2.3 Kapazität und Dielektrikum

1 Einführung

Bringt man die Ladung Q auf einen elektrischen Leiter, so erhält dieser auf seiner Oberfläche ein elektrisches Potenzial V, das von der Geometrie des Leiters abhängt. Bei einem kugelförmigen Leiter mit dem Radius R berechnet sich dieses Potenzial zu

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} . \tag{1}$$

In der Elektrizitätslehre ist nun in den meisten Fällen nicht das absolute Potenzial V sondern die Potenzialdifferenz ΔV gegenüber einem Bezugspotenzial V_{ref} von Bedeutung. Die Potenzialdifferenz wird dabei auch als elektrische Spannung $U = \Delta V = V - V_{\mathrm{ref}}$ bezeichnet. Als Bezugspotenzial verwendet man meistens das Potenzial an der Erdoberfläche. Man nennt es Erdpotenzial oder kurz „Erde". Die Erde kann als kugelförmiger Leiter mit dem Radius R_{E} angesehen werden und hat an der Oberfläche dann das Potenzial

$$V_{\mathrm{ref}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_{\mathrm{E}}} . \tag{2}$$

Da R_{E} sehr groß gegenüber R ist, kann V_{ref} näherungsweise gleich Null gesetzt werden, und es wird

$$U = V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \quad \text{bzw.} \quad Q = 4\pi\varepsilon_0 R \cdot U . \tag{3}$$

Diese Proportionalität zwischen Ladung und Spannung findet man bei allen geladenen Leitern, so dass allgemein gilt

$$Q = C \cdot U . \tag{4}$$

Die Proportionalitätskonstante C wird die elektrische Kapazität genannt, da sie ein Maß für das Fassungsvermögen für elektrische Ladungen ist. Sie hängt dabei von der Geometrie des Leiters und von den elektrischen Eigenschaften des isolierenden Materials ab. Letztere Abhängigkeit wird durch die Dielektrizitätszahl ε (relative Dielektrizitätskonstante) beschrieben. Sie gibt an, um welchen Faktor sich die Kapazität mit Dielektrikum im Vergleich zum Vakuum erhöht.

Bei einem Plattenkondensator berechnet sich die Kapazität aus der Plattenfläche A und dem Plattenabstand d:

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{A}{d} . \tag{5}$$

Genaugenommen gilt dieser Zusammenhang nur für großes A und kleines d, da nur dann die an den Plattenrändern auftretenden Abweichungen vom homogenen Feldverlauf zu vernachlässigen sind. Die Gleichung ermöglicht es, über eine Kapazitätsmessung die Dielektrizitätskonstante des Isolators zu bestimmen. Davon soll in diesem Versuch Gebrauch gemacht werden.

2 Kapazitätsmessung

2.1 Verfahren

Es gibt zwei grundsätzlich verschiedene Verfahren zur Kapazitätsmessung:

- Zur ersten Gruppe zählen alle Verfahren, bei denen die Kapazität auf andere physikalische Größen zurückgeführt wird. Entlädt man zum Beispiel einen aufgeladenen Kondensator über einen definierten Widerstand und bestimmt zu zwei Zeitpunkten die dazugehörige Kondensatorspannung, so lässt sich aufgrund des exponentiellen Entladevorgangs die Kapazität errechnen. Hierbei wurde die eigentliche Kapazitätsmessung auf eine Zeit- und Spannungsmessung zurückgeführt.
- Die zweite Gruppe der Kapazitätsmessmethoden umfasst die Vergleichsverfahren, bei denen der unbekannte Kapazitätswert mit einem Referenzwert verglichen wird (Brückenmessung).

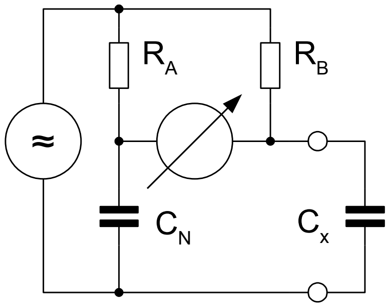

Abb. 1: Prinzip der Wechselstrombrücke

2.2 Wechselstrombrücke

Die einfachste Brückenanordnung ist die mit Wechselstrom betriebene Wheatstonesche Brücke nach Abb. 1. Die Abgleichbedingung ist

$$R_A \cdot \omega\, C_N \;=\; R_B \cdot \omega\, C_x \,. \tag{6}$$

Für die unbekannte Kapazität C_x folgt daraus

$$C_x \;=\; \frac{R_A}{R_B} \cdot C_N \,. \tag{7}$$

Durch Verändern des Widerstands R_A kann die Brücke abgeglichen werden.

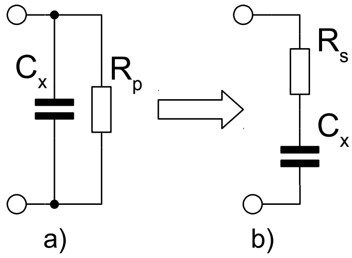

Abb. 2: Ersatzschaltbild eines verlustbehafteten Kondensators

In der Praxis sind allerdings alle Kondensatoren verlustbehaftet, d.h. der Widerstand des Dielektrikums ist nicht unendlich groß. Ein solcher realer Kondensator kann durch ein Ersatzschaltbild beschrieben werden (Abb. 2a), in dem dem Kondensator ein großer Widerstand parallel geschaltet wird. Unter der Bedingung, dass $R_p \gg 1/\omega C_x$ ist, kann statt dessen als Ersatzschaltbild auch die Serienschaltung nach Abb. 2b verwendet werden. Es gilt dann

$$\omega\, R_s\, C_x \;=\; \frac{1}{\omega\, R_p\, C_x} \,. \tag{8}$$

Wenn ein solcher verlustbehafteter Kondensator an die Messbrücke nach Abb. 1 angeschlossen wird, ist allerdings kein vollständiger Brückenabgleich mehr möglich. Es ergeben sich nämlich jetzt in den beiden Brückenzweigen unterschiedliche Phasenverschiebungen. Die Brücke muss deshalb mit einem weiteren veränderbaren Widerstand R_V in Serie zu C_N ausgestattet werden. Mit ihm kann dann der Phasenabgleich vorgenommen werden (siehe Abb. 3).

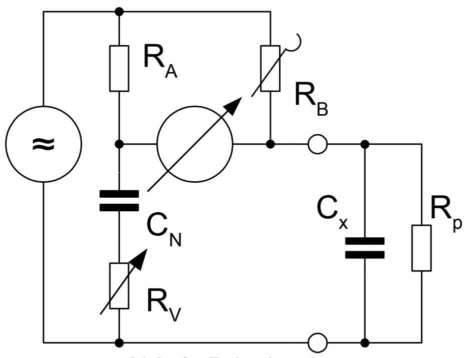

Abb.3: Prinzip einer Wechselstrombrücke mit Phasenabgleich

2.3 Bedienung der RCL-Messbrücke

Das Prinzipschaltbild der im Versuch verwendeten Wechselstrommessbrücke ist in Abb. 3 dargestellt. Sie wird mit einer

Wechselspannung von 1 kHz betrieben. Die Bereichsumschaltung wird mit dem Widerstand R_B, der Brückenabgleich mit den veränderbaren Widerständen R_A und R_V vorgenommen. Zur Anzeige des Abgleichs dient ein Zeigerinstrument mit vorgeschaltetem Verstärker und Gleichrichter.

Nach Anschluss des Messobjektes muss zunächst der richtige Bereich gewählt werden. Dazu wird bei gedrückter „SEARCH"-Taste der Bereichsschalter so eingestellt, dass der Zeiger des Anzeigeinstruments in dem durch „WWWW" gekennzeichneten Bereich steht. Anschließend werden R_A (Knopf oben rechts neben der linearen Skala) und R_V (mit „Q D" gekennzeichneter Knopf) solange wechselseitig verändert, bis ein minimaler Ausschlag am Instrument erreicht ist. Damit ist die Brücke nach Amplitude und Phase abgeglichen. Theoretisch sollte das Instrument im abgeglichenen Zustand „0" anzeigen. Praktisch lässt sich dies nur bei größeren Kapazitäten erreichen. Bei kleinen Kapazitäten wirken sich die Einstreuungen aus der Umgebung auf den Messaufbau so stark aus, dass auch im abgeglichenen Zustand noch eine Restspannung angezeigt wird.

Die unbekannte Kapazität C_x liest man dann als Zahl zwischen 0,5 und 10 multipliziert mit einer Zehnerpotenz in Kapazitätseinheiten an der linearen Skala direkt ab. Die Zehnerpotenz ergibt sich aus der Stellung des Bereichsschalters. Mit ihm wird der Widerstand R_B in dekadischen Schritten verändert. C_N hat einen festen Wert von 100 nF.

2.4 Bestimmung des Verlustfaktors mit der RCL-Wechselstrombrücke

Der dimensionslose Verlustfaktor $D = \tan\delta$ ergibt sich aus (8) zu

$$D = \tan\delta = \omega\, R_s\, C_x = \frac{1}{\omega\, R_p\, C_x}\,. \tag{9}$$

Der Winkel δ wird als Verlustwinkel bezeichnet und beschreibt die Abweichung von der 90°-Phasenverschiebung eines idealen Kondensators. Verlustwinkel und Verlustfaktor sind damit ein Maß für die Güte eines Kondensators. Der Verlustfaktor wird an der „Q D"-Skala abgelesen. Je nach Stellung der „D"-Taste ist der abgelesene Wert noch mit 0,01 (Taste nicht gedrückt) oder 0,1 (Taste gedrückt) zu multiplizieren. Zu beachten ist, dass bei gedrückter Taste die Betriebsfrequenz der Messbrücke auf 100 Hz umgeschaltet wird.

3 Aufgaben

3.1 Plattenkondensator

3.1.1 Berechnen Sie die Kapazität eines Plattenkondensators (Plattenradius r = 12,8 cm) bei 10 verschiedenen Plattenabständen d im Bereich 0,5 .. 2,0 cm.

3.1.2 Stellen Sie die in Aufgabe 3.3.1 gewählten Abstände d unter Verwendung der Noniusskala ein, und messen Sie die Kapazitäten mit der Brücke.

3.1.3 Stellen Sie die theoretisch berechneten und die gemessenen Kapazitätswerte in einer Grafik als Funktion von $1/d$ dar. Zeichnen Sie die Ausgleichsgeraden. Die Messgerade geht dabei nicht durch den Nullpunkt. Der Achsenabschnitt stellt eine Zusatzkapazität dar, die auf die Zuleitungen und die Eingangsschaltung der Messbrücke zurückzuführen ist. Bei weiteren Messungen müssen Sie diesen Betrag jeweils abziehen.

3.1.4 Die größere Steigung der Messgerade lässt sich durch eine zweite Zusatzkapazität interpretieren, die proportional $1/d$ ist. Sie hat ihre Ursache in dem am Rand der Kondensatorplatten auftretenden Streufeld. Berechnen Sie aus der Steigung den scheinbaren Plattenradius.

3.2 Dielektrika

Bringen Sie die 4 aus unterschiedlichen dielektrischen Materialien bestehenden Scheiben in den Plattenkondensator ein, und bestimmen Sie die relativen Dielektrizitätskonstanten und den Verlustfaktor für

3.2.1 Plexiglas,
3.2.2 Trovidur,
3.2.3 Trolitul,
3.2.4 Pertinax.

Die jeweiligen Plattendicken messen Sie mit dem Messschieber aus. Achten Sie auf einen festen Sitz der Platten im Kondensator.

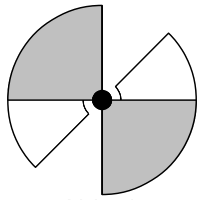

Abb. 4: Drehkondensator

3.3 Drehkondensator

3.3.1 Zeichnen Sie die Ersatzschaltbilder, und berechnen Sie die Kapazität des Drehkondensators bei vollständig eingedrehtem Rotor für die folgenden drei Anschlussmöglichkeiten:

a) zwischen den beiden Statorplattenpaketen,
b) zwischen dem Rotor und beiden Statorplattenpaketen,
c) zwischen dem Rotor und einem Statorplattenpaket.

Die Platten haben die Form von Kreisringsektoren (Abb. 4) mit den Radien $r_i = 3$ mm und $r_a = 9{,}5$ mm. Der Winkel des Sektors beträgt 82°, der Abstand zwischen den einzelnen Platten ist $d = 0{,}3$ mm. Der Rotor enthält 30, der Stator 29 Blätter.

3.3.2 Messen Sie die Kapazität des Drehkondensators für die unter 3.3.1 beschriebenen Anschlussmöglichkeiten, und vergleichen Sie die Messwerte mit den theoretisch berechneten Werten.

3.4 RC-Kombinationen

3.4.1 Berechnen Sie anhand der Nominalwerte der Bauelemente die Verlustfaktoren der vier aus Kondensatoren und Widerständen aufgebauten Messobjekte (A, B, C, D).

3.4.2 Messen Sie die Kapazitäten und Verlustfaktoren, und vergleichen Sie sie mit den berechneten Werten.

Literatur:

Meschede:	Gerthsen Physik, Kap. 6.1, 6.2
Rohe :	Elektronik für Physiker, Kap. 1.1.2
Böger :	Bauelemente der Elektronik und ihre Grundschaltungen, Kap. 6.3
Schrüfer:	Elektrische Meßtechnik, Kap. 4

Geräte:

1 RCL-Messbrücke, 1 Plattenkondensator, 1 Drehkondensator, 4 RC-Kombinationen, 4 scheibenförmige Dielektrika, 1 Messschieber

1.2012/Ra