

2.8 Messung des Erdmagnetfelds mit einer rotierende Spule

1 Einführung

Wird ein elektrischer Leiter der Länge ds in einem Magnetfeld \vec{B} mit der Geschwindigkeit v bewegt, so wird in ihm eine Spannung dU_i induziert:

$$dU_i = [\vec{v} \times \vec{B}] \cdot d\vec{s}. \quad (1)$$

Erweitert man den Leiter zu einer kreisförmigen Drahtschleife mit dem Radius r in der x-z-Ebene eines räumlichen Koordinatensystems und lässt diese um die z-Achse mit einer Winkelgeschwindigkeit ω rotieren, erhält man an den Enden der Schleife eine sinusförmige Induktionsspannung. Der Spitzenwert U_i wird erreicht, wenn die Schleifenebene in der Magnetfeldrichtung liegt.

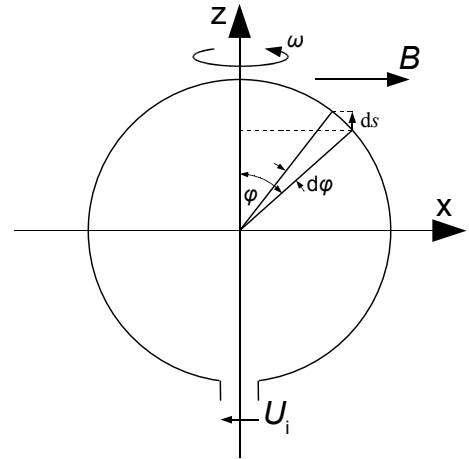


Abbildung 1: Rotierende Drahtschleife im Magnetfeld

Zur Berechnung dieser Spannung nehmen wir an, dass das Feld parallel zur x-Achse ausgerichtet ist (siehe Abb. 1). Die Geschwindigkeit v eines Leiterstücks in y-Richtung und seine wirksame Länge ds berechnen sich aus dem Winkel φ zu

$$v(\varphi) = \omega r \sin \varphi \quad \text{und} \quad ds = r \sin \varphi d\varphi \quad (2)$$

Durch Einsetzen in (1) erhält man für den Spitzenwert der induzierten Spannung

$$U_i(r) = \int_{\text{Schleife}} v B ds = 2r^2 \omega B \int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi = \pi r^2 \omega B = A_r \omega B. \quad (3)$$

Erweitert man die Drahtschleife zu einer Spule mit N Windungen, so muss die räumliche Ausdehnung dieser Wicklung (siehe Abb. 2) berücksichtigt werden. Die in (3) mit A_r bezeichnete, von der Schleife eingeschlossene Fläche muss durch eine mittlere Windungsfläche A ersetzt werden. In einem Ring der Dicke dr befinden sich

$$dN = N \frac{b dr}{b(r_a - r_i)} \quad (4)$$

Windungen. In ihnen wird die Spannung $dU_s(r) = U_i(r) dN$ induziert. Durch Integration erhält man für die in der gesamten Spule induzierte Spannung

$$U_s = \int_{r_i}^{r_a} U_i dN = N \omega B \frac{\pi}{3} (r_i^2 + r_i r_a + r_a^2) = N \omega B A. \quad (5)$$

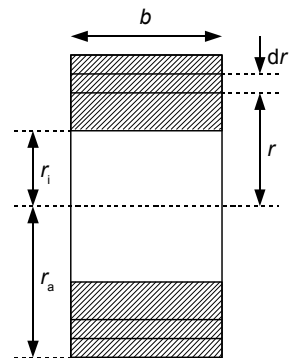


Abbildung 2: Wirksame Fläche einer Spule

Bei beliebiger Orientierung des Magnetfeldes im Raum bleiben sowohl die der Rotationsachse parallele Komponente B_z als auch die Richtung von \vec{B} in der x-y-Ebene ohne Einfluss auf U_s .

2 Versuchsdurchführung

Im Versuch wird die Spannung mit einem Digitalmultimeter gemessen, dessen Anzeige in Effektivwerten geeicht ist. Dabei wird die Spule durch den endlichen Innenwiderstand $R_i = 10 \text{ M}\Omega$ des Multimeters belastet. Die angezeigte Spannung U_m ist

$$U_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{R_i}{R_{sp} + R_i} U_s. \quad (6)$$

Die Drehzahl n wird über ein mitgedrehtes Kreisstrichgitter, eine Lichtschranke und einen Zähler gemessen und direkt in Umdrehungen/Sekunde angezeigt. Es ist

$$\omega = 2\pi n. \quad (7)$$

Für die Auswertung der Messungen können die Gleichungen (5) bis (7) zu

$$B = K \frac{U_m}{n} \quad (8)$$

zusammengefasst werden. Die Konstante K enthält dann alle Apparatkonstanten und wird nur einmal berechnet. Zur Bestimmung des Magnetfeldes B muss man also jeweils nur eine Spannung und die dazugehörige Drehzahl messen.

Bei der praktischen Durchführung der Messungen sind die folgenden

Hinweise unbedingt zu beachten:

- (1) Bewegen Sie die Rahmen der kardanischen Aufhängungen nur langsam. Die rotierende Spule besteht aus ca. 6 kg Cu und hat somit ein großes Trägheitsmoment. Sie tendiert wie jeder Kreisel zu einer für den Experimentator unerwarteten Bewegung im rechten Winkel zur angreifenden Kraft.
- (2) Halten Sie durch Regulierung der Druckluftzufuhr die Drehzahl bei max. etwa 12 Umdrehungen/Sekunde.

Anzahl der Windungen N	114 000
Innenwiderstand R_{sp}	170 k Ω
Innenradius r_i	95 mm
Außenradius r_a	120 mm

Tabelle 1: Spulendaten

2.1 Messung der Horizontalkomponente B_H des Erdmagnetfeldes

Die Rotationsachse wird dazu lotrecht eingestellt. Da die Vertikalkomponente B_V wesentlich größer ist als B_H , muss diese Einstellung sehr sorgfältig vorgenommen werden. Andernfalls wird nämlich ein Teil von B_V mitgemessen.

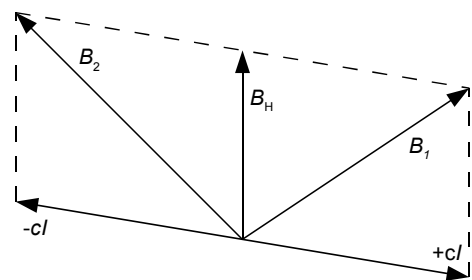
Aus dieser Messung erhält man allerdings nur den Betrag von B_H , nicht aber seine Richtung. Zur Bestimmung der Richtung wird mit Hilfe einer Helmholtzspule ein horizontales Magnetfeld bekannter Richtung und Größe dem Erdmagnetfeld überlagert. Die beiden Teile der quadratischen Helmholtzspule werden dazu in Serie geschaltet. Am Ort der rotierenden Spule erzeugen sie ein vom durchfließenden Strom I abhängiges Feld

$$B_{sp} = c \cdot I$$

(9) Abbildung 3: Lage der Feldkomponenten

Die Konstante c hat den Wert $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ T/A}$. Die Richtung des Feldes steht dabei senkrecht auf den Spulenebenen.

Durch Drehen der Helmholtzspule wird B_{sp} so eingestellt, dass es genau senkrecht auf B_H steht. Solange dies nicht der Fall ist, ergibt eine Umpolung des Spulenstromes zwei verschiedene Messwerte B_1 und B_2 (siehe Abb. 3). Der Unterschied zwischen B_1 und B_2 gibt einen Hinweis darauf, in welche Richtung die Helmholtzspule zu drehen ist, um Gleichheit zu erzielen. Es gilt dann



$$B(I) = B_1 = B_2 = \sqrt{B_H^2 + c^2 I^2}. \quad (10)$$

Bei paralleler Ausrichtung von B_{sp} und B_H erhält man

$$B = B_H \pm c \cdot I. \quad (11)$$

Aufgaben:

- 2.1.1 Berechnen Sie die Konstante K (Gl. (8)).
- 2.1.2 Bestimmen Sie den Betrag der Horizontalkomponente B_H des Erdmagnetfeldes.
- 2.1.3 Richten Sie die Helmholtzspule nach dem oben beschriebenen Verfahren so aus, dass ihr Feld B_{sp} senkrecht auf B_H steht. Als Stromstärke wird dabei $I = \pm 0,8$ A eingestellt.
- 2.1.4 Drehen Sie die Helmholtzspule um 90° aus der so gefundenen Orientierung, so dass Spulen- und Erdfeld parallel sind. Messen Sie auch hier die Abhängigkeit $B(I)$, und tragen Sie die resultierende Gerade auf. Da nur der Betrag von B gemessen wird, muss das Vorzeichen von Hand ergänzt werden. Für kleine Werte von B wird die Messung durch äußere Einstreuungen sehr ungenau. Diese Messwerte dürfen beim Zeichnen der Geraden nicht berücksichtigt werden.

Aus der Grafik erhält man zwei Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. Aus ihnen ergeben sich zwei Werte für B_H . Ihr Vergleich gibt einen Hinweis auf die Messgenauigkeit.

2.2 Messung der Vertikalkomponente B_V des Erdmagnetfeldes

Die Helmholtzspule wird so eingestellt, dass B_{sp} parallel zu Horizontalkomponente B_H des Erdmagnetfeldes verläuft (siehe Aufgabe 2.1.4). Durch geeignete Einstellung des Spulenstromes I kann B_H kompensiert werden, so dass auf die rotierende Spule nur noch die Vertikalkomponente B_V wirkt. Sie kann dann mit der Apparatur gemessen werden, indem die Rotationsachse der Spule in die waagerechte Ebene gelegt wird.

Aufgaben:

- 2.2.1 Stellen Sie den Spulenstrom I so ein, dass die Horizontalkomponente B_H des Erdmagnetfeldes kompensiert wird (siehe auch 2.1.4).
- 2.2.2 Drehen Sie die Rotationsachse in die Waagerechte, und messen Sie das Feld B in Abhängigkeit des Orientierungswinkels α in dieser Ebene für Winkel von 0 bis 360° . Welchen Einfluss sollte dieser Winkel auf B theoretisch haben, und welchen hat er tatsächlich?

Literatur:

Meschede:	Gerthsen Physik, Kap. 6.9.5, 7.1
Bergmann-Schaefer, Bd II:	Elektrizität und Magnetismus, Kap. 42
Küpfmüller:	Theoretische Elektrotechnik, Kap. III (23)

Geräte:

Messtisch mit Helmholtzspule und rotierender Spule, Dosenlibelle, Druckluftzufuhr, Netzgerät, Drehzahlmesser und Digitalmultimeter ($R_i = 10 \text{ M}\Omega$)