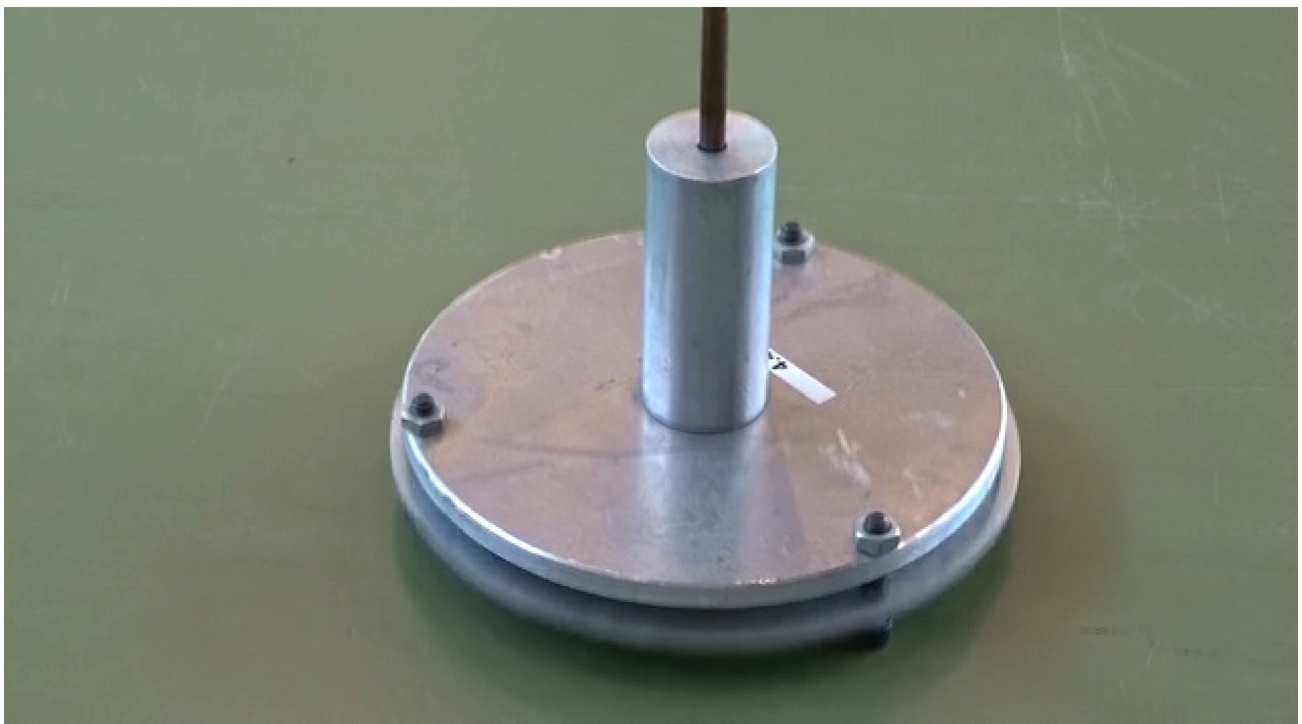
Bernoulli-Effekt

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 = p_0 = konst.$$

$p_1 \equiv$ statischer Druck
$\rho \cdot g \cdot h \equiv$ hydrostatischer Druck
$½\ \rho \cdot u^2 \equiv$ Staudruck



Hydrodynamisches Paradoxon:



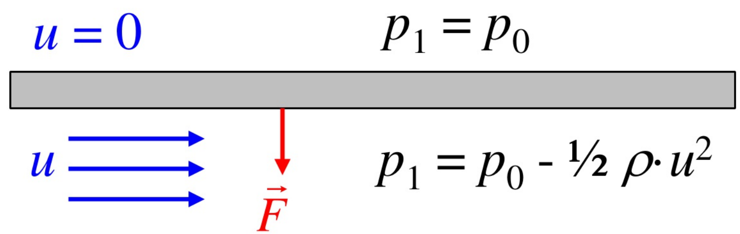
Bernoulli-Effekt

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \tfrac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 = p_0 = konst.$$

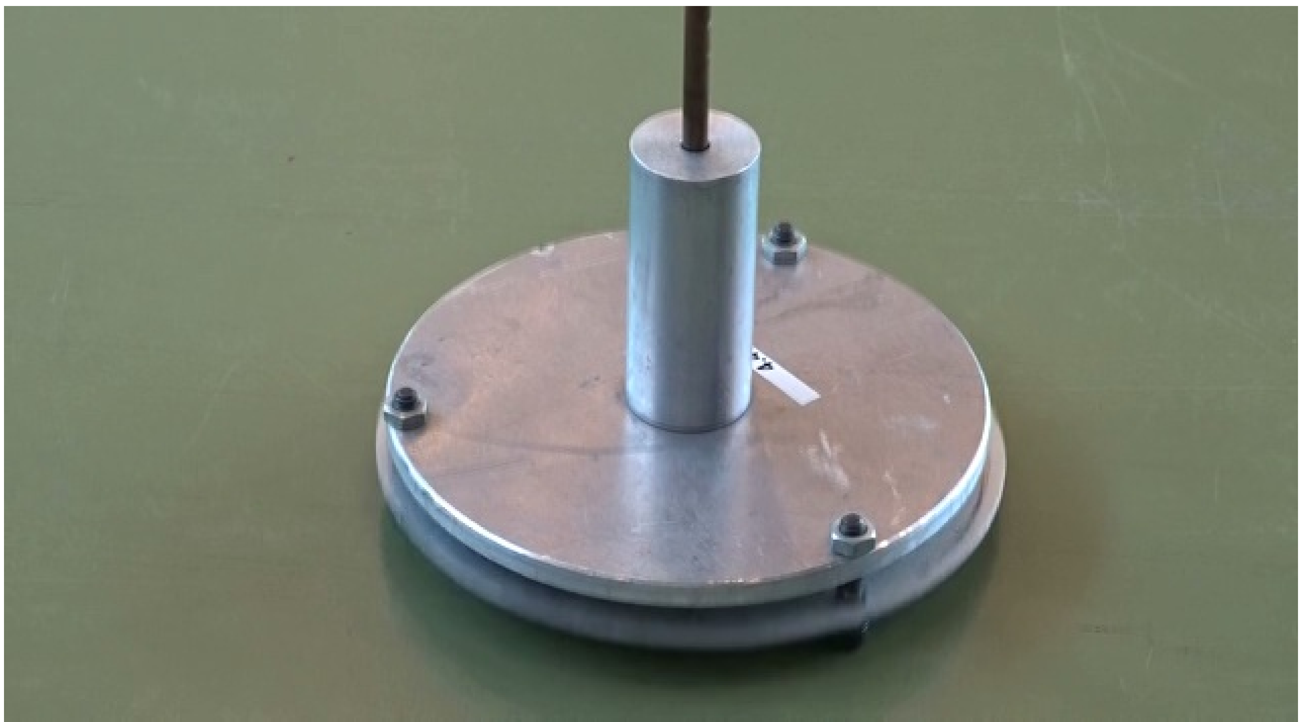
$p_1 \equiv$ statischer Druck

$\rho \cdot g \cdot h \equiv$ hydrostatischer Druck

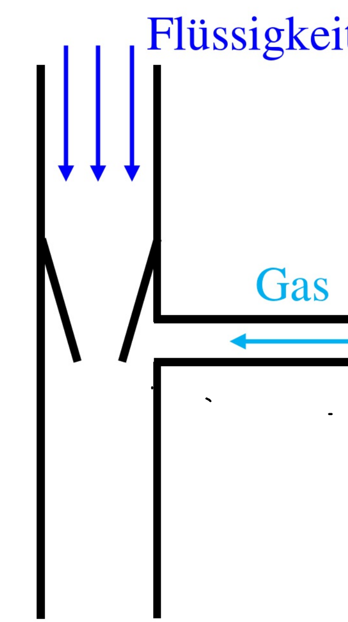
$\frac{1}{2}\, \rho \cdot u^2 \equiv$ Staudruck



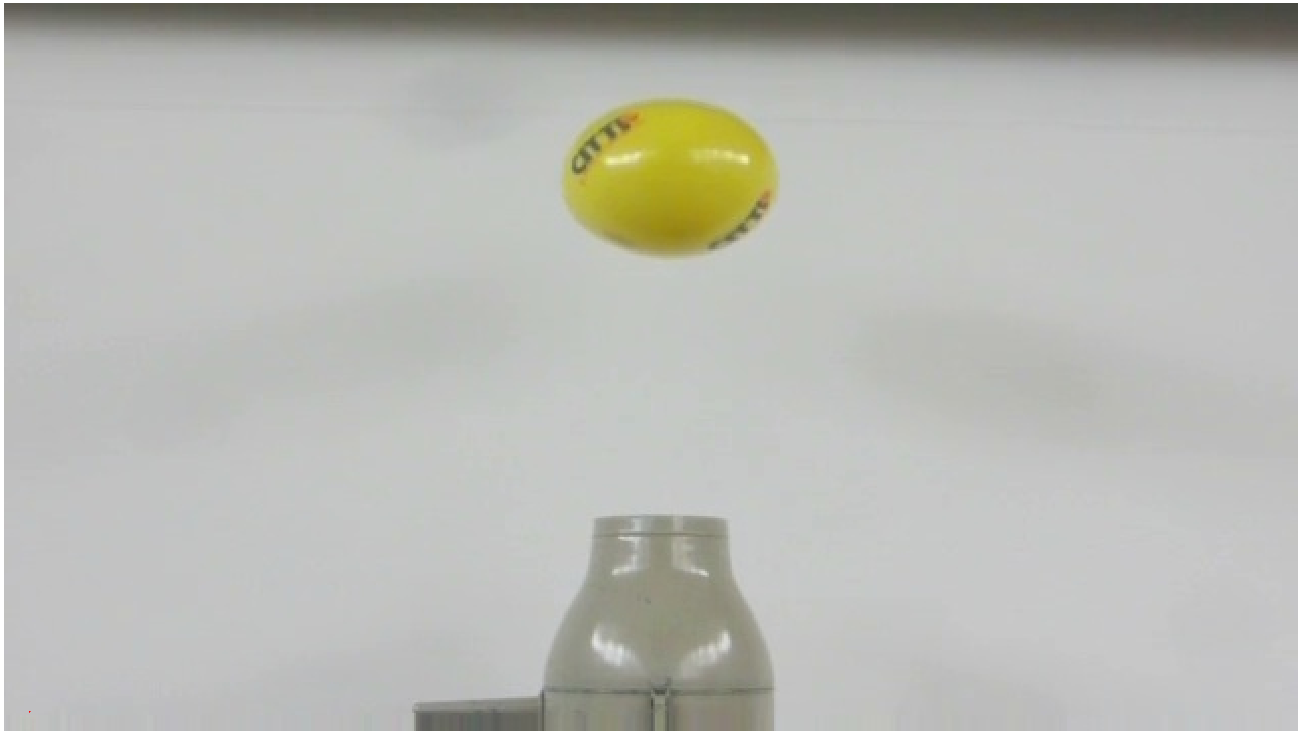
Hydrodynamisches Paradoxon:

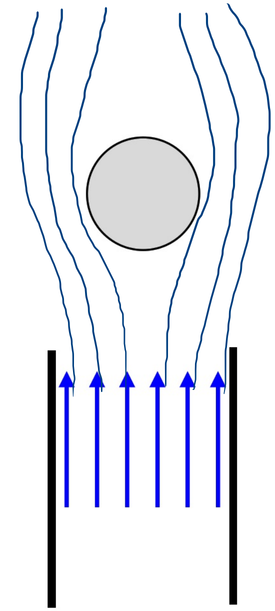


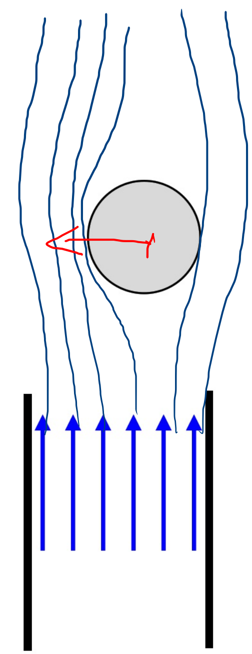
Pumpe:



Bernoulli-Effekt

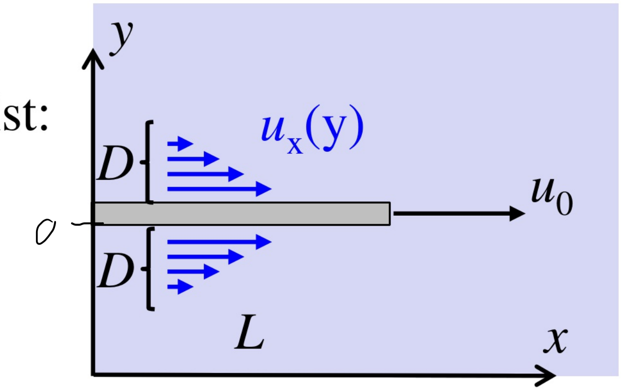






Laminare Strömungen

Auf eine Platte, die sich durch die Flüssigkeit bewegt, wirkt pro Fläche A eine Reibungskraft, die proportional zum räumliche Abfall der induzierten Geschwindigkeit ist:



Impuls $P_x = \rho \, \Delta V \cdot u_x$

$$\underbrace{\frac{1}{A}\frac{dP_x}{dt}}_{\text{Reibungskraft}} \propto \frac{dP_x}{dy} \propto \frac{du_x}{dy}$$

$$u(y) = u_0 \left(1 - y/D\right)$$

Dicke der Grenzschicht D:

Verschiebung Platte um $L \Rightarrow$

$$W_R = -F_R \cdot L = \eta A L \left|\frac{du}{dy}\right| = \eta A L \frac{u_0}{D}$$

Mitbewegung von Schicht der Dicke dy

$$dm = \rho A \, dy$$

$$\Rightarrow dE_{kin} = \frac{1}{2} u^2 \, dm$$

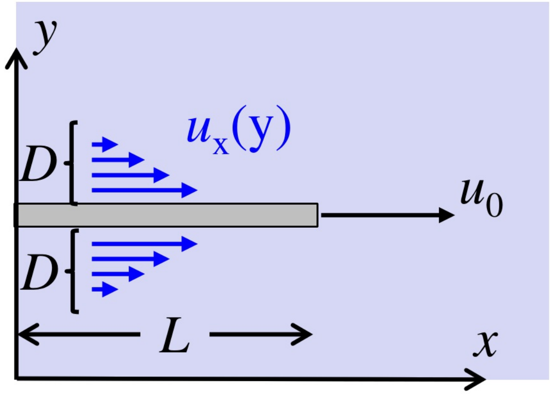
$$E_{kin} = 2 \cdot \int_0^D \frac{1}{2} u_0^2 \rho A \left(1 - \frac{y}{D}\right)^2 dy = \frac{1}{3} A \rho D u_0^2$$

$$E_{kin} < W_R \Rightarrow D < \left(\frac{3 \eta L}{\rho u_0}\right)^{1/2}$$

Laminare Strömungen

Auf eine Platte, die sich durch die Flüssigkeit bewegt, wirkt pro Fläche A eine Reibungskraft, die proportional zum räumliche Abfall der induzierten Geschwindigkeit ist:

$$\frac{F_R}{A} = -\eta \left| \frac{du_x}{dy} \right|$$



$\eta \equiv$ dynamische Zähigkeit bzw. Viskosität, $[\eta] = 1\ \mathrm{N\ s\ m^{-2}}$

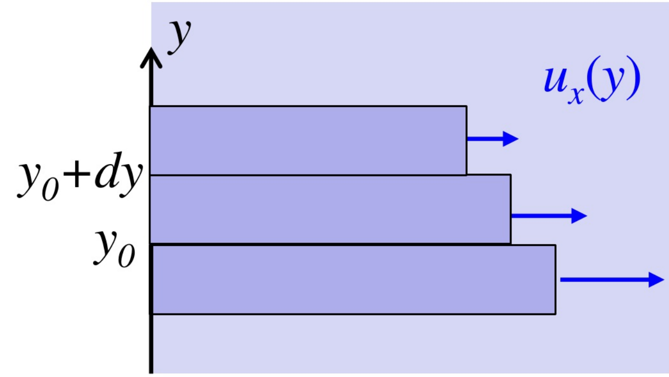
η / 10^{-3} N s m^{-2}	0°C	20°C	40°C
Wasser	1,792	1,002	0,653
Glyzerin	12100	1480	238

Aufgrund der Viskosität wird in einer Grenzschicht der Dicke $D \approx \sqrt{\frac{\eta L}{\rho u_0}}$

Flüssigkeit von der Platte mitgezogen. In dieser Grenzschicht fällt die Geschwindigkeit kontinuierlich auf Null ab.

Laminare Strömungen

Strömung in x-Richtung, deren Geschwindigkeit sich nur entlang der y-Richtung ändert:



$$u_x = u_x(y)\,;\quad \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0\,;\quad \frac{\partial u_x}{\partial z} = 0$$

$$u_x(y_0 + dy) = u_x(y_0) + \left.\frac{\partial u_x}{\partial u_y}\right|_{y_0} \cdot dy + \ldots$$

Netto-Reibungskraft auf $dA = dx \cdot dz$

$$\frac{df}{dy} = \frac{f(y+dy) - f(y)}{dy}$$

$$dF_{R,x} = F_{R,x}(y_0 + dy) - F_{R,x}(y_0)$$

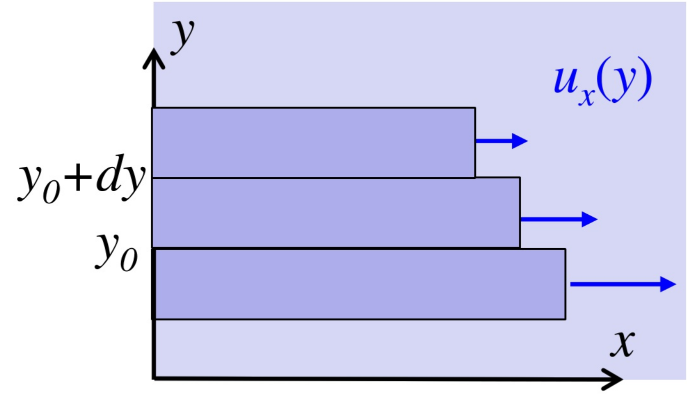
$$= \eta \cdot dx\,dz \left(\left.\frac{\partial u_x}{\partial y}\right|_{y_0+dy} - \left.\frac{\partial u_x}{\partial y}\right|_{y_0} \right)$$

$$= \eta\, dx\, dz\, \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}\, dy = \eta\, dV \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}$$

Laminare Strömungen

Die Reibungskraft, die auf ein Volumenelement dV der Flüssigkeit wirkt, das sich in x-Richtung bewegt, ist gegeben durch ($\Delta \equiv$ Laplace-Operator):

$$dF_{R,x} = \eta \cdot dV \cdot \Delta u_x = \eta \cdot dV \cdot \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right)$$

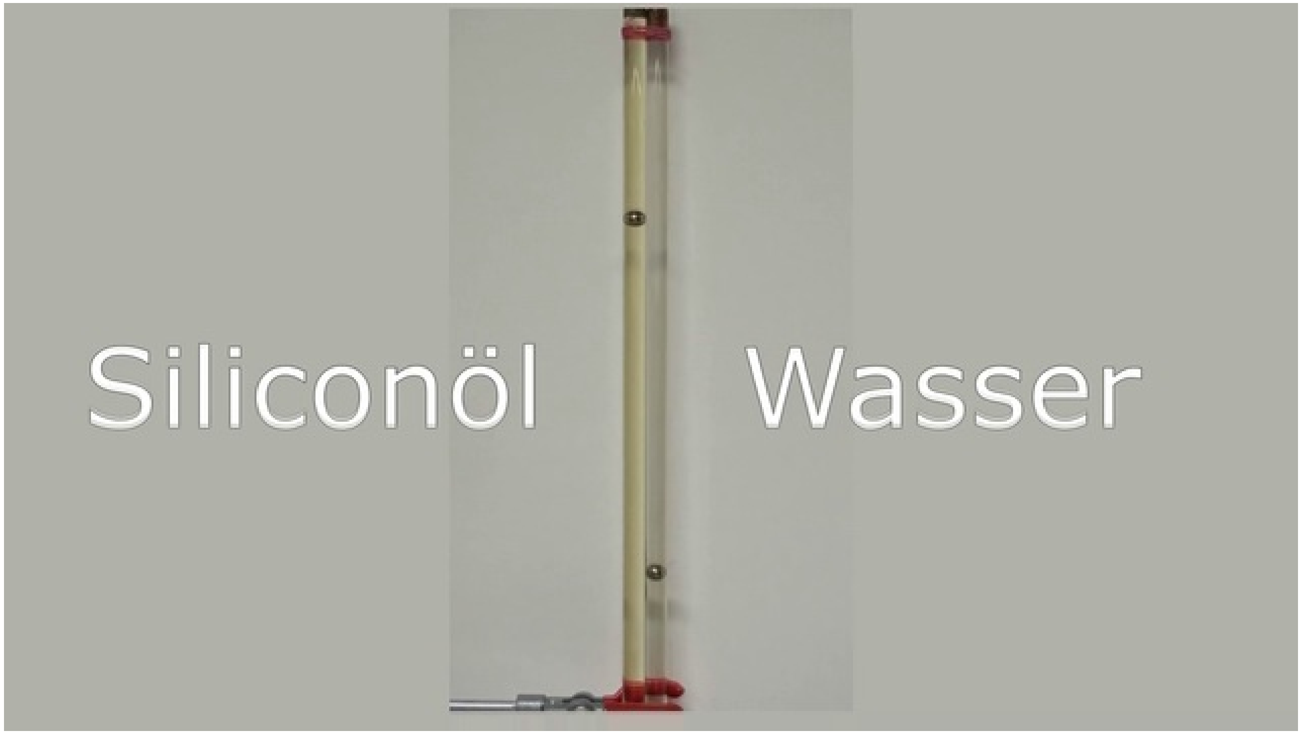


Für beliebige Strömungsrichtung $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ gilt:

$$d\vec{F}_R = \eta \cdot dV \cdot \Delta\vec{u}$$ bzw. für ein makroskopisches Volumen V: $$\vec{F}_R = \eta \cdot \int_V \Delta\vec{u}\, dV$$

Stokessche Reibung:
Reibungskraft auf Kugel mit Radius R_K, die sich mit Geschwindigkeit u durch Medium der Viskosität η bewegt:

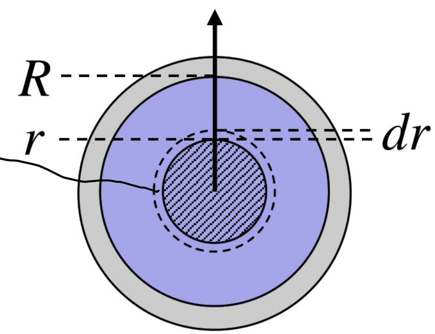
$$\vec{F}_R \approx -6\pi\,\eta \cdot R_K \cdot \vec{u}$$

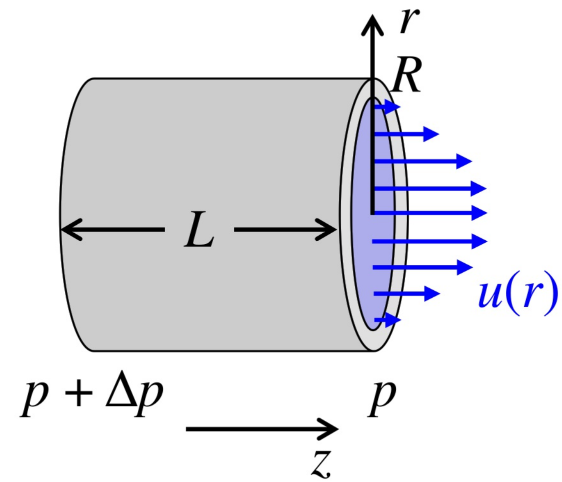


Laminare Strömungen

Strömung, die aufgrund einer Druckdifferenz Δp durch ein zylindrisches Rohr der Länge L und des Radius R fließt:

Kraft auf Zylinder





$$F_p = \pi \cdot r^2 \Delta p$$

$$F_R = -\eta\, 2\pi r L \cdot \frac{du}{dr}$$

Stationärer Fluss: $F_R = F_p$

$$-\eta\, 2\cancel{\pi}\cancel{r} L \frac{du}{dr} = \cancel{\pi}\, r^{\cancel{2}} \Delta p$$

$$\frac{du}{dr} = -\frac{\Delta p\, r}{2L\eta}$$

$$u(r) = -\int_R^r \frac{\Delta p\, r'}{2L\eta}\, dr' = \frac{\Delta p}{4\eta L}\left(R^2 - r^2\right)$$

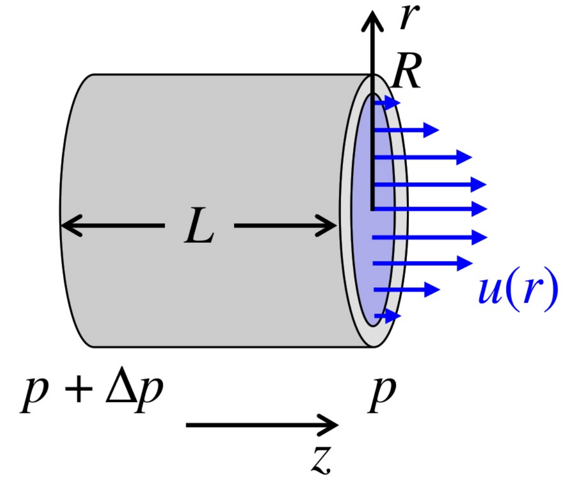
$$d\dot{V} = 2\pi r \cdot dr \cdot u(r)$$

$$\dot{V} = \int_0^R 2\pi r' \frac{\Delta p}{4\eta L}\left(R^2 - r'^2\right) dr = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta L}$$

Laminare Strömungen

Eine Strömung, die aufgrund einer Druckdifferenz Δp durch ein Rohr der Länge L und des Radius R fließt, besitzt ein paraboloides Geschwindigkeitsprofil:

$$u(r) = \frac{\Delta p}{4\eta L} \cdot (R^2 - r^2)$$



Der Fluss durch dieses Rohr ist durch das Hagen-Poiseulle Gesetz gegeben:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta L} = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial z}$$

Bs.: Wasser: $\eta \approx 10^{-3}\ \mathrm{N\,s\,m^{-2}}$

$r = 1\,\mathrm{mm}$; $\dot{V} = 1\,\frac{\mathrm{ml}}{\mathrm{s}} = 10^{-6}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$, $L = 1\,\mathrm{m}$

$\Rightarrow \Delta p \approx 2500\ \mathrm{Pa} \approx \frac{1}{4}\ \mathrm{bar}$

Navier-Stokes Gleichung

Durch Ergänzung der Euler Gleichung um die Reibungskraft erhält man die allgemeine Bewegungsgleichung eines Volumenelements dV des Fluids, die als die Navier-Stokes Gleichung bezeichnet wird:

$$\rho\left[\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}+\left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right]=\rho\vec{g}-\vec{\nabla}p+\eta\,\Delta\vec{u}$$

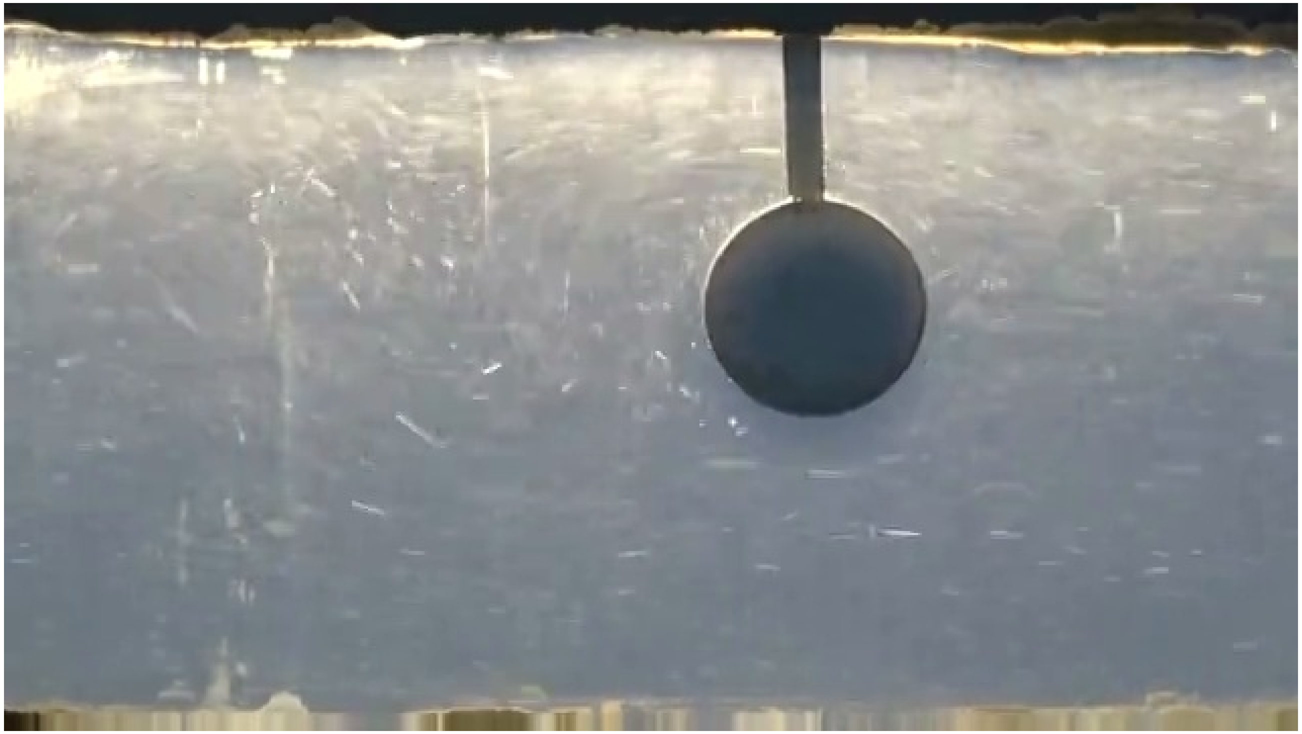
Der Term $\left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{u}$ kann auch geschrieben werden als:

$$\left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{u}\equiv\tfrac{1}{2}\,grad(u^2)-\vec{u}\times rot\;\vec{u}$$

Dabei ist die Rotation von $\vec{u}$ definiert als:

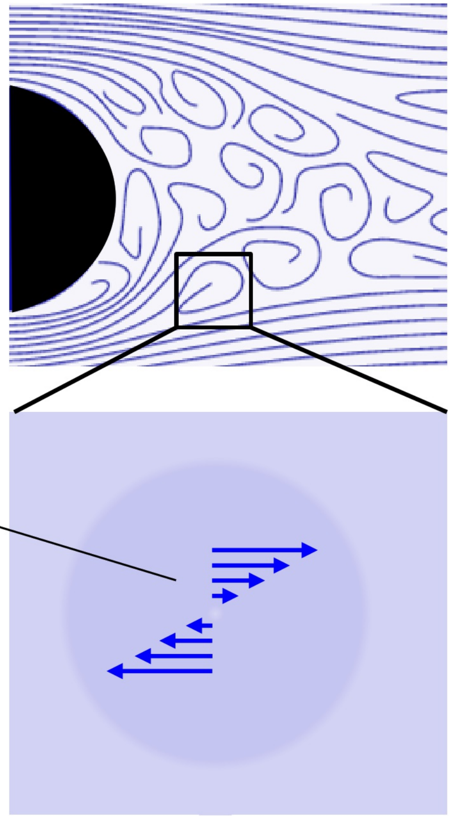
$$rot\;\vec{u}\equiv\vec{\nabla}\times\vec{u}=\begin{pmatrix}\frac{\partial u_z}{\partial y}-\frac{\partial u_y}{\partial z}\\ \frac{\partial u_x}{\partial z}-\frac{\partial u_z}{\partial x}\\ \frac{\partial u_y}{\partial x}-\frac{\partial u_x}{\partial y}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\\ \frac{\partial}{\partial y}\\ \frac{\partial}{\partial z}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}u_x\\ u_y\\ u_z\end{pmatrix}$$

Experiment: Strömungswirbel



Strömungswirbel

Bei hinreichend hoher Geschwindigkeit bilden sich hinter umströmten Hindernissen Wirbel aus.



Wirbelkern:
Starre Rotation der Flüssigkeitsscheibe mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω: $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

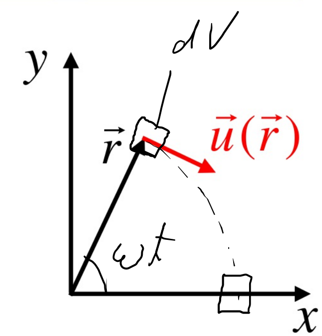
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = r\omega \cdot \begin{pmatrix} -\sin(\omega t) \\ \cos(\omega t) \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$$

$$(\mathrm{rot}\,\vec{u})_z = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} = 2\omega$$

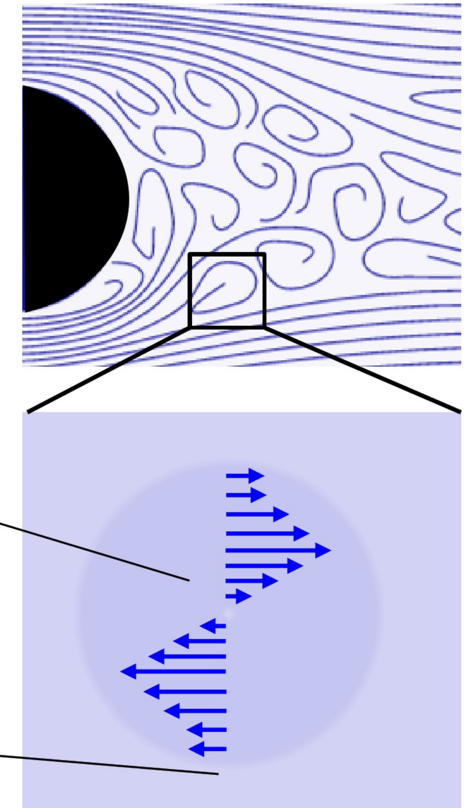
$$(\mathrm{rot}\,\vec{u})_x = 0 = (\mathrm{rot}\,\vec{u})_y$$

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2}\,\mathrm{rot}\,\vec{u}$$



Strömungswirbel

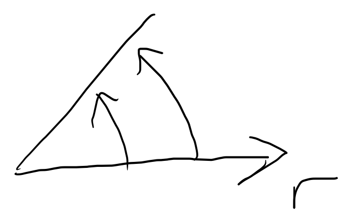
Bei hinreichend hoher Geschwindigkeit bilden sich hinter umströmten Hindernissen Wirbel aus.



Wirbelkern:
Starre Rotation der Flüssigkeitsscheibe mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω: $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Hier gilt: $\vec{\omega} = \frac{1}{2} rot\, \vec{u}$

Zirkulationsströmung:
$|\vec{u}|$ nimmt mit Abstand vom Kern ab

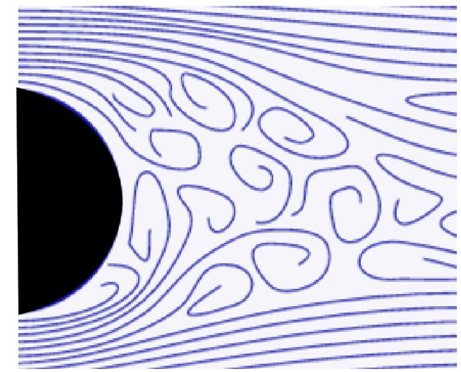
$$(\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}\vec{p}$$



$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{u^2}{r} > 0$$

Strömungswirbel

Wirbel bewegen sich, Größe und Richtung von $\vec{\omega}$ ändern sich zeitlich.



Ideale Flüssigkeit:

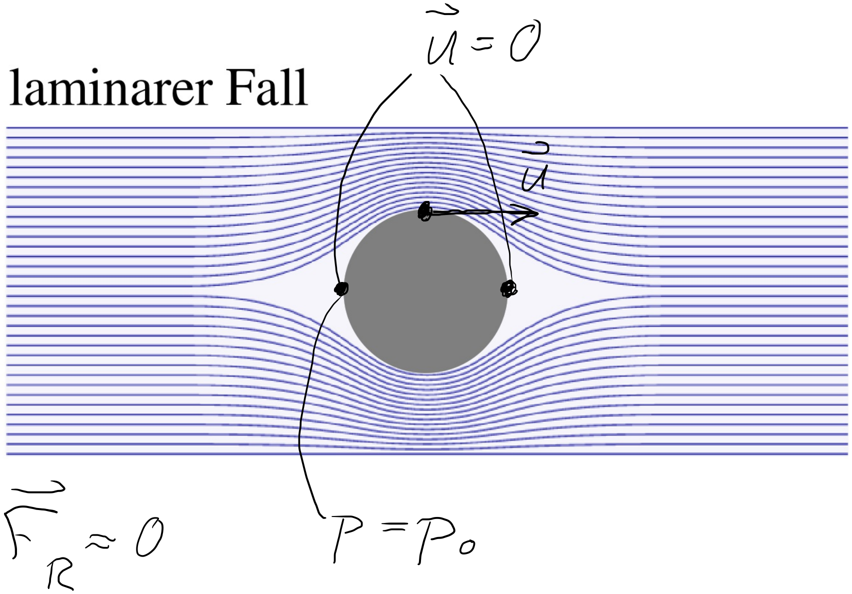
Wirbel können weder entstehen noch abgebaut werden

$\rightarrow$ Ist die Flüssigkeit anfänglich wirbelfrei, bleibt sie das auch.

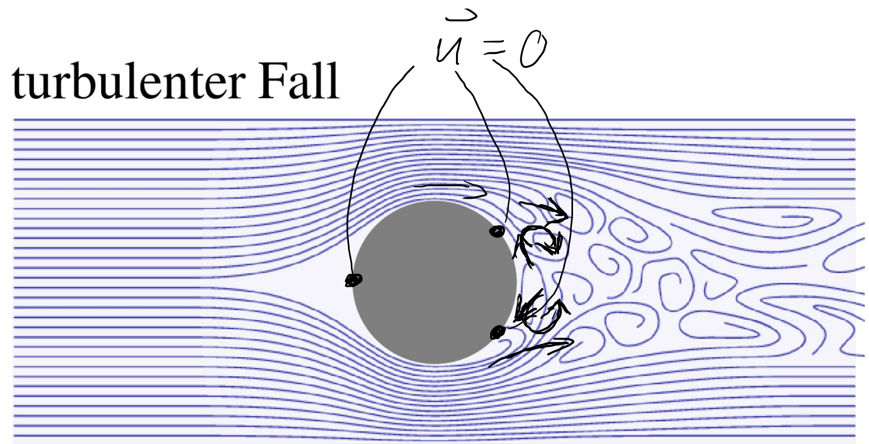
Masse und Drehimpuls eines Wirbels bleiben erhalten.

Reale Flüssigkeiten:

laminarer Fall

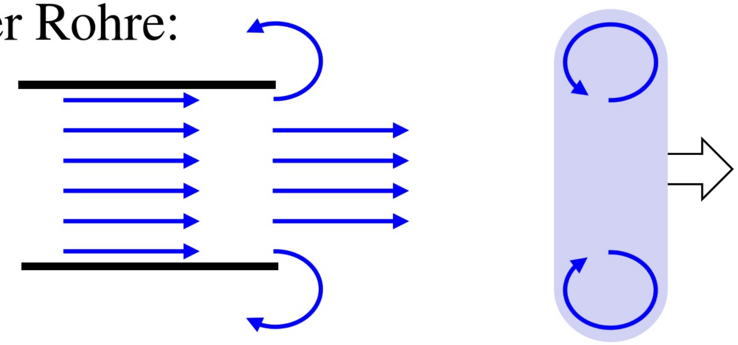


turbulenter Fall

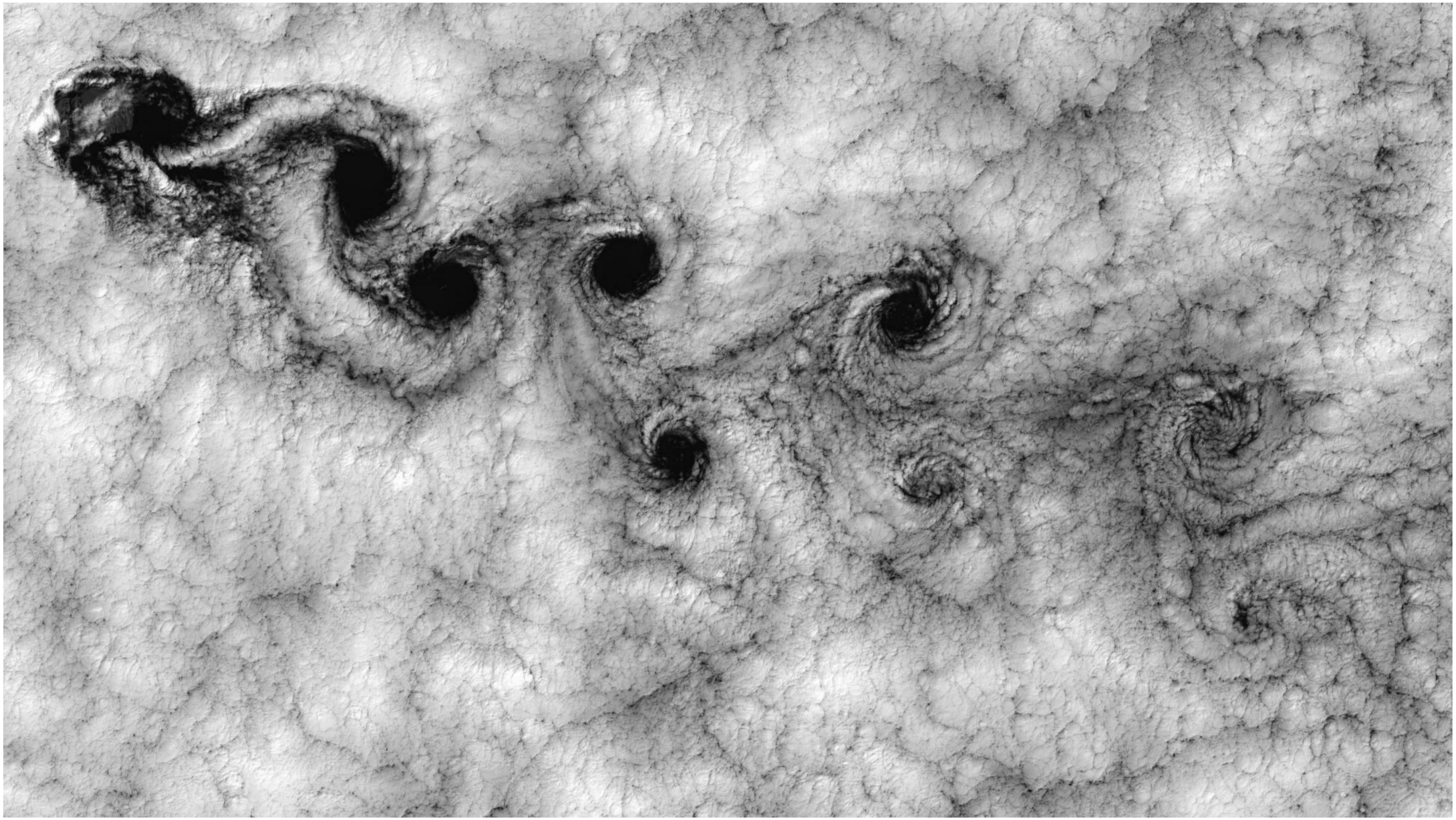


Experiment: Wirbelringe

Bildung von Wirbelringen am Ausgang durchströmter Rohre:



Wirbelstrasse



Die Kármánsche Wirbelstraße ist ein Phänomen, bei dem sich hinter einem umströmten Körper gegenläufige Wirbel bilden. Auf der Satellitenaufnahme sind Wirbel hinter den Juan-Fernández-Inseln zu erkennen (NASA GSFC).

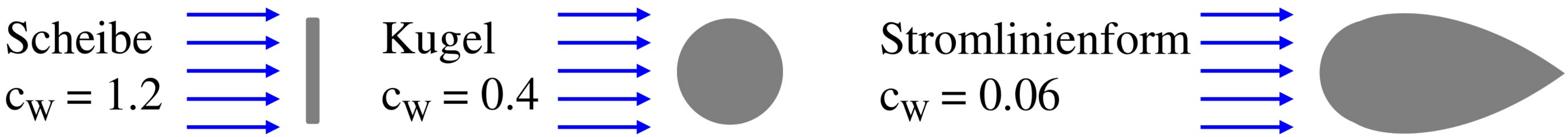
https://www.dlr.de/content/de/bilder/2016/2/k-rm-nsche-wirbelstrasse_23388.html

Umströmte Körper

Strömungswiderstand:
Auf Körper der Querschnittsfläche A in einer Strömung wirkt eine Kraft

$$F_W = \tfrac{1}{2}\rho u^2 \cdot c_W A$$

Der Widerstandswert c_W ist abhängig vom Strömungsprofil

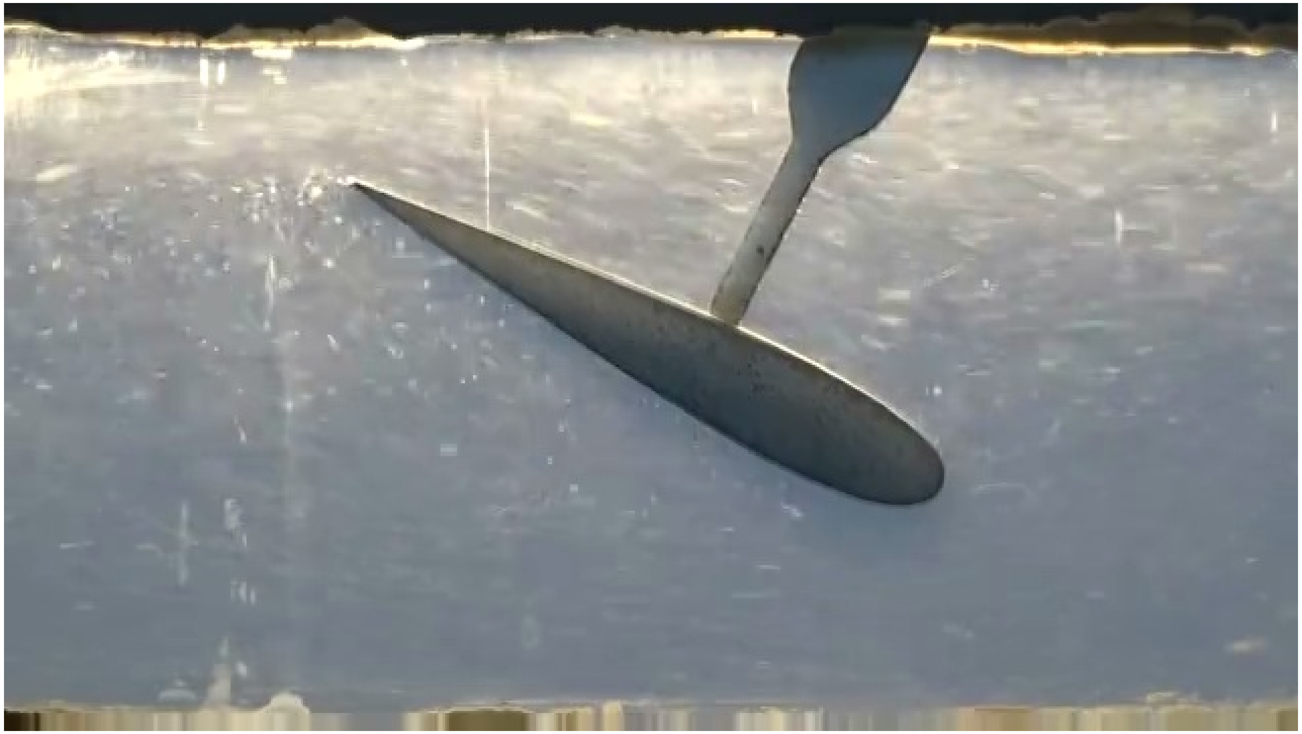


Dynamischer Auftrieb:
Auf asymmetrische Körper oder Körper, die in einem Anstellwinkel zur Strömungsrichtung stehen, wirkt eine vertikale Kraft:

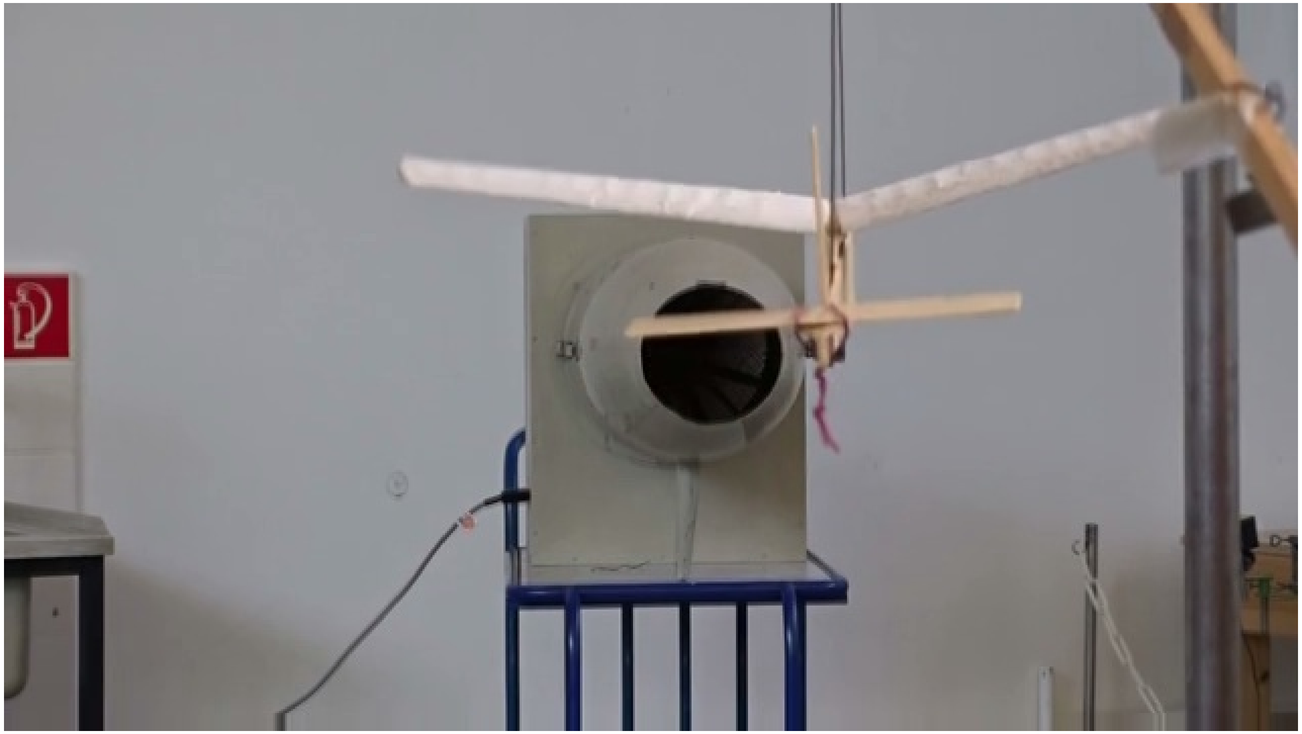
$$F_A = \tfrac{1}{2}\rho u^2 \cdot c_A A$$

Der Widerstandswert $c_{\cancel{W}A}$ ist abhängig vom Strömungsprofil

Experiment: Strömung um Profile

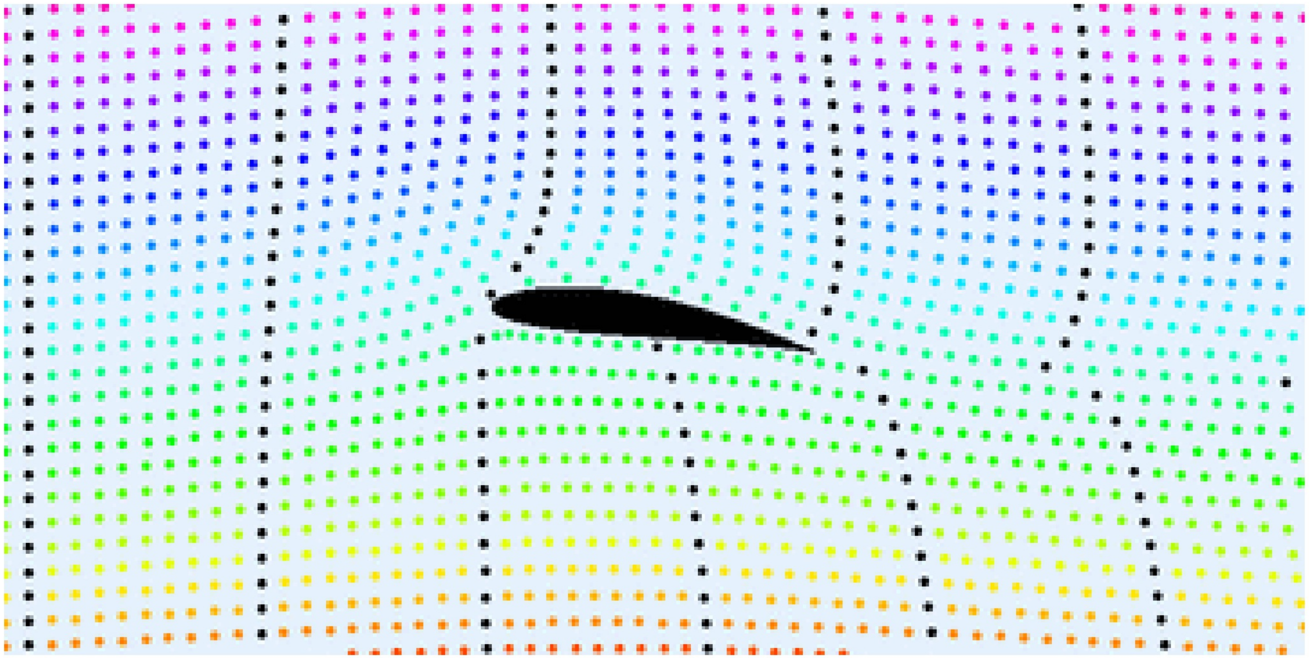


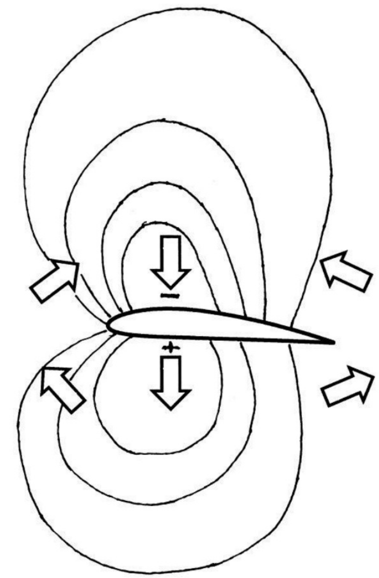
Experiment: Auftrieb



Strömung um Tragfläche

Geschwindigkeitsfeld und Druckverteilung





https://en.wikipedia.org/wiki/Lift_(force)