

# Kapitel 5

## Optik

Der vorige Abschnitt über Induktion hat Ihnen gezeigt, dass magnetische und elektrische Felder ganz eng miteinander zusammenhängen. Ein sich änderndes magnetisches Feld ist in der Lage, einen elektrischen Strom zu induzieren. Damit ein Strom fließen kann, muss ein elektrisches Feld vorhanden sein. Man kann die Induktionsexperimente also auch so deuten, dass ein sich zeitlich änderndes magnetisches Feld ein elektrisches Feld hervorruft. Dieses elektrische Feld ist aber ganz anders als jenes, das wir in der Elektrostatik kennen gelernt haben: dort entspringen die elektrischen Feldlinien bei positiven und endeten bei negativen Ladungen. Bei den Induktionsversuchen jedoch sind die elektrischen Feldlinien geschlossen. James Clerk Maxwell konnte zeigen, dass auch ein sich zeitlich änderndes elektrisches Feld ein magnetisches Feld erzeugt. Er war es auch, der Licht als eine elektromagnetische Welle gedeutet hat. Diese elektromagnetische Welle breitet sich im Vakuum (also ohne Medium) mit der Lichtgeschwindigkeit aus. Wir werden uns in diesem Kapitel mit dem Licht beschäftigen. Dabei wird es gehen um die Ausbreitung, die Polarisation, die Reflexion, die Brechung und die Abbildung mit Hilfe von Lichtstrahlen.

### 5.1 Elektromagnetische Wellen und Licht

#### 5.1.1 Vom Schwingkreis zum Hertzschen Dipol

Sie haben gelernt, dass man im elektrischen und magnetischen Feld Energie speichern kann. Aus der Mechanik wissen Sie schon längst, dass Energie eine wandelbare Größe ist. Denken Sie nur zurück an das Pendel, bei dem sich potentielle Energie der Lage in kinetische Energie des Pendelkörpers periodisch umwandelt. Funktioniert so etwas auch mit magnetischer und elektrischer Energie? Betrachten Sie zur Beantwortung der Frage den Stromkreis in Abb. 5.1. Sie sehen einen soeben geladenen Kondensator (jemand hat die Spannungsquelle gerade abgezogen), der mit einer Spule elektrisch verbunden ist. Dadurch wird die Spule vom Entladestrom durchflossen, dessen Stärke nach dem Lenzschen Gesetz nur langsam ansteigt. Dieser Strom erzeugt in der Spule ein Magnetfeld, dessen Energie zunimmt, während die des elektrischen Feldes im Kondensator abnimmt. Schließlich ist der Kondensator entladen. Da keine Energie verloren geht (wir nehmen an, dass die Zuleitungen und die Spulendrähte widerstandsfrei sind), muss in diesem Augenblick die gesamte Energie im Magnetfeld stecken. Die Stromstärke hat jetzt ihr Maximum erreicht. Der weiterfließende Strom lädt den Kondensator erneut auf, allerdings mit umgekehrter Polarität im Vergleich zum obersten Bild in Abb. 5.1. Die Stromstärke nimmt jetzt ab, weil sich die wachsende Ladung auf den Kondensatorplatten dem Strom entgegenstellt. So geht die

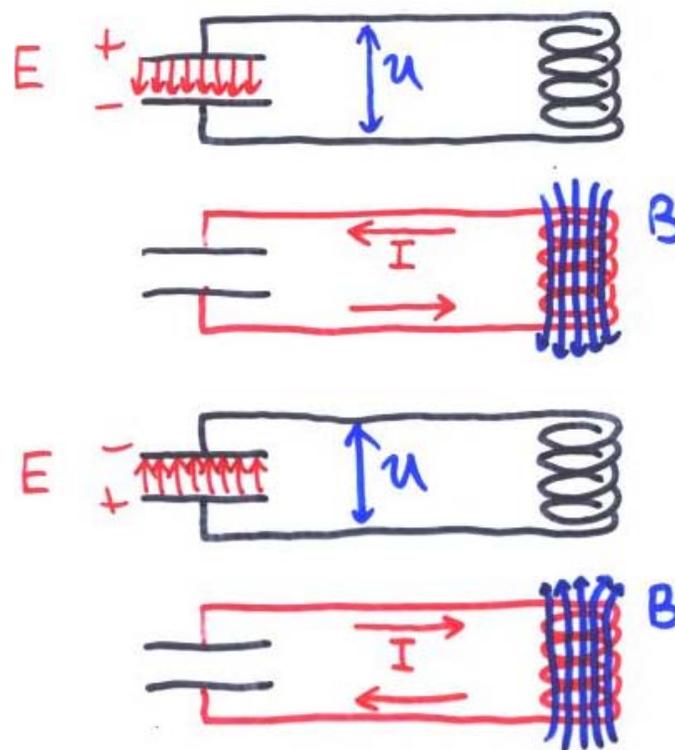


Abbildung 5.1: Schwingkreis bestehend aus Kondensator und Spule.

magnetische Energie ganz in elektrische über. Danach entlädt sich der Kondensator wieder, und die Energie pendelt zwischen elektrischer und magnetischer hin und her.

Diesen sogenannten Schwingkreis aus einer Spule und einem Kondensator kann man sehr viel einfacher gestalten (siehe Abb. 5.2). Die Spule bekommt immer weniger Wicklungen, die Kondensatorplatten werden immer weiter auseinander gezogen, bis schließlich aus dem Schwingkreis der Hertzsche Dipol (gerades Leiterstück ganz rechts in Abb. 5.2) geworden ist. An den Stabenden häufen sich Ladungen an; dabei entstehen in dauerndem Wechsel Plus- und Minuspole. Im Schwingkreis haben sich die Kondensatorplatten periodisch mit unterschiedlichem Vorzeichen geladen. Das elektrische Feld zur Zeit  $t = 0$  zeigt Ihnen das linke Bild der Abb. 5.3. Hier sind die Ladungen maximal getrennt; es fließt kein Strom, und das Lämpchen in der Mitte des Hertzschen Dipols leuchtet nicht. Nach einem Viertel der Schwingungsperiode ( $t = \frac{T}{4}$ ) haben

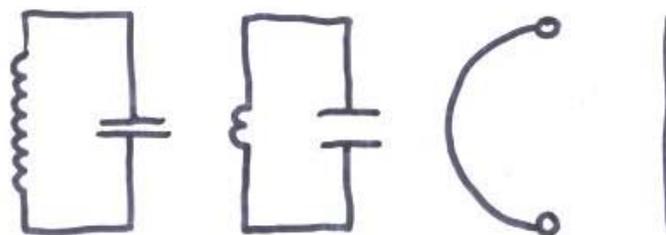


Abbildung 5.2: Auf dem Weg vom Schwingkreis zum Hertzschen Dipol.

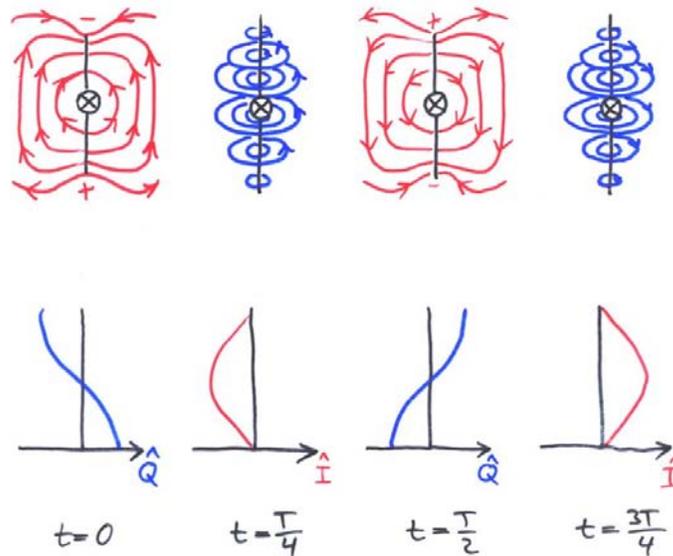


Abbildung 5.3: Elektromagnetische Welle.

sich die Enden des Dipols entladen, und es fließt ein Strom maximaler Stärke – das Lämpchen leuchtet hell. Außerdem bilden sich kreisförmig um den Leiter magnetische Feldlinien aus. Nach einer weiteren Viertelperiode ( $t = \frac{T}{2}$ ) hat sich der Hertzsche Dipol umgeladen; oben sind jetzt positive und unten negative Ladungen angehäuft. Danach beginnt der Strom zurückzufließen und erreicht bei  $t = \frac{3T}{4}$  sein Maximum, so dass das Lämpchen wieder hell leuchtet.

Wir fragen uns nun, wo eigentlich das elektrische und das magnetische Feld geblieben sind. In den Augenblicken maximaler Ladungsanhäufungen auf dem Dipol ist nur ein elektrisches, in den Momenten des Ladungsausgleichs bei maximaler Stromstärke ist nur ein magnetisches Feld vorhanden. Während der Dipolschwingung wandeln sich die beiden Arten dieses sogenannten Nahfeldes periodisch ineinander um. Man findet, dass neben dem Nahfeld noch ein weiteres, auch im großen Abstand vom Dipol kräftig wirkendes Fernfeld entsteht. Zur möglichen Entstehungsweise lassen wir Michael Faraday zu Wort kommen:

„Gewisse Versuchsergebnisse bringen mich zu der Überzeugung, dass sich magnetische Wirkungen ausbreiten und dafür Zeit benötigen. Ich glaube auch, Gründe dafür zu haben, dass das elektrische Feld eine ähnliche zeitliche Fortschreitung erfährt. Ich bin geneigt, die Ausbreitung magnetischer Kräfte, die von einem Magnetpol ausgehen, mit Wellen an einer Wasseroberfläche oder mit Schallwellen zu vergleichen, d. h. ich meine, dass sich die Wellentheorie auf diese Erscheinungen ebenso anwenden lässt wie auf den Schall und sehr wahrscheinlich auch auf das Licht. Ich denke, dass die Wellentheorie analog dazu auch auf die Erscheinungen des elektrischen Feldes angewandt werden kann.“

Wie wir wissen, hatte Faraday mit seiner Aussage, dass sich elektrische und magnetische Felder wie Wellen ausbreiten, recht. Wir fragen uns, wie beispielsweise das magnetische Feld rings um einen schwingenden Dipol aussehen muss, wenn es sich mit einer endlichen Geschwindigkeit ausbreitet. Betrachten Sie dazu Abb. 5.4: Die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Magnetfeldes hat zur Folge, dass die magnetischen Felder  $B$ , die bei der Dipolschwingung während einer Periodendauer  $T$  zeitlich nacheinander auftreten, längs der  $x$ -Achse im Bereich einer Wellenlänge  $\lambda$  räumlich nebeneinander liegen. Diese magnetische Welle hat einen ständigen Begleiter, nämlich eine elektrische Welle. Ihnen ist noch frisch ein Grundversuch zur Induktion in Erinne-

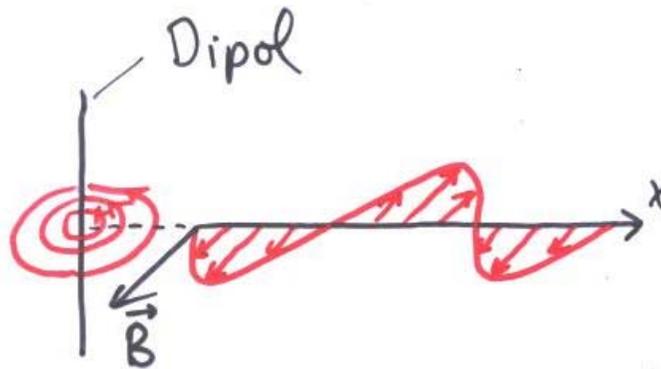


Abbildung 5.4: Veranschaulichung der Wellenausbreitung des magnetischen Feldes.

rung: bewegt man einen (geraden) Leiter mit einer gewissen Geschwindigkeit  $v$  senkrecht zu den Feldlinien eines ruhenden Magnetfeldes der Stärke  $B$ , so wird an seinen Enden eine Spannung induziert ( $U = Bdv$ , falls  $d$  die Länge des ins  $B$ -Feld eingetauchten Leiters ist). Bewegt man das magnetische Feld in umgekehrter Richtung mit gleicher Geschwindigkeit über den ruhenden Leiter, dann wird die gleiche Spannung induziert. Das induzierte elektrische Feld besitzt den Wert

$$E = \frac{U}{d} = Bv. \quad (5.1)$$

Wir merken uns: *Ein mit der Geschwindigkeit  $v$  über einen Punkt hinweg ziehendes Magnetfeld der Stärke  $B$  induziert dort ein elektrisches Feld der Stärke  $E = Bv$ .*

Im folgenden nennen wir diese Welle aus magnetischem und elektrischem Feld eine elektromagnetische Welle. Letztere hat eine weitere bemerkenswerte Eigenschaft: sie wandert in den Raum hinaus, selbst dann noch, wenn der Dipol längst aufgehört hat zu schwingen. Wie kann das möglich sein? Wie erhalten sich elektrisches und magnetisches Feld? Wir haben schon gesehen, dass Magnetfelder durch Induktion ihre elektrischen Begleiter erzeugen. Aber wo bleibt dann das Magnetfeld? Hat es sich durch die Erzeugung des elektrischen Feldes nicht selbst verzehrt? James Clerk Maxwell ist es gelungen, Faradays Ideen von der Verknüpfung elektrischer und magnetischer Felder in einem umfassenden Gleichungssystem festzuhalten. Aus diesen Maxwell-Gleichungen folgt auch, dass wandernde elektrische Felder wiederum magnetische Felder hervorrufen. Daraus folgt aber, dass wegen ihres wechselseitigen Gebens und Nehmens die elektrischen und magnetischen Felder sich nicht verzehren sondern sich gegenseitig am Leben halten. Dabei darf sich keine der beiden Feldarten auf Kosten der anderen bereichern. Für die Energiedichten muss also gelten

$$\varrho_{\text{el}} = \varrho_{\text{mag}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0 \mu_r} B^2. \quad (5.2)$$

Wegen  $E = Bv$  folgt weiter:

$$\frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r B^2 v^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0 \mu_r} B^2 \Leftrightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}. \quad (5.3)$$

Wenn sich die elektromagnetische Welle mit dieser Geschwindigkeit ausbreitet, dann braucht sie zu ihrer weiteren Existenz keine elektrischen Dipolladungen und Ströme mehr. Sie ist ganz auf sich selbst gestellt und wandert, unabhängig vom Sender geworden, immer weiter in den

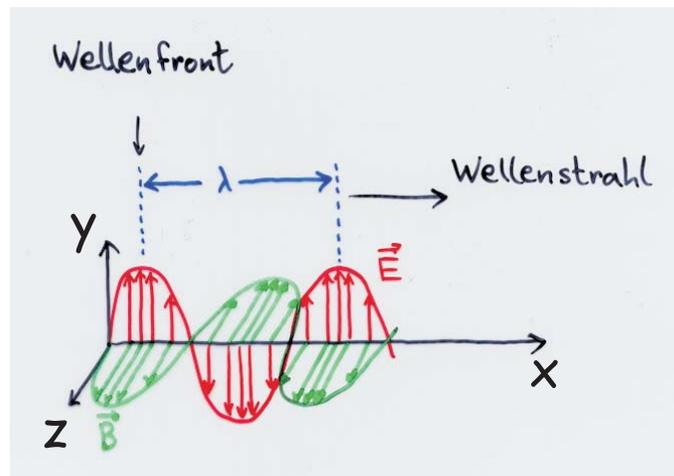


Abbildung 5.5: Elektromagnetische Welle.

Raum hinaus. Für das Vakuum ( $\epsilon_r = 1$ ,  $\mu_r = 1$ ) erhalten wir mit  $\epsilon_0 = 8,854188 \times 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$  und  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 2,997925 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (5.4)$$

(Lichtgeschwindigkeit im Vakuum).

### 5.1.2 Beispiel: Ebene elektromagnetische Welle

Licht ist eine elektromagnetische Welle. Dies bedeutet insbesondere, dass das elektrische und das magnetische Feld periodisch in Raum und Zeit sind. Da sich die sich zeitlich ändernden Felder gegenseitig bedingen, hat die elektromagnetische Welle eine ganz besondere Form (siehe dazu Abb. 5.5). Hier sehen Sie die elektrischen und magnetischen Feldvektoren zu einem bestimmten Zeitpunkt. Sie erkennen, dass  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  senkrecht aufeinander und senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung (in der Abbildung ist dies die positive  $x$ -Achse) stehen. Dies bedeutet insbesondere, dass Licht (allgemein die elektromagnetische Welle) eine transversale Welle ist. Das Kreuzprodukt  $\vec{E} \times \vec{B}$  ergibt die Ausbreitungsrichtung (Rechte-Hand-Regel). Die Felder ändern sich sinusartig mit derselben Frequenz; außerdem sind beide Felder in Phase. Wir können also schreiben

$$E(x, t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \quad (5.5)$$

$$B(x, t) = B_0 \sin(kx - \omega t). \quad (5.6)$$

Wie Sie aus der Wellenlehre in der Mechanik noch wissen, ist  $k$  die Wellenzahl und  $\omega$  die Kreisfrequenz. Abbildung 5.5 deutet Ihnen zwei Möglichkeiten zur Darstellung einer elektromagnetischen Welle an: Sie können die Wellenfronten angeben, die beispielsweise die Maxima des elektrischen Feldes bezeichnen und den Abstand der Wellenlänge untereinander haben, oder Sie können den Wellenstrahl angeben, der senkrecht auf den Wellenfronten steht.

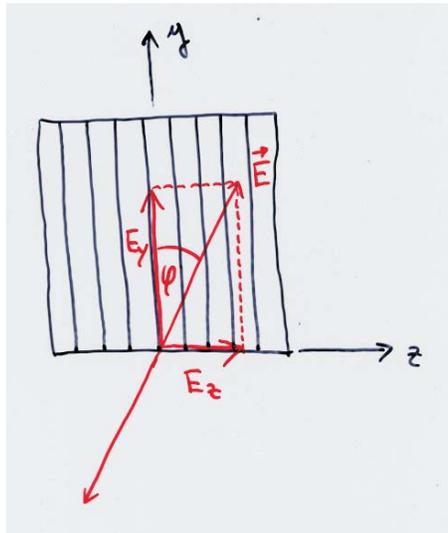


Abbildung 5.6: Gesetz von Malus.

### 5.1.3 Polarisation

Sie haben gesehen, dass elektromagnetische Wellen transversal sind. Gibt es nur eine Schwingungsebene des elektrischen (und damit des magnetischen) Feldes, dann nennt man das Licht linear polarisiert. Linear polarisierte elektromagnetische Wellen erhalten Sie zum Beispiel aus Antennen. Unpolarisiertes Licht entstammt etwa der Sonne oder der Glühbirne - hier wechselt die Schwingungsebene der Feldvektoren zufällig. Man kann unpolarisiertes Licht in polarisiertes mit Hilfe eines Polarisators umwandeln. Man kann sich einen Polarisator als ein Gitter sehr dünner paralleler Drähtchen vorstellen. Elektrische Felder der unpolarisierten Welle, die in Richtung der Drähtchen weisen, werden absorbiert; die elektrischen Felder, die senkrecht zu den Drähtchen orientiert sind, werden durchgelassen (transmittiert). Wir wollen bestimmen, wieviel der ursprünglichen Intensität des unpolarisierten Lichts durch den Polarisator kommt. Dazu denken wir uns unpolarisiertes Licht, das sich längs der  $x$ -Achse ausbreitet. Wegen der Transversalität schwingen alle  $\vec{E}$ - und  $\vec{B}$ -Felder in der  $y$ - $z$ -Ebene. Wir bilden jetzt die Summe aller  $y$ -Komponenten und aller  $z$ -Komponenten. Wenn das Licht wirklich unpolarisiert ist, dann gibt es ebenso viele  $y$ - wie  $z$ -Komponenten. Der Polarisator lässt nur eine Richtung durch, während die andere absorbiert wird. Dies bedeutet aber, dass sich die ursprüngliche Intensität halbiert. Wir halten fest:

Die Intensität unpolarisierten Lichtes wird durch einen Polarisator halbiert, also

$$I = \frac{1}{2} I_0. \quad (5.7)$$

Beachten Sie, dass die Intensität  $I$  hinter dem Polarisator nur dann die Hälfte der ursprünglichen Intensität  $I_0$  ist, falls das Licht unpolarisiert ist. Abbildung 5.6 beschreibt den Fall, dass das auf einen Polarisator einfallende Licht schon polarisiert ist. Die senkrecht zur  $z$ -Achse stehenden Linien kennzeichnen die Durchlassrichtung des Polarisators. Das elektrische Feld  $\vec{E}$  wird in Komponenten senkrecht ( $E_z$ ) und parallel ( $E_y$ ) zur Durchlassrichtung zerlegt. Nur die  $y$ -Komponente wird vom Polarisator durchgelassen. Wir notieren hier ohne Beweis, dass die Intensität einer

elektromagnetischen Welle proportional zum Quadrat der Amplitude des elektrischen Feldes ist. Dann gilt für die transmittierte Intensität wegen  $E_y = E \cos \varphi$  das

**Gesetz von Malus.** Trifft polarisiertes Licht der Intensität  $I_0$  so auf einen Polarisator, dass der Winkel der Schwingungsebene des elektrischen Feldes mit der Durchlassrichtung des Polarisators  $\varphi$  beträgt, dann lautet die transmittierte Intensität

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (5.8)$$

Man kann dieses Gesetz mit Hilfe zweier Polarisatoren und unpolarisiertem Licht überprüfen. Können Sie sich einen Versuchsaufbau ausdenken?

#### 5.1.4 Reflexion und Brechung

Im Folgenden approximieren wir die Wellenausbreitung des Lichts als einen Strahl - alle Eigenschaften, die wir mit Hilfe dieser Näherung erhalten, gehören zur sogenannten geometrischen Optik. In Abb. 5.7 ist ein halbiertes Zylinder aus Glas gezeichnet. Von links oben trifft ein Lichtstrahl unter dem Winkel  $\alpha_1$  zum Lot der Oberfläche auf den Glaszylinder. An der Luft-Glas-Grenzfläche wird dieser Strahl zum einen reflektiert (unter dem Winkel  $\alpha'_1$  zum Lot) und außerdem ins Innere des Glaskörpers gebrochen (Winkel  $\alpha_2$  zum Lot). In diesem Bild wird die geometrische Optik deutlich: einfallendes, reflektiertes und gebrochenes Licht haben wir als Strahlen gezeichnet. Den Winkel  $\alpha_1$  nennt man den Einfallswinkel, Winkel  $\alpha'_1$  heißt Reflexionswinkel, und  $\alpha_2$  ist der Brechungswinkel. Alle Winkel werden bezüglich des Lots der Oberfläche gemessen. Man findet experimentell das

**Reflexionsgesetz.** Der reflektierte Strahl liegt in der vom Einfallsstrahl und dem Lot der Oberfläche aufgespannten Ebene. Einfallswinkel und Reflexionswinkel sind gleich groß, also

$$\alpha_1 = \alpha'_1. \quad (5.9)$$

Der Brechungswinkel hängt mit dem Einfallswinkel über das Gesetz von Snellius zusammen.

**Gesetz von Snellius.** Der gebrochene Strahl liegt in der vom Einfallsstrahl und dem Lot der Oberfläche aufgespannten Ebene. Für den Einfallswinkel und Brechungswinkel gilt

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2. \quad (5.10)$$

Die Zahlen  $n_1$  und  $n_2$  heißen Brechungsindizes und charakterisieren das Material hinsichtlich der Ausbreitung von Licht. Man definiert den Brechungsindex als

$$n = \frac{c}{v}, \quad (5.11)$$

worin  $c$  die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts im Vakuum und  $v$  die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts im Medium ist. Der Brechungsindex ist also exakt gleich 1 im Vakuum und größer als 1 für alle anderen Substanzen. Um den Brechungswinkel mit dem Einfallswinkel zu vergleichen, stellen wir das Snellius-Gesetz nach  $\sin \alpha_2$  um und erhalten:

$$\sin \alpha_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_1.$$

Hieraus leiten sich drei Resultate ab:

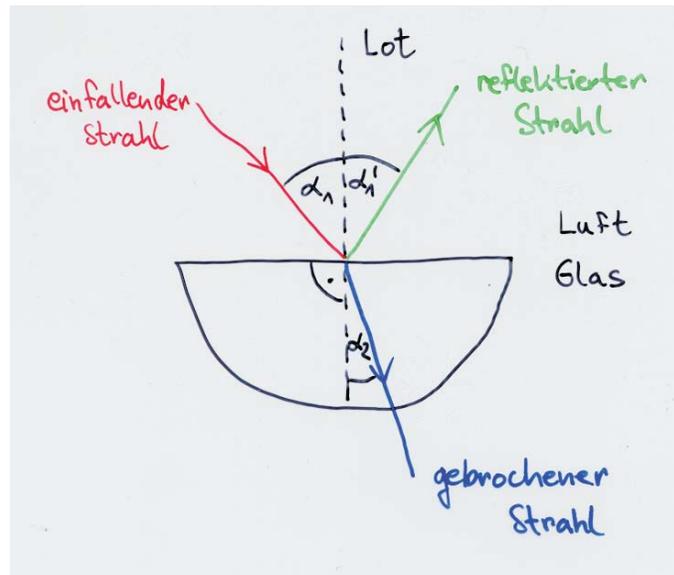


Abbildung 5.7: Reflexion und Brechung.

1. Falls  $n_1 = n_2$ , dann gilt  $\alpha_1 = \alpha_2$ . Grenzen also Materialien mit demselben Brechungsindex aneinander, dann wird der Lichtstrahl nicht gebrochen.
2. Falls  $n_2 > n_1$ , dann gilt  $\alpha_2 < \alpha_1$ . In diesem Fall spricht man vom Material 2 als dem optisch dichteren Material, der gebrochene Strahl wird also zum Lot hin gebrochen.
3. Falls  $n_2 < n_1$ , dann gilt  $\alpha_2 > \alpha_1$ . Das Material 2 heißt jetzt das optisch dünnere Material, und der gebrochene Strahl wird vom Lot weg gebrochen.

Sie haben schon einmal beobachtet, dass weißes Licht, bricht man es etwa in einem Prisma, sich in die Regenbogenfarben zerlegen lässt. Dieses schöne Phänomen lässt sich auf den Brechungsindex zurückführen, der von der Wellenlänge des Lichts abhängt. Die Zerlegung des Lichts in seine Bestandteile nennt man chromatische Dispersion. Ist das gebrochene Licht monochromatisch, besteht es also nur aus einer einzigen Farbe, dann tritt die Dispersion nicht auf. Blaues Licht wird im allgemeinen am stärksten, rotes Licht am schwächsten gebrochen.

### 5.1.5 Totalreflexion

Betrachten Sie einen Lichtstrahl, der aus einem optisch dichteren Medium (1) in ein optisch dünneres Medium (2) tritt. Nach dem Snellius-Gesetz gibt es einen kritischen Winkel  $\alpha_c$ , den der Strahl im Medium (1) mit dem Lot einschließt, so dass der gebrochene Winkel  $90^\circ$  beträgt. Wird jetzt der Einfallswinkel größer, dann liegt nicht länger Brechung vor, sondern Reflexion. Diese Erscheinung nennt man Totalreflexion. Wir bestimmen den kritischen Winkel:

$$n_1 \sin \alpha_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2.$$

Damit erhalten wir für den kritischen Winkel:

$$\sin \alpha_c = \frac{n_2}{n_1}. \quad (5.12)$$

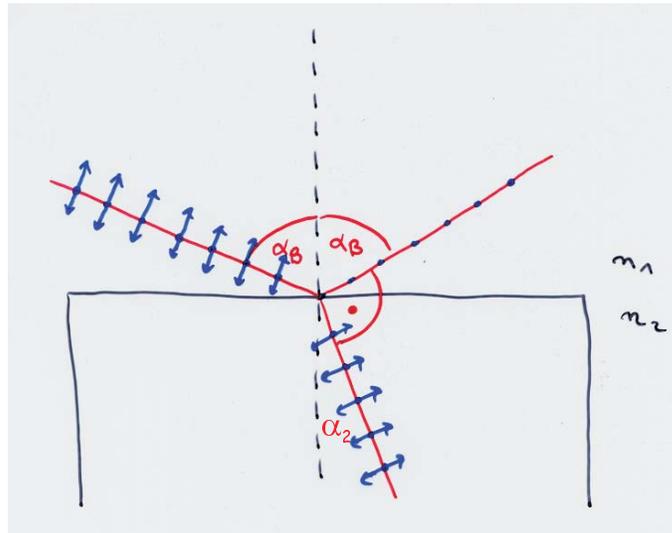


Abbildung 5.8: Polarisation durch Reflexion - Brewster-Winkel.

Diese Totalreflexion findet Anwendung etwa in der Lichtleitung durch optische Fiber. Ärzte verwenden solche Lichtleiter zum Beispiel bei der Magenspiegelung. Zwei Lichtleiter winden sich dabei die Speiseröhre bis in den Magen hinunter. Durch einen Lichtleiter wird Licht zum Ausleuchten geschickt, der andere Lichtleiter transportiert die ausgeleuchteten Stellen des Magens auf den Beobachtungsschirm.

### 5.1.6 Polarisation durch Reflexion

Betrachten wir die Reflexion von unpolarisiertem Licht an einer Grenzfläche, die zwei Medien mit Brechungsindex  $n_1 < n_2$  voneinander trennt (Abb. 5.8). Der unpolarisierte Einfallstrahl enthält Komponenten des elektrischen Feldes parallel (Pfeile) und senkrecht (Punkte) zur Einfallsebene in gleich großer Anzahl. Ist der Einfallswinkel nun so gewählt, dass reflektierter und gebrochener Strahl einen Winkel von  $90^\circ$  miteinander einschließen, dann ist der reflektierte Strahl linear polarisiert (senkrecht zur Zeichenebene). In diesem Fall zeigt nämlich der zur Zeichenebene parallele elektrische Feldvektor an der Grenzfläche in Richtung des reflektierten Strahls, kann also nicht mehr Bestandteil des reflektierten Strahls sein (Sie erinnern sich, dass Licht eine transversale Welle ist). Es bleibt übrig die zur Zeichenebene senkrechte Richtung des elektrischen Feldes. Den Einfallswinkel, den man einstellen muss, um diese vollständige Polarisation zu erhalten, nennt man nach seinem Entdecker den Brewster-Winkel und bezeichnet ihn mit  $\alpha_B$ . Nennen wir den bei der Brewster-Reflexion auftretenden Brechungswinkel  $\alpha_2$ , dann gilt

$$\alpha_B + \alpha_2 = 90^\circ$$

und natürlich das Snellius-Gesetz

$$n_1 \sin \alpha_B = n_2 \sin \alpha_2.$$

Beide Gleichungen zusammen bedeuten

$$n_1 \sin \alpha_B = n_2 \sin(90^\circ - \alpha_B) = n_2 \cos \alpha_B.$$

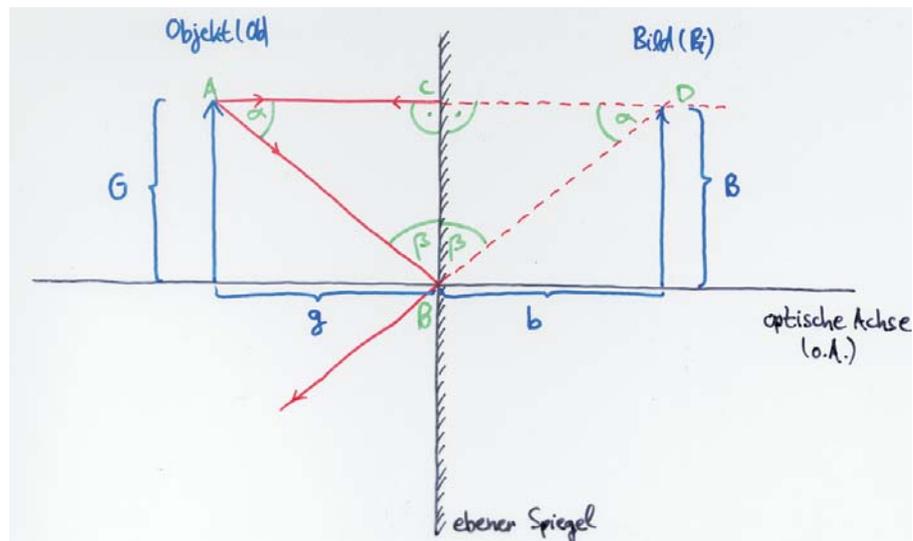


Abbildung 5.9: Abbildung beim ebenen Spiegel.

Für den Brewster-Winkel gilt also:

$$\tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}. \quad (5.13)$$

## 5.2 Abbildungen

Sie öffnen Ihre Augen und schon haben Sie ein Bild Ihrer Umgebung auf der Netzhaut - es wird Zeit, die Abbildung in der geometrischen Optik zu verstehen.

### 5.2.1 Reelle und virtuelle Bilder

Ein reelles Bild können Sie auf einem Schirm auffangen oder mit ihm Filmmaterial belichten. Insbesondere entsteht das Bild unabhängig davon, ob Sie anwesend sind oder nicht. Schauen Sie hingegen in einen ebenen Spiegel, dann sehen Sie Ihr Bild hinter dem Spiegel - dies ist ein virtuelles Bild. Die vom Spiegel reflektierten Strahlen werden im Gehirn rückwärtig verlängert und geben Ihnen die Position des wahrgenommenen, virtuellen Bildes an. Diese Art von Bild existiert nur für den Beobachter dieses Bildes.

### 5.2.2 Ebene Spiegel

Ein Spiegel zeichnet sich dadurch aus, dass er einen Lichtstrahl in eine Richtung reflektiert, anstatt ihn in viele Richtungen zu streuen oder gar zu absorbieren. In Abb. 5.9 steckt eine Menge Information über die Abbildung mit einem ebenen Spiegel im Speziellen und über die Abbildung im Allgemeinen. In jeder ernst zu nehmenden Skizze, die eine Abbildung beschreibt, ist die optische Achse (o. A.) enthalten. Auf ihr kann man beispielsweise die abzubildenden Objekte (Ob) plazieren und abbildungsrelevante Größen markieren. Hierzu gehören die Gegenstandsweite

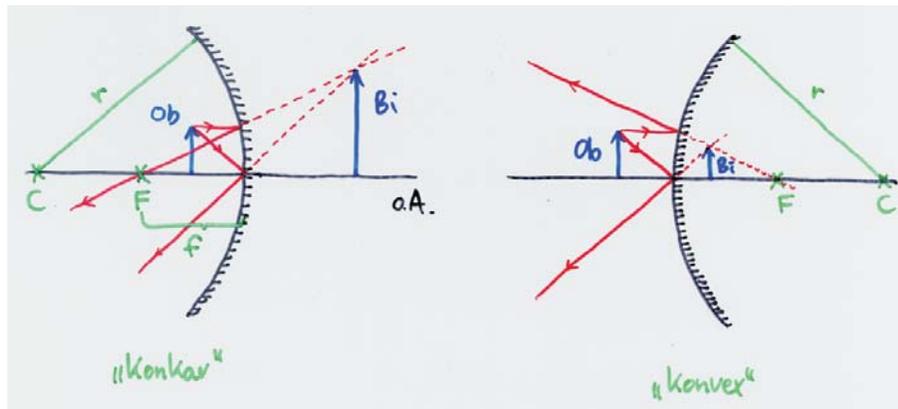


Abbildung 5.10: Abbildung beim sphärischen Spiegel.

$g$  und die Bildweite  $b$ , die die Abstände des Objekts bzw. des Bildes ( $B_i$ ) in diesem Fall vom Spiegel angeben. Mit  $G$  und  $B$  bezeichnet man die Gegenstands- bzw. Bildgröße.

Um das Bild bei einem ebenen Spiegel zu konstruieren, gehen Sie wie folgt vor (siehe Abb. 5.9): Wählen Sie einen Punkt des Objekts (z. B. die Spitze des Pfeils) und zeichnen Sie einen Lichtstrahl parallel zur optischen Achse. Da der Strahl senkrecht auf den Spiegel trifft (Einfallswinkel gleich  $0^\circ$ ), wird er in sich zurück reflektiert. Zeichnen Sie die rückwärtige Verlängerung des Strahls. Zu einem Bildpunkt fehlt Ihnen noch ein zweiter Strahl, der den ersten schneidet. Nehmen Sie etwa einen Lichtstrahl vom ausgewählten Objektpunkt, der auf den Kreuzungspunkt von optischer Achse und Spiegel zeigt. Zeichnen Sie gemäß dem Reflexionsgesetz den reflektierten Strahl und seine bildseitige Verlängerung. Letztere schneidet den ersten Strahl im Punkt D. Damit haben Sie das Bild konstruiert.

Betrachten Sie die Dreiecke ABC und BDC. Diese Dreiecke sind nach dem Winkel-Winkel-Seite-Satz zueinander kongruent. Beide Dreiecke haben die Seite BC gemeinsam; beide Dreiecke sind außerdem rechtwinklig; und schließlich kommt der Winkel  $\alpha$  in beiden Dreiecken vor. Wegen der Kongruenz sind Gegenstands- und Bildweite gleich groß. Es gilt eine Vorzeichenkonvention: Objektabstände werden positiv gezählt, Bildabstände für virtuelle Bilder (dies ist hier der Fall) werden negativ gezählt. Damit gilt für den ebenen Spiegel:

$$g = -b. \quad (5.14)$$

### 5.2.3 Sphärische Spiegel

Es gibt zwei Sorten von sphärischen Spiegeln: konkave und konvexe (die Form der Spiegel wird vom Objekt aus beurteilt). Auf der linken (rechten) Seite der Abb. 5.10 ist ein konkaver (konvexer) Spiegel gezeigt. Den Punkt C nennt man das Krümmungszentrum. Beachten Sie, dass C beim konkaven Spiegel vor dem Spiegel und beim konvexen Spiegel hinter dem Spiegel liegt. Punkt F ist der sogenannte Brennpunkt (erinnern Sie sich an den schönen Versuch in der Vorlesung). Trifft ein Bündel paralleler und achsennaher Lichtstrahlen auf den konkaven Spiegel, dann verlaufen die reflektierten Strahlen alle durch den Brennpunkt. Der Abstand des Brennpunkts von der Mitte des Spiegels ist die Brennweite. Fallen auf einen konvexen Spiegel parallele und achsennahe Lichtstrahlen ein, dann werden letztere nicht in einen Brennpunkt reflektiert.

Stattdessen divergieren sie so, als kämen sie alle aus einem Punkt auf der Bildseite des konvexen Spiegels - die rückwärtigen Verlängerungen der divergierenden Strahlen schneiden sich beim konvexen Spiegel im virtuellen Brennpunkt. Die Vorzeichenkonvention besagt, dass die Brennweite für den konkaven (konvexen) Spiegel positiv (negativ) ist. Die Brennweite ist mit dem Krümmungsradius über

$$f = \frac{r}{2} \quad (5.15)$$

verbunden.

#### 5.2.4 Abbildung beim sphärischen Spiegel

Betrachten Sie wieder Abb. 5.10. Wir konstruieren das Bild eines ausgedehnten Objekts, das innerhalb der Brennweite vor einem konkaven Spiegel steht. Wir zeichnen zunächst einen Strahl, der von der Spitze des Pfeils ausgeht und parallel zur optischen Achse verläuft. Der reflektierte Strahl geht durch den Brennpunkt  $F$ . Wir zeichnen auch die rückwärtige Verlängerung. Ein zweiter Strahl verläuft von der Pfeilspitze zum Scheitel des sphärischen Spiegels (Schnittpunkt des Spiegels mit der optischen Achse). Dort wird er nach dem Reflexionswinkel reflektiert (beachten Sie, dass die optische Achse an dieser Stelle das Lot ist). Auch hier zeichnen wir die bildseitige Verlängerung. Der Schnittpunkt beider Verlängerungen ist der virtuelle Bildpunkt. Führen Sie selbst die Konstruktion beim konvexen Spiegel durch! Stellen Sie das Objekt mal innerhalb, mal außerhalb der Brennweite auf! Von welcher Art sind die entstehenden Bilder?

Für achsennahe Lichtstrahlen gilt die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}, \quad (5.16)$$

die die Brennweite mit Gegenstands- und Bildweite miteinander verknüpft. Aus Abb. 5.10 entnehmen Sie, dass das Bild größer als das Objekt ist. Es ist zudem gleich orientiert wie das Objekt (die Pfeilspitze zeigt für Objekt und Bild nach oben). Als laterale Vergrößerung definiert man den Quotienten aus Bildgröße und Gegenstandsgröße, also

$$m = \frac{B}{G}. \quad (5.17)$$

Dieser Quotient kann negativ sein, falls sich die Orientierung bei der Abbildung umkehrt. Man kann  $m$  auch über die Gegenstands- und Bildweite berechnen:

$$m = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}. \quad (5.18)$$

Ein ebener Spiegel erzeugt nur virtuelle Bilder, so dass die Bildweite immer negativ ist. Wir wissen schon, dass  $b = -g$  für den ebenen Spiegel gilt, daher ist die Vergrößerung des ebenen Spiegels  $m = +1$ . Das Bild hat dieselbe Orientierung wie das Objekt und erscheint gleich groß.

Damit Sie die Abbildungseigenschaften sphärischer Spiegel gedanklich besser sortieren können, verinnerlichen Sie die folgende Tabelle.

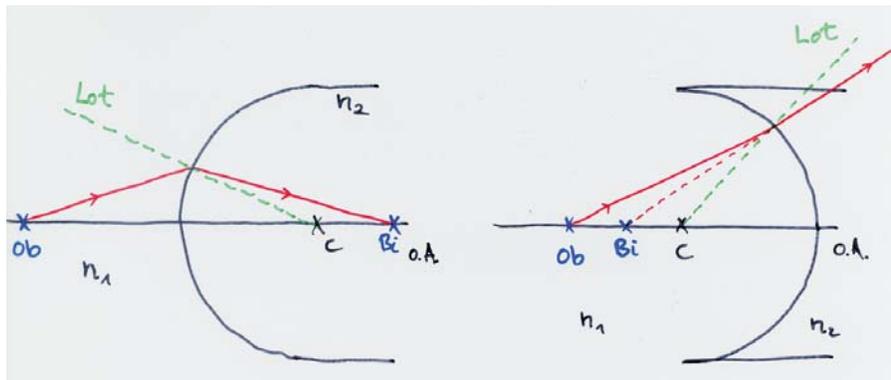


Abbildung 5.11: Abbildung an sphärischen, brechenden Oberflächen.

Spiegel- Typ	Objekt- Position	Position	Bild- Typ	Orientierung	Vorzeichen		
					von $f$	von $r$	von $m$
eben	irgendwo	Bildseite	virtuell	wie Objekt	/	/	positiv
konkav	innerhalb $f$	Bildseite	virtuell	wie Objekt	positiv	positiv	positiv
	außerhalb $f$	Objektseite	reell	gedreht	positiv	positiv	negativ
konvex	irgendwo	Bildseite	virtuell	wie Objekt	negativ	negativ	positiv

### 5.2.5 Sphärische, brechende Oberflächen

Wir haben gesehen, dass man optische Abbildungen mit Hilfe der Reflexion von Lichtstrahlen durchführen kann. Jetzt behandeln wir die Abbildung mit Hilfe der Brechung. Dazu betrachten wir nur sphärische Oberflächen, die einen Krümmungsradius  $r$  besitzen. Weiter gehen vom Objekt Lichtstrahlen aus, die sich in einem Medium mit Brechungsindex  $n_1$  ausbreiten; das Material der lichtbrechenden Substanz habe einen Brechungsindex  $n_2$ . Abbildung 5.11 zeigt Ihnen die Brechung an einer konvexen (links) und konkaven (rechts) Oberfläche. Das Lot, das Sie zur Konstruktion des Bildes benötigen, ist die radiale Verbindung vom Krümmungsmittelpunkt  $C$  zum Brechungspunkt auf der Oberfläche. Geschieht die Brechung zur optischen Achse hin, dann entsteht ein reelles Bild; ist der gebrochene Strahl von der optischen Achse weg gerichtet, dann liegt ein virtuelles Bild vor. Sie erkennen einen wesentlichen Unterschied zu den sphärischen Spiegeln: reelle Bilder entstehen bei der Brechung auf der gegenüberliegenden Seite des Objekts, virtuelle Bilder entstehen auf derselben Seite des Objekts. Ohne Beweis geben wir den Zusammenhang zwischen Gegenstands-, Bildweite, Brechungsindizes und Krümmungsradius bei der Abbildung an einer sphärischen Oberfläche an:

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}. \quad (5.19)$$

Die Vorzeichenkonvention besagt wieder, dass Objektabstände positiv sind. Die Bildweite ist positiv für reelle Bilder und negativ für virtuelle Bilder. Man zählt den Krümmungsradius positiv, wenn das Objekt einer konvexen Fläche gegenübersteht; der Krümmungsradius ist negativ,

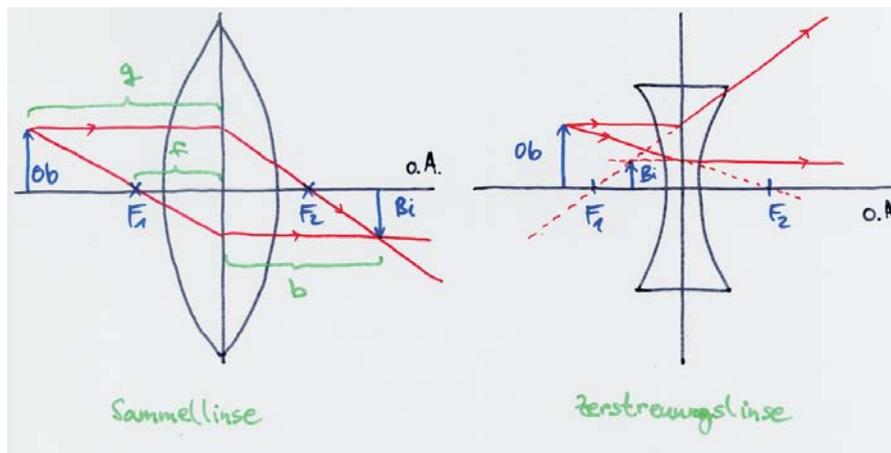


Abbildung 5.12: Abbildung mit Linsen.

wenn das Objekt einer konkaven Fläche gegenüber steht. Beachten Sie, dass dies entgegengesetzt zur Konvention bei den sphärischen Spiegeln ist.

### 5.2.6 Dünne Linsen

Als Linse versteht man ein transparentes Objekt mit zwei brechenden Oberflächen, deren Symmetrieachse identisch ist. Wir werden im Folgenden dünne Linsen betrachten, bei denen der Krümmungsradius viel größer als deren Dicke ist. Man unterscheidet zwei Sorten von Linsen. Die Sammellinse bewirkt eine Brechung achsennaher, zur optischen Achse paralleler Strahlen in genau einen Punkt, den Brennpunkt der Linse. Der Brennpunkt ist der reelle Bildpunkt der einfallenden parallelen Strahlen. Die Brennweite ist nach der Vorzeichenkonvention also positiv. Die Zerstreuungslinse bricht solche Strahlen derart, dass sie auf der Bildseite divergieren. Die objektseitigen Verlängerungen der Strahlen verlaufen durch den Brennpunkt der Linse. Dieser Brennpunkt ist also ein virtueller Bildpunkt, so dass die zugehörige Brennweite negativ ist. Zur Konstruktion des Bildes bei einer Linse betrachten Sie Abb. 5.12. Auf der linken Seite finden Sie die Konstruktion für die Sammellinse, auf der rechten Seite die Konstruktion für die Zerstreuungslinse. Für dünne Linsen und achsennahe Strahlen gilt die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}. \quad (5.20)$$

Die Brennweite  $f$  kann man aus dem Brechungsindex und den Krümmungsradien  $r_1$  und  $r_2$  mit der sogenannten Linsenmacher-Gleichung bestimmen:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (5.21)$$

Bei dieser Gleichung haben wir angenommen, dass sich die Linse mit Brechungsindex  $n$  in Luft befindet.  $r_1$  bezeichnet den Krümmungsradius derjenigen Linse, die näher beim Objekt liegt. Die Vorzeichen der Radien haben wir im vorigen Abschnitt besprochen. In Abb. 5.12 sehen Sie eine Vereinfachung: eigentlich wird der Lichtstrahl beim Eintritt in die Linse und beim Austritt gebrochen. Diese beiden Brechungen werden ersetzt durch eine einzige an der sogenannten Linsenebene, die als eine auf der optischen Achse senkrechte Gerade gezeichnet ist.

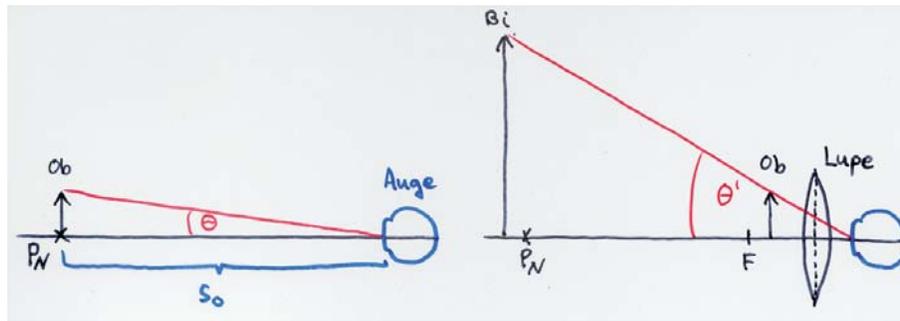


Abbildung 5.13: Lupe und Winkelvergrößerung.

Wir halten schließlich noch fest, dass reelle Bilder von Linsen auf der gegenüber liegenden Seite des Objekts entstehen; virtuelle Bilder entstehen auf der Objektseite. Zur gedanklichen Sortierung und zum Vergleich der Abbildung mit sphärischen Spiegeln versuchen Sie, die folgende Tabelle nachzuvollziehen.

Linsen- Typ	Objekt- Position	Bild- Position	Bild- Typ	Orientierung	Vorzeichen		
					von $f$	von $b$	von $m$
Sammel- linse	innerhalb $f$	Objektseite	virtuell	wie Objekt	positiv	negativ	positiv
	außerhalb $f$	Bildseite	reell	gedreht	positiv	positiv	negativ
Zerstreu- ungslinse	irgendwo	Objektseite	virtuell	wie Objekt	negativ	negativ	positiv

### 5.2.7 Optische Instrumente

In diesem Abschnitt lernen Sie die Lupe, das Mikroskop und das Fernrohr kennen. Allen drei Instrumenten ist gemeinsam, dass sie Objekte, die durch das Auge allein nur sehr klein abgebildet werden, vergrößert abbilden. Beginnen wir mit der

#### Lupe

Objekte in unterschiedlicher Entfernung werden von unseren Augen automatisch scharf gestellt. Diesen Vorgang nennt man Akkomodation. Die Augen sind entspannt, wenn sie auf einen Gegenstand im Unendlichen fokussiert sind. Häufig wollen Sie Details eines Objekts näher betrachten. Ein Weg hierzu wäre, den Gegenstand näher ans Auge zu bringen. Aus dem Alltag wissen Sie, dass unterhalb einer gewissen Gegenstandsweite das Scharfstellen nur mit Anstrengung einher geht. Bei weiterer Verkleinerung der Gegenstandsweite wird das Bild auf ihrer Netzhaut unscharf. Man nennt diese minimale Gegenstandsweite, bei der eine scharfe Abbildung noch bequem zu erreichen ist, die Bezugssehweite. Man legt sie zu  $s_0 = 25 \text{ cm}$  fest. Der Punkt, der im Abstand der Bezugssehweite zur Linse steht, heißt der Nahpunkt. Betrachten Sie hierzu auch die linke Seite der Abb. 5.13. Wir haben hier den Winkel  $\theta$  gekennzeichnet, unter dem der Gegenstand im Abstand der Bezugssehweite dem Auge erscheint. Die rechte Seite der Abb. 5.13 zeigt das Prinzip der Lupe: das näher zu betrachtende Objekt wird innerhalb der Brennweite einer

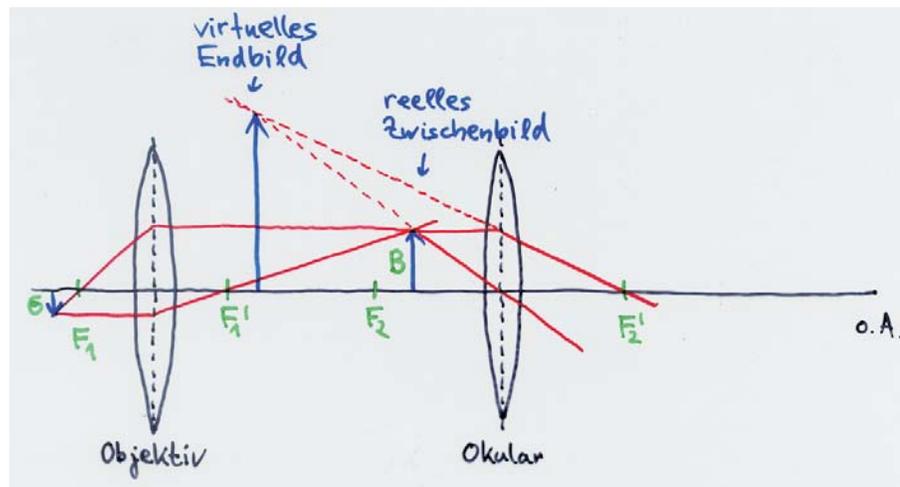


Abbildung 5.14: Zweistufige Abbildung beim Mikroskop.

Sammellinse aufgestellt. Das vergrößerte virtuelle Bild entsteht jenseits vom Nahpunkt, also in einer Bildweite, die größer als die Bezugssehweite ist. Das Auge kann jetzt bequem Details des Objekts studieren. Nennen wir den Winkel, unter dem das virtuelle Bild dem Auge erscheint,  $\theta'$ , dann definiert man die Winkelvergrößerung als

$$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta}. \quad (5.22)$$

Abbildung 5.13 entnehmen Sie, dass  $\tan \theta = \frac{G}{s_0}$  und  $\tan \theta' \approx \frac{G}{f}$  gilt, so wir insgesamt finden:

$$m_\theta \approx \frac{\tan \theta'}{\tan \theta} \approx \frac{s_0}{f}. \quad (5.23)$$

Fahren wir fort mit dem

## Mikroskop

Sehr kleine Objekte können mit dem Mikroskop vergrößert abgebildet werden. Hierzu bedient man sich einer zweistufigen Abbildung: ein Objektiv erzeugt ein reelles Zwischenbild, das vom Okular in Form eines virtuellen Endbildes nochmals vergrößert wird. Das Okular des Mikroskops funktioniert also wie eine Lupe. Abbildung 5.14 zeigt Ihnen den Strahlengang im Mikroskop. Insbesondere erkennen Sie, dass das Objekt etwa in der Brennweite des Objektivs ( $f_{\text{Ob}}$ ) liegt. Das reelle Zwischenbild entsteht innerhalb des Mikroskops. Da das Okular als Lupe wirken soll, liegt das reelle Zwischenbild innerhalb der Brennweite des Okulars ( $f_{\text{Ok}}$ ). Die Brennpunkte des Objektivs und des Okulars sind um die Tubuslänge  $t$  verschoben. Mit Hilfe der Abb. 5.14 können wir die Vergrößerung des Mikroskops bestimmen. Kümmern wir uns zunächst um die Vergrößerung des Objektivs, die man gemäß

$$m = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g} \approx -\frac{t}{f_{\text{Ob}}}$$

ermitteln kann (es gilt doch  $g \approx f_{\text{Ob}}$  und  $b \approx f_{\text{Ob}} + t \approx t$ , da die Tubuslänge im Allgemeinen viel länger als die Objektivbrennweite ist). Die Winkelvergrößerung des Okulars ist die der Lupe,

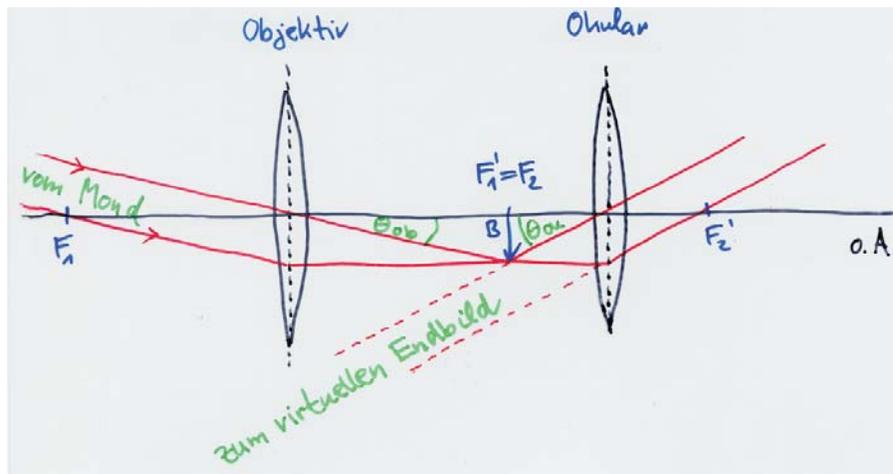


Abbildung 5.15: Zweistufige Abbildung beim Fernrohr.

also

$$m_{\theta} = \frac{\theta'}{\theta} \approx \frac{s_0}{f_{Ok}}$$

Damit erhalten wir die Gesamtvergrößerung des Mikroskops als

$$M = m m_{\theta} \approx -\frac{t s_0}{f_{Ob} f_{Ok}}. \quad (5.24)$$

Sie sehen wegen des Minuszeichens, dass das Endbild auf dem Kopf steht. Zum Schluss behandeln wir noch das

### Fernrohr

Im Gegensatz zum Mikroskop bildet das Fernrohr sehr weit entfernte Objekte ab. Dies äußert sich beispielsweise darin, dass die Brennpunkte von Objektiv und Okular beim Fernrohr zusammenfallen und nicht wie beim Mikroskop um die Tubuslänge verschoben sind. Abbildung 5.15 zeigt Ihnen den Strahlengang im Fernrohr. Sie entnehmen der Abbildung, dass für kleine Winkel  $\theta_{Ob}$  und  $\theta_{Ok}$  gilt

$$\theta_{Ob} \approx \frac{B}{f_{Ob}}$$

$$\theta_{Ok} \approx \frac{B}{f_{Ok}}$$

Also gilt für die Winkelvergrößerung des Fernrohrs

$$m_{\theta} \approx \frac{f_{Ob}}{f_{Ok}}. \quad (5.25)$$

### 5.2.8 Das menschliche Auge

Ein besonders ausgeklügeltes und faszinierendes Abbildungssystem ist das menschliche Auge. Abbildung 5.16 zeigt Ihnen einen Querschnitt: Lichtstrahlen treten durch die gekrümmte Hornhaut und die Linse in den Glaskörper ein und treffen auf die Netzhaut. Auf der Netzhaut sitzen lichtempfindliche Elemente, die Stäbchen und Zäpfchen. Den größten Teil der Krümmung übernimmt die Hornhaut. Die Linsenkrümmung sorgt dann für die sogenannte Akkomodation, also die automatische Scharfstellung unterschiedlich weit entfernter Objekte. Im Ruhezustand, also ohne Muskelanstrengung, akkomodiert das Auge auf den unendlich weit entfernten Punkt.

Ist der Glaskörper zu lang im Vergleich zur Brennweite des Auges, dann ist das Auge kurzsichtig. Lichtstrahlen aus dem Unendlichen werden innerhalb des Glaskörpers vor der Netzhaut fokussiert. Zur Korrektur des kurzsichtigen Auges benötigt man Brillengläser in Form einer Zerstreuungslinse. Gemeinsam mit dem Auge können dann die Strahlen aus dem Unendlichen wieder auf der Netzhaut fokussiert werden.

Bei der Weitsichtigkeit ist der Glaskörper kürzer als die Brennweite des Auges. Infolgedessen werden Strahlen aus dem Unendlichen außerhalb des Glaskörpers fokussiert. Zur Korrektur gibt es hier Brillengläser in Form einer Sammellinse. Zusammen mit dem Auge können jetzt die Lichtstrahlen wieder auf die Netzhaut abgebildet werden.

Die Brennweite eines Brillenglases gibt man nicht in Metern, sondern in Dioptrien an. Die Umrechnung zeigt das Beispiel:

$$-5 \text{ Dioptrien} = -\frac{1}{5} \text{ m} = -20 \text{ cm.}$$

$-5$  Dioptrien entsprechen also einer Brennweite von  $-20$  cm. Das Minuszeichen verrät, dass es sich um eine Zerstreuungslinse und daher beim Patienten um eine kurzsichtige Person handelt.

Zum Abschluss behandeln wir noch die Sehschärfe. Sollten zwei Objektpunkte so nah zusammen sein, dass ihr Bild nur ein einzelnes lichtempfindliches Element auf der Netzhaut reizt, dann haben wir auch nur den Eindruck eines einzelnen Objektpunktes. Wir fragen also, wie nah Objekte beieinander stehen dürfen, um gerade noch getrennt wahrgenommen zu werden. Wir nennen die Brennweite des Auges  $f$  und den Schwinkel, den zwei Objektpunkte bilden,  $\theta$ . Dann gilt für die Größe des Bildes auf der Netzhaut

$$B \approx f \theta.$$

Der minimale Schwinkel, der zu getrennten Wahrnehmung führt, beträgt eine Winkelminute, also

$$\theta_{\min} = 1' = \frac{1}{60}^\circ \approx 0,017^\circ.$$

Befinden sich Objektpunkte, die dem Auge unter dem Schwinkel  $\theta_{\min}$  erscheinen, im Abstand der Bezugssehweite  $s_0$  vom Auge entfernt, dann sind sie

$$d = s_0 \tan \frac{1}{60}^\circ \approx 0,07 \text{ mm}$$

voneinander entfernt. Rücken sie näher zusammen, dann werden sie nicht mehr getrennt voneinander wahrgenommen.

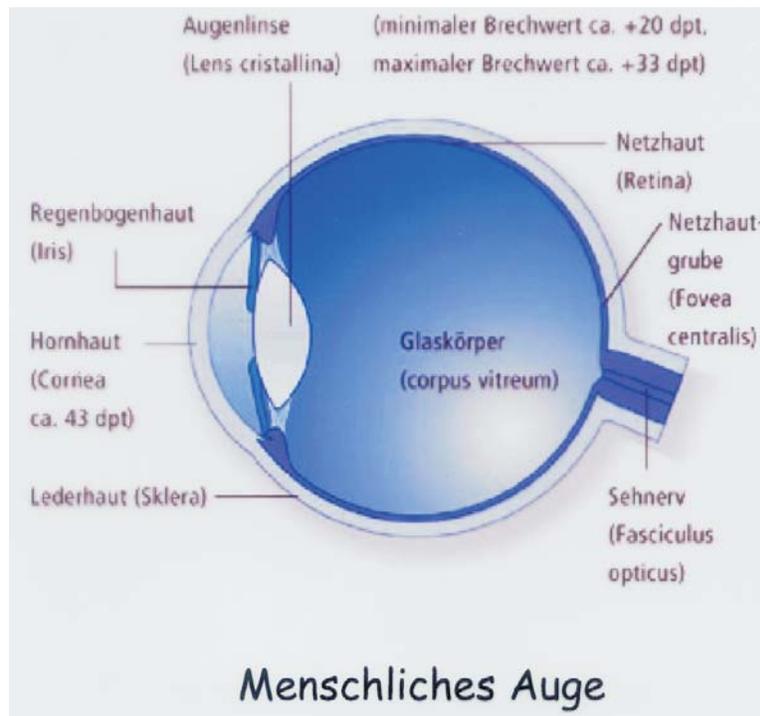


Abbildung 5.16: Menschliches Auge im Querschnitt.

### 5.3 Interferenz

In diesem Abschnitt verlassen wir die geometrische Optik, wir werden also nicht länger die Ausbreitung des Lichts als einen Strahl annähern. Wir fragen vielmehr nach Effekten, die aufgrund der Wellennatur des Lichts auftreten. Aus der Mechanik ist Ihnen die Interferenz von Wellen ein Begriff. Überlagern Sie Wellen, dann kann es je nach Gangunterschied zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz kommen. Ist Licht wirklich eine Welle, dann sollte man auch Interferenzeffekte beim Licht beobachten.

#### 5.3.1 Licht als Welle

Wir formulieren direkt das

**Prinzip von Huygens.** Jeder Punkt einer Wellenfront ist der Ausgangspunkt einer sphärischen Elementarwelle. Jede Wellenfront ist die Einhüllende von Elementarwellen.

Abbildung 5.17 illustriert das Huygenssche Prinzip: auf der linken Wellenfront sind willkürlich Punkte herausgegriffen, die als Zentren von Elementarwellen dienen; Sie sehen um jedes einzelne Zentrum konzentrische Kreise. Eine weitere Wellenfront ist die Einhüllende dieser Elementarwellen, sie verläuft also tangential zu jeder der ausgesendeten Wellen. Im Folgenden sehen Sie, wie man das Huygenssche Prinzip zum Beweis des Gesetzes von Snellius heran ziehen kann. Betrachten Sie hierzu Abb. 5.18. Sie sehen Lichtstrahlen, die im Winkel  $\alpha_1$  gegen das Lot der

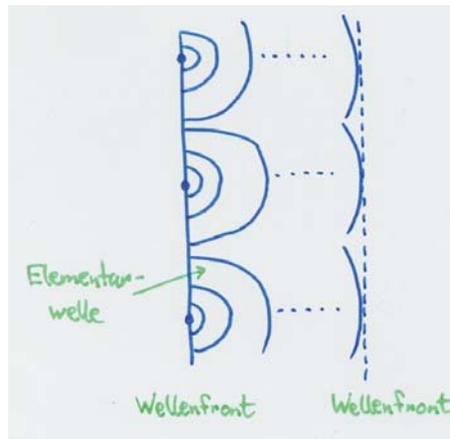


Abbildung 5.17: Prinzip von Huygens.

Grenzfläche zweier Medien mit Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$  einfallen. Die zugehörigen Wellenfronten sind senkrecht auf den Strahlen. Wir nehmen ohne Beschränkung der Allgemeinheit an, dass  $n_1 < n_2$  sei, so dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts im Medium des kleineren Brechungsindex, nennen wir sie  $v_1$ , größer als die Geschwindigkeit im Medium mit größerem Brechungsindex,  $v_2$ , ist. Zum Zeitpunkt 0 erreiche eine einfallende Wellenfront den Punkt  $A$  auf der Grenzfläche. Es verstreiche dann die Zeit  $\Delta t$ , bis diese Wellenfront auch den Punkt  $B$  auf der Grenzfläche erreicht. In dieser Zeit hat sich eine Elementarwelle vom Punkt  $A$  um die Strecke  $v_2 \Delta t$  im Medium mit Brechungsindex  $n_2$  entfernt. Auch am Punkt  $B$  haben wir nach dem Prinzip von Huygens den Erreger einer Elementarwelle. Der Übersichtlichkeit halber wurden hier nur drei Elementarwellen gezeichnet (zwei von  $A$  und eine von  $B$ ). Die Wellenfronten im Medium mit Brechungsindex  $n_2$  sind nach Huygens die Tangenten an die Elementarwellen, die in der Abbildung zu erkennen sind. Zeichnen wir noch die Wellenstrahlen, die ja senkrecht auf den Wellenfronten stehen, dann sehen Sie die Brechung. Gilt jetzt auch wirklich das Snellius-Gesetz? Bezeichnen wir zur Beantwortung der Frage die Länge der Strecke  $\overline{AB}$  mit  $x$ , dann finden wir

$$\sin \alpha_1 = \frac{v_1 \Delta t}{x}$$

und

$$\sin \alpha_2 = \frac{v_2 \Delta t}{x}.$$

Damit haben wir

$$\frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha_1} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \alpha_2} \Leftrightarrow v_1 \sin \alpha_2 = v_2 \sin \alpha_1.$$

Jetzt erinnern wir uns an die Definition des Brechungsindex, nämlich

$$n = \frac{c}{v} \Leftrightarrow v = \frac{c}{n},$$

so dass wir schreiben können

$$\frac{c}{n_1} \sin \alpha_2 = \frac{c}{n_2} \sin \alpha_1 \Leftrightarrow n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2.$$

Dies aber ist das Ihnen wohl vertraute Brechungsgesetz von Snellius. Können Sie auch das Reflexionsgesetz mit Hilfe des Huygensschen Prinzips ableiten?

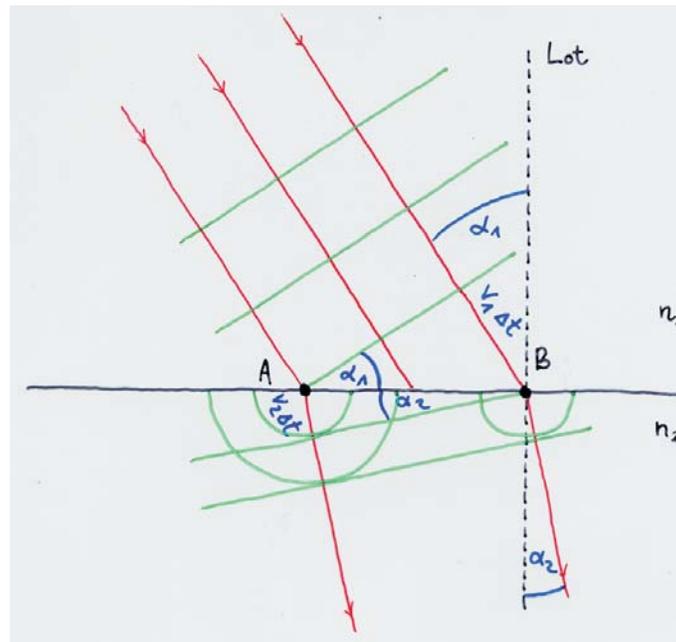


Abbildung 5.18: Snellius und Huygens.

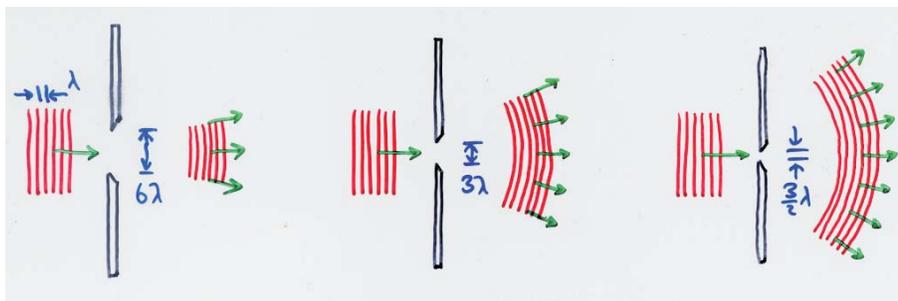


Abbildung 5.19: Beugung am Spalt.

### 5.3.2 Beugung

Die Wellennatur des Lichts bedeutet auch, dass man nicht beliebig dünne Lichtstrahlen erzeugen kann. Wenn Sie aus einem breiten Strahlenbündel ein schmaleres machen wollen, dann können Sie zunächst kleine Öffnungen verwenden, durch die sie das Bündel schicken. Machen Sie die Öffnung oder die Spaltbreite immer kleiner, so dass die Breite schließlich in die Größenordnung der Lichtwellenlänge kommt, dann machen sich Beugungseffekte bemerkbar. Dies ist in Abb. 5.19 veranschaulicht. Die Wellenfront, die im Spalt angekommen ist, können Sie sich nach dem Huygensschen Prinzip als eine Reihe von Erregern von Elementarwellen denken. Das Licht kann beim Spalt gewissermaßen um die Ecke schauen - Sie erhalten keinen scharfen Strahl, wie Sie das etwa aus der geometrischen Optik erwarten würden. Stattdessen fächert das Licht hinter dem Spalt auf. Die Erscheinung der Beugung betrifft alle Wellen, allerdings richten sich die Dimensionen der Öffnungen, durch die Sie die Wellen zur Beugung schicken, nach der entsprechenden Wellenlänge. Im nächsten Abschnitt lernen wir ein Experiment kennen, dass genau diese

Beugungserscheinung ausnutzt, um schließlich zu zeigen, dass Licht eine Welle ist.

### 5.3.3 Interferenzexperiment von Young

Wenn Licht wirklich eine Welle ist, dann sollte man Lichtwellen auch zur Interferenz bringen können. Die in der Mechanik bei der Überlagerung von mechanischen Wellen kennen gelernte konstruktive und destruktive Interferenz erwarten wir auch für Licht. Hierzu hat Thomas Young 1801 ein wichtiges Experiment durchgeführt. In Abb. 5.20 ist eine Prinzipskizze gezeigt. Eine Wellenfront monochromatischen Lichts trifft auf den Doppelspalt der Breite  $d$ . Wir nehmen im Folgenden an, dass in jedem Spalt nur genau ein Erregerzentrum für Elementarwellen vorhanden ist. Im Abstand  $D$  ist ein Beobachtungsschirm aufgebaut. Wir haben zwei Lichtstrahlen gezeichnet, die aus dem oberen und unteren Spalt herrühren. Zum Punkt  $P$  auf dem Beobachtungsschirm legen sie unterschiedlich lange Wege zurück. Diesen Gangunterschied berechnen wir jetzt. Wir nehmen an, dass  $D$  sehr viel größer als  $d$  ist (das unten behandelte Beispiel zeigt, dass dies eine vernünftige Annahme ist). In diesem Fall können wir die beiden Lichtstrahlen als nahezu parallel zueinander behandeln. Den Gangunterschied erhalten wir, indem wir das Lot vom oberen Spalt auf den unteren Strahl fällen und die Strecke  $\Delta$  berechnen. Ist  $\varphi$  der Winkel, den die Strahlen mit der optischen Achse einschließen, dann gilt:

$$\Delta = d \sin \varphi.$$

Ein Helligkeitsmaximum am Punkt  $P$  erwarten wir, wenn beide Lichtstrahlen konstruktiv interferieren; ein Helligkeitsminimum (also Dunkelheit) liegt bei destruktiver Interferenz vor. Damit können wir die folgenden Bedingungen für Intensitätsmaxima und -minima formulieren. Ein Maximum liegt vor, falls

$$\Delta_m = m \lambda \Leftrightarrow \sin \varphi_m = m \frac{\lambda}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \dots); \quad (5.26)$$

ein Minimum erhalten wir im Punkt  $P$ , falls

$$\Delta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \Leftrightarrow \sin \varphi_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (5.27)$$

Die Wellenlänge des verwendeten Lichts haben wir wie üblich mit  $\lambda$  bezeichnet. Der Winkel  $\varphi_0$  führt zum sogenannten zentralen Maximum auf der optischen Achse. Die restlichen Maxima und Minima der Intensität bezeichnet man als Maxima und Minima  $m$ -ter Ordnung. Um den Abstand  $y_m$  eines Maximums oder Minimums  $m$ -ter Ordnung von der optischen Achse auf dem Beobachtungsschirm zu berechnen, verwenden Sie einfach

$$\tan \varphi_m = \frac{y_m}{D}. \quad (5.28)$$

Wir verlassen diesen Abschnitt mit der Behandlung eines Beispiels. Gesucht ist der Abstand zweier benachbarter Intensitätsmaxima bei der Interferenz am Doppelspalt. Die Wellenlänge des verwendeten Lichts betrage  $\lambda = 546 \text{ nm}$ , die Spaltbreite sei  $d = 0,12 \text{ mm}$ , der Beobachtungsschirm stehe im Abstand  $D = 55 \text{ cm}$  vom Doppelspalt entfernt. Greifen wir zwei beliebige benachbarte Maxima heraus. Für die Winkel zu den Maxima gilt:

$$\sin \varphi_m = m \frac{\lambda}{d} \approx \varphi_m$$

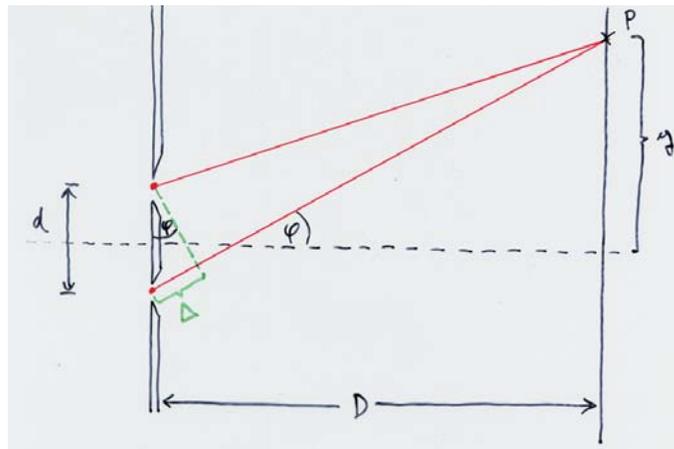


Abbildung 5.20: Doppelspaltexperiment von Thomas Young (1801).

und

$$\sin \varphi_{m+1} = (m + 1) \frac{\lambda}{d} \approx \varphi_{m+1}.$$

Auf dem Beobachtungsschirm nehmen diese Maxima die folgenden Abstände zur optischen Achse ein:

$$y_m = D \tan \varphi_m \approx D \varphi_m$$

und

$$y_{m+1} = D \tan \varphi_{m+1} \approx D \varphi_{m+1}.$$

Der Abstand dieser Maxima ist also

$$y_{m+1} - y_m \approx D (\varphi_{m+1} - \varphi_m) = D (m + 1 - m) \frac{\lambda}{d} = \frac{D \lambda}{d} = \frac{0,55 \text{ m} \times 546 \times 10^{-9} \text{ m}}{0,12 \times 10^{-3} \text{ m}} \approx 2,5 \text{ mm}.$$

### 5.3.4 Kohärenz

Wahrscheinlich möchten Sie den Youngschen Doppelspaltversuch am liebsten selbst durchführen. Haben Sie als Lichtquelle nur eine Glühbirne oder die Sonne, dann geht der Versuch ohne weitere Vorkehrungen daneben. Warum? Das Licht, das Sie verwenden ist nicht kohärent. Damit Sie auf dem Schirm eine bleibende Interferenzfigur sehen, darf sich der Gangunterschied zwischen den interferierenden Lichtwellen zeitlich nicht ändern. Das Licht aus der Glühbirne oder aus der Sonne enthält Wellenzüge, deren relativer Gangunterschied sich zufällig ändert - im Mittel sehen Sie daher einen gleichmäßig ausgeleuchteten Schirm. Sie finden einen Ausweg, indem Sie für Ihr Experiment einen Laser verwenden, der kohärente Lichtwellen aussendet. Wollen Sie weiter die Glühbirne verwenden, dann müssen Sie die Spaltbreite reduzieren, so dass die Gangunterschiede interferierender Lichtzüge ähnlich groß sind. Vielleicht haben Sie aber auch die Idee, die Fresnel schon vor Ihnen hatte: durch zwei kaum zueinander verkippte ebene Spiegel erzeugen Sie von einer Lichtquelle die virtuellen Bilder zweier Lichtquellen, die nun im Takt schwingen. Die Überlagerung der Lichtwellen kann jetzt zur Interferenz führen. Betrachten Sie hierzu auch Abb. 5.21. Die Phasen können sich ruhig zufällig ändern. Das Interferenzbild bleibt davon unangetastet, da die virtuellen Bilder  $L_1$  und  $L_2$  die Phase gleichzeitig ändern (sie sind ja das Bild einer einzigen Lichtquelle  $L$ ).

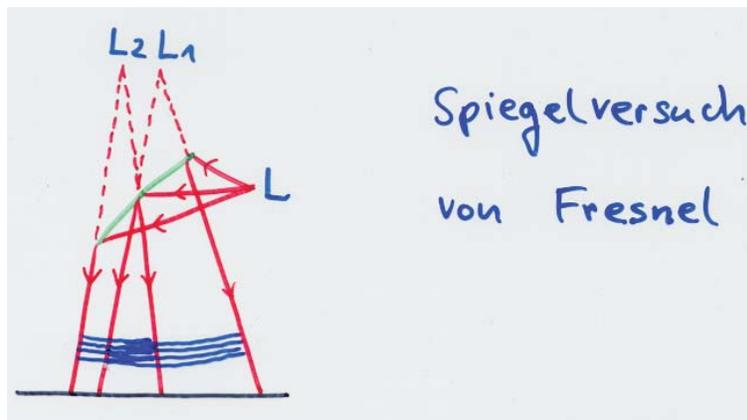


Abbildung 5.21: Fresnelscher Doppelspiegel.

### 5.3.5 Interferenz an dünnen Schichten

In diesem Abschnitt lernen Sie zwei weitere Möglichkeiten kennen, wie ein Gangunterschied zwischen interferierenden Wellenzügen zustande kommen kann: a) die Wellenzüge durchlaufen Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes, b) es entsteht ein Phasensprung von  $\pi$  bei der Reflexion am optisch dichteren Medium. Kümmern wir uns zunächst um a.

Beim Übergang vom Medium 1 mit dem Brechungsindex  $n_1$  in ein Medium 2 mit dem Brechungsindex  $n_2$  bleibt die Frequenz der Lichtwelle erhalten. Dies können Sie anschaulich verstehen, wenn Sie annehmen, dass das elektrische Feld im Medium 1 Elektronen im Medium 2 zu Schwingungen mit derselben Frequenz anregt. Da die Frequenz der Welle in beiden Medien gleich ist, muss gelten

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}.$$

Setzt man jetzt noch die Definition des Brechungsindex, also

$$n = \frac{c}{v},$$

ein, dann finden wir

$$n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2.$$

Ist beispielsweise  $\lambda$  die Wellenlänge im Vakuum oder in Luft, dann ist die Wellenlänge  $\lambda_n$  im Medium mit Brechungsindex  $n$  gegeben durch

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}. \quad (5.29)$$

Wie Sie sehen, verkürzt sich die Wellenlänge im Medium im Vergleich zum Vakuum. Eine Lichtwelle propagiere entlang der  $x$ -Achse im Vakuum (siehe die zugehörigen Wellenfronten in Abb. 5.22). Am Ort  $x_0$  treffe ein Teil der Welle auf ein rechteckiges Medium der Länge  $l$  und mit Brechungsindex  $n$ . Wir sind an den Phasen der Wellen am Ort  $x_0 + l$  interessiert. Die Phase an  $x_0$  nennen wir  $\varphi_0$ . Im Vakuum passen auf die Strecke der Länge  $l$  genau  $\frac{l}{\lambda}$  Wellenberge, falls  $\lambda$  die Wellenlänge im Vakuum bezeichnet. Damit lautet die Phase  $\varphi_1$  am Ort  $x_0 + l$

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \frac{2\pi l}{\lambda}.$$

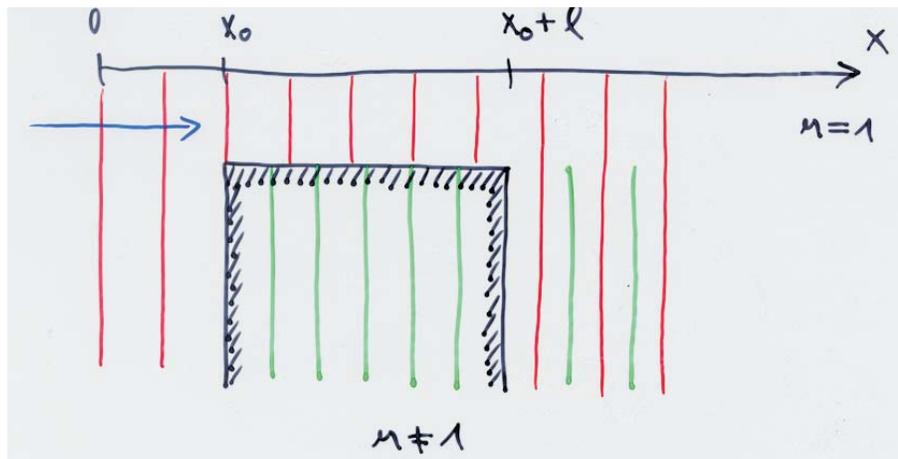


Abbildung 5.22: Gangunterschied für Lichtwellen, die durch Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes propagieren.

Ins Medium der Länge  $l$  passen  $\frac{l}{\lambda_n}$  Wellenberge, so dass die Phase  $\varphi_2$  am Ort  $x_0 + l$  lautet:

$$\varphi_2 = \varphi_0 + \frac{2\pi l}{\lambda_n} = \varphi_0 + \frac{2\pi l n}{\lambda}.$$

Die Phasendifferenz zwischen den beiden Wellen ist daher:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (nl - l).$$

Die letzte Gleichung enthält eine wichtige Auskunft: zur Berechnung des Gangunterschiedes benötigt man nicht allein die geometrische Wegdifferenz. Stattdessen muss man beachten, ob sich der Brechungsindex ändert - es zählt die Differenz der sogenannten optischen Weglängen. Als optische Weglänge bezeichnet man das Produkt aus Brechungsindex und geometrischer Weglänge, also  $nl$  in unserem Fall.

Der zweite Beitrag zur Phasendifferenz ergibt sich aus der Tatsache, dass sich bei der Reflexion am optisch dichteren Medium ein Phasensprung um  $\pi$  ergibt. Dies entspricht einem Gangunterschied von  $\frac{\lambda}{2}$ .

Bei der Interferenz an dünnen Schichten spielen beide Beiträge eine Rolle. Betrachten Sie hierzu Abb. 5.23. Wir nehmen an, dass die Strahlen nahezu senkrecht zur Grenzfläche ( $\theta \approx 0^\circ$ ) einfallen und dass das Medium des einfallenden Lichts Luft sei. Sie sehen, dass der Lichtstrahl am Punkt  $A$  reflektiert und gebrochen wird. Der gebrochene Strahl propagiert zur unteren Grenzschicht, an der er reflektiert wird (Punkt  $C$ ), wieder zur oberen Grenzfläche gelangt und schließlich in die Luft gebrochen wird (Punkt  $B$ ). Wir lassen die Brechung an  $C$  und die Reflexion an  $B$  außer acht. Am Ende erhalten Sie also zwei Lichtstrahlen, die einen unterschiedlich langen Weg zurück gelegt haben und miteinander interferieren. Wir fragen jetzt nach dem Gangunterschied, der sich aus zwei Beiträgen zusammensetzt:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2.$$

$\Delta_1$  ergibt sich aus der optischen Weglängendifferenz zwischen den Strahlen, also ( $L$  ist die Dicke der Schicht, die zwei Mal durchlaufen wird):

$$\Delta_1 = 2Ln.$$

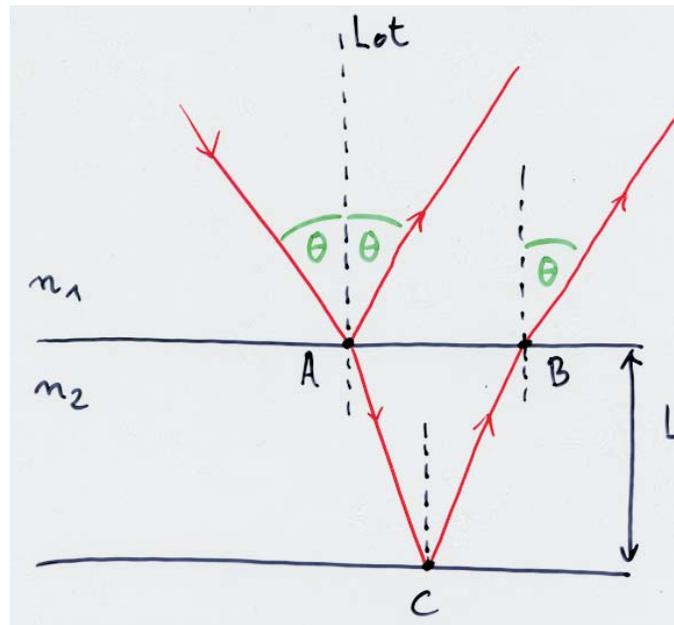


Abbildung 5.23: Interferenz an dünnen Schichten.

$\Delta_2$  rührt aus dem Phasensprung bei der Reflexion am Punkt A her (die Reflexion am Punkt C geschieht am optisch dünneren Medium und beinhaltet keinen Phasensprung); damit haben wir

$$\Delta_2 = -\frac{\lambda}{2},$$

so dass der gesamte Gangunterschied

$$\Delta = 2Ln - \frac{\lambda}{2}$$

beträgt. Konstruktive Interferenz ergibt sich, falls

$$\Delta = m\lambda \Leftrightarrow 2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Die Bedingung für die destruktive Interferenz lautet:

$$\Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \Leftrightarrow 2L = m \frac{\lambda}{n} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

In der Vorlesung haben Sie als Beispiel die Interferenz an einer Glimmerplatte und an einer Seifenblase kennen gelernt. Bei der Seifenblase haben Sie gesehen, dass die Schichten so eng beieinander liegen können, dass der Gangunterschied zwischen den interferierenden Wellenzügen ausschließlich durch die Reflexion am optisch dichteren Medium herrührt. Dies führt zwangsläufig zu destruktiver Interferenz, so dass die Seifenblase an den sehr ausgedünnten Stellen für den Beobachter schwarz erscheint. Mit einem sehr eindrücklichen Bild aus der belebten Natur schließen wir den Abschnitt und mithin die Vorlesung. Abbildung 5.24 zeigt Ihnen das Bild eines besonderen Schmetterlings der Morpho-Gattung. Seine Flügel schimmern dem Beobachter teils bläulich, teils grünlich entgegen. Interessanterweise enthalten die Schuppen der Flügel kein einziges Farbpigment. Die Farbgebung der Flügel kommt durch Interferenz zustande. Die Schichtdicke der Schuppen ist derart, dass die Bedingung für konstruktive Interferenz an dünnen Schichten für blaues und grünes Licht erfüllt ist.



Abbildung 5.24: Interferenz an dünnen Schichten.