Physikalisches Praktikum für Anfänger (Hauptfach) – Teil 2
Gruppe 1 - Mechanik

1.4 Torsionsmodul

1 Einführung

Ein großer Teil der Mechanik befasst sich mit der Dynamik von Massenpunkten und starren Körpern, wobei die auftretenden Bewegungsabläufe untersucht werden. Hierbei wird vorausgesetzt, dass die starren Körper in ihrer Form keine Veränderung erfahren.

Ein kleineres Teilgebiet der Mechanik betrachtet nun den Fall, dass an einem festen Körper unter der Einwirkung von Kräften Deformationen in Form von Dehnung, Kompression oder Scherung auftreten. Der letztere Fall soll nun in dem vorliegenden Versuch näher untersucht werden.

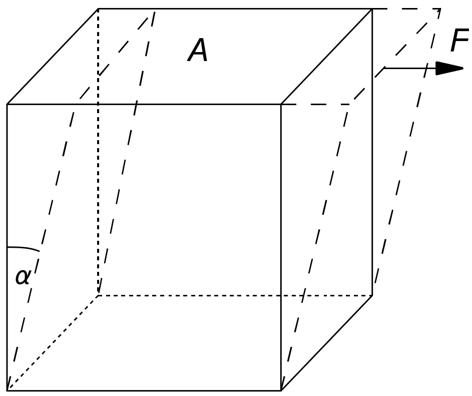

Abbildung 1: Scherung eines Volumenelements

Die bei der Scherung auftretenden Vorgänge sind dabei in Abb. 1 dargestellt. Parallel zu der Seitenfläche A des rechteckigen Volumenelementes eines elastischen festen Körpers greift eine Kraft F an, die die dazu senkrechten Flächen um einen Winkel α verdreht. Man bezeichnet die so bewirkte Gestaltsänderung als Schub oder Scherung. Die parallel zur Fläche angreifende Kraft nennt man Schubkraft, den Quotienten F/A aus Schubkraft und Fläche Schubspannung τ. Bei genügend kleiner Deformation ist die Schubspannung τ dem Winkel α proportional:

$$\tau = \frac{F}{A} = G \cdot \alpha. \tag{1}$$

Dabei ist α der Scherwinkel im Bogenmaß. G heißt Schub-, Scherungs- oder Torsionsmodul und ist eine Materialkonstante.

Im Praktikumsversuch wird nun ein zylindrischer Draht mit dem Radius R und der Länge L an einem Ende fest eingespannt und am anderen Ende durch ein dort angreifendes Drehmoment N um den Winkel φ längs seiner Achse gedreht (tordiert). Jedes zur Torsionsachse parallele Volumenelement $L \cdot \mathrm{d}A$ erfährt dabei eine Scherung. Der Scherwinkel α ergibt sich zu

$$\alpha = \varphi \cdot \frac{r}{L}. \tag{2}$$

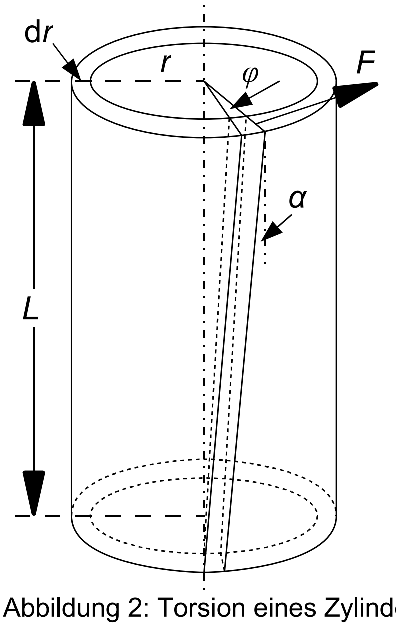

Abbildung 2: Torsion eines Zylinders

Dabei ist r der zu dem Volumenelement gehörende Radius (siehe auch Abb. 2). Die für die Deformation dieses Volumenelementes erforderliche Kraft ist nach Gleichung (1)

$$\mathrm{d}F = \tau \, \mathrm{d}A = \tau \varphi r \, \mathrm{d}r. \tag{3}$$

Zur Verdrillung des aus diesen Volumenelementen über den gesamten Umfang zusammengesetzten Rohres mit Radius r und Wanddickte $\mathrm{d}r$ muss also ein Drehmoment

$$\mathrm{d}N = r \cdot \tau \cdot 2\pi \cdot r \cdot \mathrm{d}r \tag{4}$$

angreifen. Durch Integration über den gesamten Radius R erhält man das nach einer Torsion des Drahtes rücktreibende Drehmoment

$$N^* = -\int_0^R 2\pi\cdot\tau\cdot r^2\cdot\mathrm{d}r = -\frac{2\pi\cdot G\cdot\varphi}{L}\int_0^R r^3\cdot\mathrm{d}r = -\frac{\pi}{2}\cdot G\cdot\frac{R^4}{L}\cdot\varphi = -D^*\cdot\varphi. \tag{5}$$

Wird am unteren Ende des Drahtes eine Masse angebracht, erhält man ein Torsionspendel, das in Drehschwingungen versetzt werden kann. Die Größe des Richtmomentes D^* und damit auch der Torsionsmodul des Drahtes lassen sich durch Messen der Schwingungsdauer dieses Pendels bestimmen. Aus der Newtonschen Bewegungsgleichung für das Drehmoment berechnet sich die Periodendauer der Schwingung mit dem Trägheitsmoment I des Pendels zu

$$T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{I}{D^*}}. \tag{6}$$

2 Versuchsdurchführung

Der Torsionsmodul G eines Drahtes soll mit einem Torsionspendel bestimmt werden. Da das Trägheitsmoment des Torsionspendels nicht bekannt ist, wird eine Masse mit einem bekannten Trägheitsmoment der Messanordnung hinzugefügt. Aus den Messungen mit und ohne Zusatzmasse wird der gesuchte Torsionsmodul berechnet.

Aufgaben:

2.1 Leiten Sie die Gleichung (6) her, und geben Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen Periodendauer und Torsionsmodul an.

2.2 Leiten Sie den Zusammenhang zwischen Richtmoment, Trägheitsmoment der Zusatzmasse und den beiden Periodendauern ab.

2.3 Leiten Sie die Formel für das Trägheitsmoment einer Ringscheibe her. Berechnen Sie daraus das Trägheitsmoment der ringförmigen Zusatzmasse.

2.4 Bestimmen Sie die optimale Auslenkung des Torsionspendels, und geben Sie eine Begründung für den von Ihnen gewählten Auslenkwinkel. Messen Sie die Periodendauern mit und ohne Zusatzmasse.

2.5 Nehmen Sie für den Drahtdurchmesser eine Messreihe aus mindestens 15 Werten auf, und bestimmen Sie sowohl den systematischen als auch den zufälligen Fehler.

2.6 Berechnen Sie das Richtmoment D^* des Torsionspendels und den Torsionsmodul des Drahtes. Geben Sie das Trägheitsmoment des Torsionspendels an.

2.7 Führen Sie eine Fehlerrechnung für die experimentell bestimmten Größen Richtmoment D^*, Torsionsmodul G und Trägheitsmoment des Torsionspendels I durch.

Literatur

Krötzsch:	Physikalisches Praktikum, Kap. 5.2
Meschede:	Gerthsen Physik, Kap. 3.4.2
Bergmann-Schäfer:	Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 1
Walcher:	Praktikum der Physik, Kap. 2.4

Geräteliste

Torsionspendel bestehend aus Draht und Vollscheibe, ringförmige Zusatzmasse (m = 2247 g), Stativ mit Zeiger, Stoppuhr, Bandmaß, Schieblehre, Mikrometerschraube

7.2006/Ra