

3.9 Gedämpfte Schwingungen

1 Einführung

Im Versuch 3.3 wurde die in einem Kondensator gespeicherte Energie bei der Entladung über einen Widerstand abgeführt. Der Zeitverlauf der Spannung wird dabei durch eine abklingende e-Funktion beschrieben. Ersetzt man den Widerstand durch eine Spule, so hat man in der Schaltung einen zweiten Energiespeicher. Die am Anfang im Kondensator vorhandene Energie kann jetzt zwischen den beiden Bauelementen hin- und herpendeln. Es ergeben sich Schwingungen. Die Schaltung bezeichnet man daher als Schwingkreis.

Da in einer realen Spule immer ein ohmscher Widerstand vorhanden ist (siehe auch Abb. 1 in Versuch 3.8), wird diesem Schwingungsprozess über den Widerstand ständig etwas Energie entzogen, so dass sich in der Praxis gedämpfte Schwingungen ergeben.

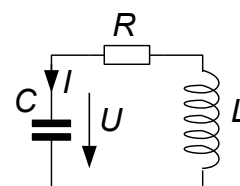


Abb. 1: Schwingkreis

Die mathematische Beschreibung dieser Anordnung (Abb. 1) erfolgt durch eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung (siehe dazu auch die Praktikumsversuche 1.5 und 2.2):

$$\ddot{U}(t) + 2\rho \dot{U}(t) + \omega_0^2 U(t) = 0$$

$$\text{mit } \rho = \frac{R}{2L} \text{ und } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}. \quad (1)$$

ρ ist die Dämpfung, ω_0 die Resonanzfrequenz. Für den Schwingfall $\rho^2 < \omega_0^2$ ergibt sich daraus für den Spannungsverlauf am Kondensator, wenn dieser zu Beginn der Beobachtung auf die Spannung U_0 aufgeladen wurde:

$$U(t) = U_0 e^{-\rho t} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \rho^2} t + \varphi). \quad (2)$$

Die Dämpfung ρ kann aus den Amplituden und Zeiten $U_1(t_1)$ und $U_2(t_2)$ zweier Maxima bestimmt werden:

$$\rho = \frac{\ln(U_1/U_2)}{t_2 - t_1}. \quad (3)$$

Die Güte des Schwingkreises wird durch Zusammenhang

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0}{2\rho} \quad (4)$$

beschrieben.

Aufgaben:

- 1.1 Leiten Sie die Gl. (1) her.
- 1.2 Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Gl. (1) mit einem geeigneten Lösungsansatz.
- 1.3 Welche Fallunterscheidungen lassen sich daraus ableiten?
- 1.4 Die noch unbekanntenen Koeffizienten in der allgemeinen Lösung berechnen sich aus den Anfangsbedingungen für $U(0)$ und $\dot{U}(0)$. Wie lauten diese für die Schaltung in Abb. 1?

2 Versuchsaufbau

Die Schaltung ist in Abb. 2 wiedergegeben. Taster und Aufladewiderstand R_v sind in einem kleinen schwarzen Kästchen zusammengefasst. Der Kondensator wird auf dieses Kästchen aufgesteckt, die beiden Spulen ($L \approx 5 \text{ mH}$) und der Widerstand werden über Kabel angeschlossen:

- Spule 1 enthält einen Eisenkern .
- Spule 2 hat keinen Eisenkern

Die Buchsen sind wie folgt anzuschließen:

- gelb: Kondensator C ($3,3 \mu\text{F}$),
- blau: Spule und Widerstand
- rot: 12 V-Versorgungsspannung des UniMess,
- schwarz: Masse des UniMess,
- grün: Eingang ADW 1 des UniMess.

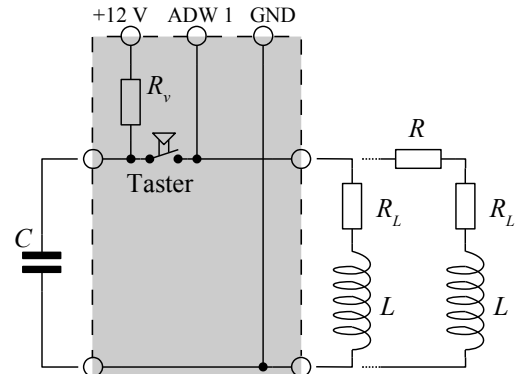


Abb. 2: Schaltungsaufbau

3 LabView-Programm

Es wieder das Speicheroszilloskop aus Versuch 3.7 verwendet. Die Schwingungsfrequenz sollte mit den vorgegebenen Bauteilen etwa $1,2 \text{ kHz}$ betragen. Beim kleinsten einstellbaren Abtastintervall sind dann ca. 20 .. 25 Schwingungen sichtbar.

4 Versuchsdurchführung

Bauen Sie zunächst eine Schaltung mit der **Eisenkernspule** ohne Zusatzwiderstand auf.

Stellen Sie in Ihrem LabView-Programm den Trigger auf ca. 9 V bei pos. Flanke, und starten Sie die Datenaufzeichnung. Sobald der Taster gedrückt wird, beginnt die Entladung und damit auch die Datenaufzeichnung. Achten Sie darauf, dass auch am Anfang die Schwingungen sauber zu erkennen sind. Andernfalls sollte die Entladung wiederholt werden, bis dies der Fall ist.

Aufgaben:

- 4.1 Wählen Sie mit der Cursor-Funktion zwei weit auseinander liegende Maxima auf dem angezeigten Schwingungszug. Bestimmen Sie unter Verwendung der Formel (3) aus den in LabView angezeigten Messwerten an den Cursor-Positionen die Dämpfung ρ . Berechnen Sie daraus die Größe des Spulenwiderstands R_L und die Güte Q des Schwingkreises.
- 4.2 Schalten Sie in Serie zur Spule einen Widerstand von $4,7 \Omega$, und wiederholen Sie die Messung. Berechnen Sie ρ und Q wie in Aufgabe 4.1.
- 4.3 Entfernen Sie den Zusatzwiderstand und ersetzen Sie die Eisenkernspule durch die **Spule ohne Eisenkern**. Bestimmen Sie wie in Aufgabe 4.1 die Dämpfung ρ , den Spulenwiderstand R_L und die Güte Q .
- 4.4 Warum hat der Schwingkreis mit der Eisenkernspule bei etwa gleicher Resonanzfrequenz eine wesentlich höhere Güte?