2.5 Halleffekt

1 Einführung

Der elektrische Strom in Halbleitern und Metallen wird entweder von beweglichen Elektronen mit der Elementarladung $-e_0$ (e_0 = 1,602·10^{-19} As) getragen oder von positiven Ladungsträgern mit der Ladung $+e_0$, die man Löcher oder Defektelektronen nennt. Seine Größe ist zum einen von der Teilchenzahldichte n dieser Ladungsträger, zum anderen von deren Driftgeschwindigkeit v abhängig. In gut leitenden Metallen liegt die Dichte in der Größenordnung der Atomzahldichten, bei Halbleitern ist sie um viele Größenordnungen kleiner.

Die Stromdichte $\vec{j}$ berechnet sich aus Ladungsträgerdichte n, Elementarladung $q = \mp e_0$ und Driftgeschwindigkeit $\vec{v}$

$$\vec{j} = n \cdot q \cdot \vec{v}. \tag{1}$$

Sie ist außerdem proportional der elektrischen Feldstärke $\vec{E}$ (Ohmsches Gesetz):

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}. \tag{2}$$

σ ist die spezifische Leitfähigkeit. Sie ist eine Materialkonstante und berechnet sich zu

$$\sigma = n \cdot q \cdot \frac{v}{E}. \tag{3}$$

Das Verhältnis von Driftgeschwindigkeit zur elektrischen Feldstärke nennt man auch die Beweglichkeit μ der Ladungsträger:

$$\mu = \frac{v}{E}. \tag{4}$$

Die spezifische Leitfähigkeit wird damit

$$\sigma = n \cdot q \cdot \mu. \tag{5}$$

Mikroskopisch kann man sich den Vorgang der elektrischen Leitung so vorstellen, dass die Ladungsträger im elektrischen Feld die gerichtete Beschleunigung $\dot{\vec{v}} = q \cdot \vec{E}/m$ erfahren (m ist die Masse eines Ladungsträgers). Bis zum Zusammenstoß mit den Gitteratomen nach der Stoßzeit τ haben sie dann die Geschwindigkeit $\vec{v} = \tau\, q \cdot \vec{E}/m$ erreicht. Wenn man annimmt, dass die Ladungsträger bei diesem elastischen Stoß alle ihre Bewegungsenergie verlieren (zentraler Stoß), wird ihre mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\tau \cdot q \cdot \vec{E}}{2 \cdot m}. \tag{6}$$

Nach (3) und (4) ergeben sich damit für die spezifische Leitfähigkeit und die Beweglichkeit

$$\sigma = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{n \cdot q^2}{m}, \qquad \mu = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{q}{m}. \tag{7a,b}$$

Befindet sich nun ein stromdurchflossener und ruhender elektrischer Leiter in einem Magnetfeld mit der magnetischen Induktion $\vec{B}$, so wirkt auf die bewegten Ladungsträger die Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}). \tag{8}$$

Dadurch entsteht im Leiter senkrecht zu $\vec{v}$ und $\vec{B}$ ein elektrisches Feld, das Hall-Feld

$$\vec{E}_{\mathrm{H}} = \frac{\vec{F}_{\mathrm{H}}}{q} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{\mathrm{H}} = q \cdot \vec{E}_{\mathrm{H}}. \tag{9}$$

Im Gleichgewicht ist die Summe der Kräfte auf einen Ladungsträger gleich 0:

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} + \vec{F}_{\mathrm{H}} = 0. \tag{10}$$

Durch Einsetzen von (8) und (1) erhält man dann für

$$\vec{E}_H = -\vec{v} \times \vec{B} = -\frac{1}{n \cdot q}(\vec{j} \times \vec{B}) = R_H(\vec{j} \times \vec{B}). \tag{11}$$

R_{H} ist die materialabhängige Hall-Konstante. Sie kann durch Messung der durch das elektrische Feld in einem Leiter entstehenden Hall-Spannung bestimmt werden.

Sorgt man dafür, dass Stromrichtung und magnetisches Feld aufeinander senkrecht stehen, können die Vektoren durch ihre Beträge ersetzt werden. In einem rechteckförmigen Leiter der Dicke d (in Richtung des Magnetfeldes), der Länge l (in Richtung des Stromes) und der Breite b (in Richtung des Hall-Feldes) fließt der Strom

$$I = j \cdot A = n \cdot q \cdot v \cdot b \cdot d. \tag{12}$$

Die Hall-Spannung U_{H} berechnet sich mit (11) und (12) zu

$$U_{\mathrm{H}} = E_{\mathrm{H}} \cdot b = -v \cdot B \cdot b = -\frac{I \cdot B}{n \cdot q \cdot d}. \tag{13}$$

Daraus ergibt sich die Hall-Konstante

$$R_{\mathrm{H}} = -\frac{1}{n \cdot q} = -\frac{U_H \cdot d}{I \cdot B}. \tag{14}$$

2 Messungen an Halbleiterproben

Der Versuchsaufbau ist in Abb.1 dargestellt. Zur Stromversorgung dienen zwei Labornetzgeräte; zum Messen der Hall-Spannung steht ein Digitalvoltmeter zur Verfügung. Für den Zusammenhang zwischen Magnetfeld des Eisenkernmagneten uns Spulenstrom gilt näherungsweise der Zusammenhang

$$\frac{B}{\mathrm{T}} = \frac{0{,}42 \cdot I_{\mathrm{m}}}{\mathrm{A}} \cdot \left(1{,}0 - 0{,}15 \cdot \left(\frac{I_m}{\mathrm{A}}\right)^2\right) \qquad (0 \leqslant I_{\mathrm{m}} \leqslant 1\,\mathrm{A}). \tag{15}$$

Es sollen zwei Germaniumproben mit den Abmessungen d = 1,0 mm, b = 10,0 mm und l = 20,0 mm ausgemessen werden.

Aufgaben:

2.1 Bestimmen Sie mit dem digitalen Ohmmeter oder durch Strom-Spannungsmessung ($I \leq 2$ mA) die Ohmschen Widerstände der Proben, und berechnen Sie daraus ihre spezifischen Leitfähigkeiten.

2.2 Bauen Sie die Schaltung nach Abb. 1 auf.

2.3 Messen Sie für jede Probe die Hall-Spannung bei I = 2 mA und verschiedenen Feldstärken. Tragen Sie U_{H} gegen B grafisch auf.

2.4 Bestimmen Sie aus den Steigungen der Geraden die Hall-Konstanten R_{H}.

2.5 Berechnen Sie

2.5.1 die Ladungsträgerdichten n,

2.5.2 die Beweglichkeiten μ und

2.5.3 die Stoßzeiten τ.

3 Messungen an Metallproben

Da hier mit sehr großen Strömen gearbeitet werden muss, darf dieser Versuchsteil nur unter **direkter Aufsicht eines Assistenten** durchgeführt werden. Für Silber wird für einige Sekunden ein Strom von 20 A, für Wolfram von 10 A eingestellt. Auch ohne Magnetfeld ist schon eine kleine scheinbare Hall--Spannung erkennbar. Sie hat ihre Ursache in der nicht idealen Platzierung der Hall-Kontakte. Sobald man am Netzgerät zügig den Magnetstrom I_m = 1 A (B = 0,36 T) eingestellt hat, ändert sich die scheinbare Hall-Spannung ein wenig. Nur diese kleine Änderung ist die wahre Hall-Spannung.

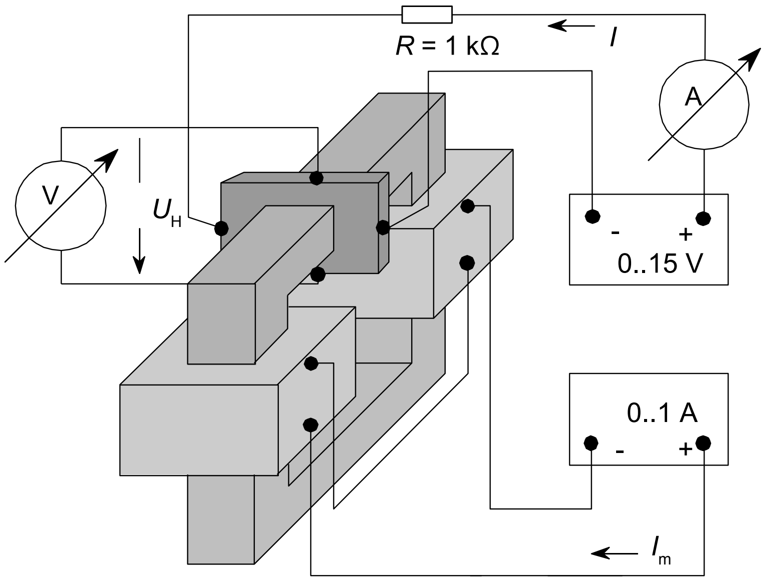

Abbildung 1: Versuchsaufbau

Aufgaben:

3.1 Ersetzen Sie in der Schaltung nach Abb. 1 Netzgerät, Widerstand und das Milliamperemeter für den Probenstrom I durch das 30A-Netzgerät.

3.2 Messen Sie für beide Proben unter Aufsicht die scheinbare Hall-Spannung und deren Änderung bei Einschalten des Magnetstroms. Wiederholen Sie beide Messungen nach Umpolen des Magnetstroms.

	Silber	Wolfram
Spezifische Leitfähigkeit σ	$62{,}5 \cdot 10^6$ 1/(Ωm)	$18{,}9 \cdot 10^6$ 1/(Ωm)
Dichte ρ	$10{,}5 \cdot 10^3$ kg/m³	$19{,}3 \cdot 10^3$ kg/m³
Molgewicht M	0,108 kg/Mol	0,184 kg/Mol
Probendicke d	50 µm	50 µm
universelle Avogadrozahl N_A	$6{,}022 \cdot 10^{23}$ 1/Mol	
Ruhemasse des Elektrons m_e	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg	

Tabelle 1: Probendaten und physikalische Konstanten

3.3 Bestimmen Sie aus den Messungen und den Daten aus Tab. 1
- 3.3.1 die Ladungsträgerdichten n,
- 3.3.2 die Dichten der Metallatome,
- 3.3.3 die Beweglichkeiten μ der freien Ladungsträger
- 3.3.4 und die Stoßzeiten τ (siehe auch Aufg. 2.5).

4 Anwendung der Ergebnisse

4.1 Berechnen Sie für alle Proben unter Verwendung der Messergebnisse jeweils für einen Leiter mit einem Querschnitt von 1 mm², durch den ein Strom von 1 A fließt die Driftgeschwindigkeiten v und die elektrischen Längsfeldstärken E.

4.2 Vergleichen Sie die so bestimmten Werte für n, v und E bei den verschiedenen Probenmaterialien.

4.3 Welche der untersuchten Materialien sind Elektronen- und welche Löcherleiter?

Literatur:

Meschede: Gerthsen Physik, Kap. 6.7.4