Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 1
Gruppe 3 - Atomphysik

3.6 Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons *e/m*

1 Einführung

Es sind zwei Verfahren zur Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons e/m bekannt:

- Messung mit der Fadenstrahlröhre,
- Messung mit der Kathodenstrahlröhre.

In diesem Versuch soll das zweite Verfahren, das H. Busch im Jahr 1922 erstmals beschrieben hat, verwendet werden. Es unterscheidet sich von der Methode mit der Fadenstrahlröhre insbesondere durch die Richtung des angelegten Magnetfeldes. Die Feldlinien laufen parallel zu der Bewegungsrichtung der Elektronen und lenken diese dadurch in schraubenförmige Bahnen ab. Von Vorteil ist dabei die einfachere Berechnung der Magnetfeldstärke aus dem Spulenstrom.

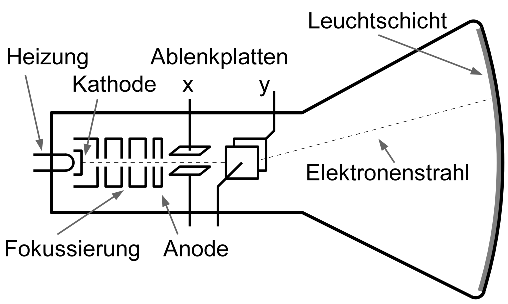

Abbildung 1: Kathodenstrahlröhre

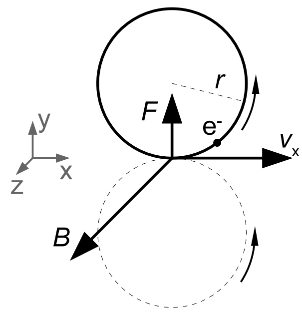

Abbildung 2: Ablenkung eines Elektrons

2 Grundlagen

In einer Kathodenstrahlröhre (oder auch Braunschen Röhre) werden die aus der beheizten Kathode austretenden Elektronen durch die hohe Anodenspanng U_a beschleunigt (siehe Abb. 1). Sie treten durch ein Loch der Anode aus und fliegen von dort mit der konstanten Geschwindigkeit $\vec{v}_z$ auf den mit einer Leuchtschicht versehenen Bildschirm. Ihre kinetische Energie berechnet sich zu

$$E = \frac{m \cdot v_z^2}{2} = e \cdot U_a \, . \tag{1}$$

Beim Weg zum Bildschirm durchlaufen die Elektronen den Raum zwischen den beiden kreuzweise angeordneten Ablenkplatten und werden dort je nach angelegter Spannung durch das elektrische Feld zwischen den Platten in x- und y-Richtung abgelenkt. Für den folgenden Versuch wird nur eine Ablenkung in x-Richtung benötigt.
Die an die x-Platten angelegte Wechselspannung beschleunigt die Elektronen auf eine Geschwindigkeit $\vec{v}_x$, deren Richtung senkrecht zu $\vec{v}_z$ liegt. Die Richtung des gleichzeitig anliegenden homogenen Magnetfelds $\vec{B}$, das von der die Röhre umgebenden Spule erzeugt wird, verläuft parallel zu $\vec{v}_z$. Die dadurch auf die Elektronen wirkende Lorentz-Kraft steht senkrecht auf $\vec{B}$ und $\vec{v}_x$ und zwingt die Elektronen damit in eine Kreisbahn mit

dem Radius r in der x-y-Ebene (siehe Abb. 2). Die Zentripetalkraft F, die auf das Elektron ausgeübt wird, ist gleich der Lorentz-Kraft. Für die skalaren Größen ergibt sich

$$\frac{mv_x^2}{r} = ev_xB. \tag{2}$$

Da die Elektronen sich gleichzeitig in z-Richtung bewegen, entsteht im 3-dimensionalen Raum eine schraubenförmige Bahn. Bei einem bestimmten magnetischen Feld B wird der Kreis in der gleichen Zeit durchlaufen, in der die Elektronen die Strecke l zwischen Anode und Schirm zurücklegen. Sie treffen dann genau im Nullpunkt der x-y-Ebene auf den Bildschirm auf. Für diesen Fall gilt der Zusammenhang

$$\frac{2\pi r}{v_x} = \frac{l}{v_z} \tag{3}$$

Durch Kombination der Gleichungen (1), (2) und (3) erhält man schließlich

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot U}{B^2 \cdot l^2}. \tag{4}$$

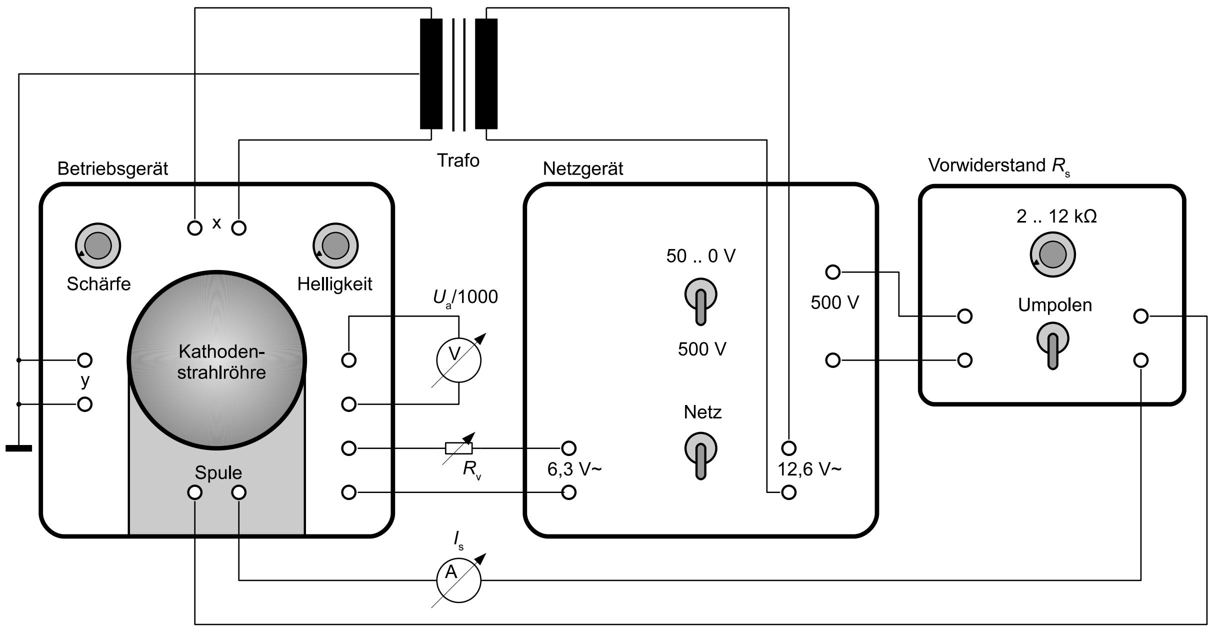

Abbildung 3: Versuchsaufbau nach Busch

3 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus folgenden Komponenten:

- Netzgerät mit Ausgängen für Wechselspannungen von 6,3 V und 12,6 V und einer Gleichspannung von 500 V,
- Betriebsgerät für die Kathodenstrahlröhre mit Hochspannungserzeugung,
- Kathodenstrahlröhre mit Spule,
- Vorwiderstand R_s für die Spule (2 .. 12 kΩ),

- Vorwiderstand R_v für die Hochspannungserzeugung (0 .. 25 Ω),
- Transformator Tr für die Ablenkungspannung,
- zwei Digitalmultimeter.

Der Aufbau ist in Abb. 3 dargestellt. Die Anodenspannung U_a wird im Betriebsgerät über einen Transformator und einem nachgeschalteten Gleichrichter mit Siebkette aus der vom Netzgerät bereitgestellten 6,3 V-Wechselspannung erzeugt. Für die Messung dieser Spannung (600 .. 2000 V) ist in dem Betriebsgerät ein Spannungsteiler (1:1000) eingebaut. Das Multimeter wird an die entsprechend gekennzeichneten Buchsen angeschlossen und zeigt die Spannung in kV an. Über den auf der Niederspannungsseite zwischengeschalteten Vorwiderstand kann der Wert der Anodenspannung verändert werden.
Das Magnetfeld wird mit einer über die Kathodenstrahlröhre gestülpten Zylinderspule erzeugt. An der Stelle z auf der Symmetrieachse der Spule relativ zur Spulenmitte berechnet sich das Feld $B(z)$ aus dem Strom I_s nach

$$B(z) = \mu_0 \cdot \frac{n \cdot I_s}{2a} \left(\frac{\frac{a}{2} - z}{\sqrt{\left(\frac{a}{2} - z\right)^2 + r_s^2}} + \frac{\frac{a}{2} + z}{\sqrt{\left(\frac{a}{2} + z\right)^2 + r_s^2}} \right) \tag{5}$$

Dabei sind:

a	–	Länge der Spule
r_s	–	mittlerer Radius einer Spulenwindung
n	–	Windungszahl

In der Mitte der Spule ($z = 0$) ergibt sich damit

$$B_0 = \mu_0 \frac{n \cdot I_s}{\sqrt{4r_s^2 + a^2}} \tag{6}$$

Ist die Spule sehr lang im Verhältnis zum Durchmesser, d.h. $a^2 \gg 4r^2$, vereinfacht sich dieser Zusammenhang zu

$$B_0^* = \mu_0 \frac{n \cdot I_s}{a} \; . \tag{7}$$

Streng genommen müsste in diesen Versuch das magnetische Feld $B(z)$ für alle Punkte der Laufstrecke l der Elektronen in z-Richtung berechnet werden. Zur Vereinfachung kann aber ein über diese Strecke gemittelter Wert $\bar{B}$ verwendet werden. Dazu wird in Gl. (7) n durch eine *effektive Windunsgzahl* n^* ersetzt:

$$\bar{B} = \mu_0 \frac{n^* \cdot I_s}{a} \; . \tag{8}$$

Aus Gl. (4) und (8) erhält damit schließlich für die spezifische Ladung des Elektrons:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot a^2}{\mu_0^2 \cdot n^{*2} \cdot l^2} \cdot \frac{U}{I_s^2} \tag{9}$$

Für die feststehenden Daten sind im Versuch folgende Werte einzusetzen:

Spulenlänge	a	=	$0{,}16\,\text{m}$
Windungszahl	n	=	20000
effektive Windungszahl	n^*	=	16300
Laufstrecke	l	=	$0{,}097\,\text{m}$
magnetische Feldkonstante	μ_0	=	$1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

4 Durchführung

An die x-Ablenkplatten wird über einen Transformator eine 50 Hz-Wechselspannung angelegt (siehe Abb. 3). Ohne Magnetfeld (*Schalter 50..0 V – 500 V* am Netzgerät nach oben) erscheint auf dem Bildschirm der Röhre ein horizontaler Strich. Stellen Sie Helligkeit und Schärfe am Betriebsgerät so ein, dass dieser möglichst dünn wird.
Nach Zuschalten des Magnetfeldes (*Schalter 50..0 V – 500 V* nach unten) werden die Elektronen auf die beschriebenen Kreisbahnen abgelenkt. Da die Umlaufzeit unabhängig von der Geschwindigkeit v_x ist (siehe Gl. (1) und (2)), muss sich bei Erfüllung der Bedingung aus Gl. (3) ein möglichst kleiner Punkt in der Bildschirmmitte ergeben. Der Spulenstrom I_s wird über den Vorwiderstand R_s eingestellt.
Die Anodenspannung U_a kann über den Vorwiderstand R_v (26 Ω) verändert werden. Der Strom I_s ist für verschiedene Spannungen mehrfach zu messen. Um den Einfluss des Erdmagnetfeldes auszuschließen, muss der Spulenstrom dabei jeweils umgepolt werden.

Aufgaben:

1. Stellen Sie die Anodenspannung auf $U_a = 1,8\,\mathrm{kV}$, und verändern Sie den Spulenstrom I_s über den Vorwiderstand so, dass ein möglichst kleiner Punkt zu sehen ist. Führen Sie diese Messung insgesamt 6 mal durch, wobei Sie die Spule nach jeder Messung umpolen. Tragen Sie die Werte in eine Tabelle ein, und berechnen Sie den Mittelwert von I_s .

2. Erniedrigen Sie die Anodenspannung um 100 V, und überprüfen Sie die Einstellungen für Helligkeit und Schärfe bei ausgeschaltetem Magnetfeld. Wiederholen Sie dann die Messung wie in Aufgabe 1.

3. Machen sie weitere Messungen wie in Aufgabe 2 bis zu einer Anodenspannung von $0,6\,\mathrm{kV}$.

4. Berechnen Sie für alle Spannungswerte U_a und gemittelten Stromwerte I_s die Quotienten U/I_s^2 und nach Gleichung (8) daraus die spezifische Ladung e/m.

5. Berechnen Sie Mittelwert und Standardabweichung von e/m.

6. Für die verwendeten Digitalmultimeter ist im 2 V-Bereich eine max. Abweichung von $\pm(0,6\%\,\mathrm{vom\,Messwert} + 5\,\mathrm{mV})$, im 200 mA-Bereich von $\pm(1\%\,\mathrm{vom\,Messwert} + 0,2\,\mathrm{mA})$ angegeben. Der daraus resultierende jeweilige systematische Fehler setzt sich also aus einem auf den Messwert bezogenen und einen absoluten Anteil zusammen. Bei einer Spannungsablesung von 1,2 V errechnet sich damit z.B. ein relativer Fehler für U von

$$r_U = \frac{\Delta U}{U} = \frac{0,6 \cdot 10^{-2} \cdot 1,2 + 0,005}{1,2} = 1,0\%. \tag{10}$$

   Aus Gl. (9) ergibt sich für die Fehlerfortpflanzung der relativen Fehler von U_a und I_s

$$r_{\frac{e}{m}} = \frac{\Delta\left(\frac{e}{m}\right)}{\frac{e}{m}} = \frac{\Delta U_a}{U_a} + 2 \cdot \frac{\Delta I_s}{I_s} = r_U + 2 \cdot r_I \ . \tag{11}$$

   Berechnen Sie für jeden Spannungswert den daraus resultierenden relativen Fehler von $\frac{e}{m}$, und leiten Sie daraus einen Messfehler für die spezifische Ladung ab.

7. Nennen Sie weitere Ursachen für mögliche systematische Fehler.

9.2008/Ra