

## 2.1 Elektrolytischer Trog

### 1 Einführung

Elektrische Ladungen erzeugen ein elektrisches Feld  $\vec{E}$ . Ist die Ladung räumlich verteilt, so wird sie durch die Raumladungsdichte  $\rho(\vec{r})$  beschrieben. Der Zusammenhang mit dem elektrischen Feld  $E$  ist im Vakuum durch die Maxwell-Gleichung

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad \text{bzw.} \quad \operatorname{div} \vec{E} = \rho/\epsilon_0 \quad (1)$$

gegeben. Da das elektrische Feld ein konservatives Vektorfeld ist, lässt es sich auf ein skalares Potential  $V$  zurückführen. Dabei gilt die Beziehung

$$\vec{E} = - \operatorname{grad} V. \quad (2)$$

Die Verknüpfung der beiden Gleichungen (1) und (2) liefert dann für die Abhängigkeit des elektrischen Potentials  $V$  von der Raumladung  $\rho$  die Poisson-Gleichung

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} V = - \rho/\epsilon_0 \quad \text{bzw.} \quad \Delta V = - \rho/\epsilon_0. \quad (3)$$

Eine der Hauptaufgaben der Elektrostatik besteht nun darin, zu einer vorgegebenen räumlichen Ladungsverteilung  $\rho(\vec{r})$  das zugehörige räumliche Potentialfeld  $V(\vec{r})$  zu bestimmen. Eine geschlossene Lösung der Differentialgleichung (3) ist nur bei relativ einfachen Ladungsanordnungen möglich. Für viele andere spezielle Fälle gibt es auch Näherungslösungen. Bei komplizierten Ladungsverteilungen wird das Auffinden von Lösungen aber meist mathematisch sehr aufwendig oder kann nur noch numerisch erfolgen.

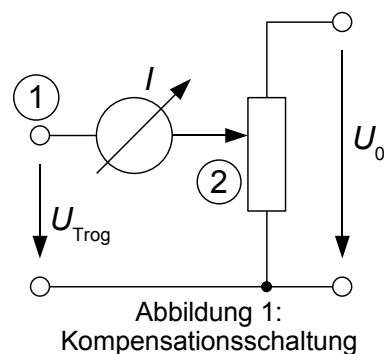
In solchen Fällen bevorzugt man eine experimentelle Lösung des Problems, indem der räumliche Verlauf des elektrischen Feldes und des Potentials in einem Versuchsaufbau ausgemessen wird. Dabei werden Äquipotentialflächen bzw. -linien nicht im Vakuum, sondern in einem Behälter mit einem schwach leitenden Medium, den als Elektrolytischen Trog bezeichnet, untersucht. Im vorliegenden Versuch wird als schwach leitender Elektrolyt Leitungswasser verwendet. Die verschiedenen räumlichen Ladungsverteilungen werden durch Einbringen von geeignet geformten Elektroden, an denen unterschiedliche Potentiale liegen, realisiert. Entsprechend der vorgegebenen Potentialdifferenz stellt sich nach Gl.(2) ein elektrisches Feld ein. Das ohmsche Gesetz in seiner Urform liefert dann eine Proportionalität zwischen Stromdichtevektor  $\vec{j}$  und elektrischem Feldvektor  $\vec{E}$ :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (4)$$

Der Proportionalitätsfaktor  $\sigma$  heißt spezifische Leitfähigkeit. Dieser Zusammenhang wird für die experimentelle Auffindung des Feldverlaufes ausgenutzt.

### 2 Messmethode

Die Äquipotentialflächen bzw. -linien werden im Elektrolytischen Trog mit Hilfe der Poggendorfschen Kompensationsmethode gemessen (siehe Abb. 1). Durch das Anzeigeinstrument fließt genau dann kein Strom, wenn an den Punkten 1 und 2 gleiches Potential herrscht. Der Abgleich wird durch Verstellen des Potentiometers hergestellt. Da die Potentialmessung stromlos erfolgt, ergibt sich im Gegensatz zur Messung mit einem üblichen Voltmeter kein Messfehler durch Belastung mit dem endlichem Innenwiderstand.



Im Versuch wird das Potentiometer durch einen Spannungsteiler mit 20 gleichen Widerständen ersetzt. Die Spannung  $U_{\text{Trog}}$  wird mit einer Sonde an einem bestimmten Punkt des Troges abgegriffen. Zum Ausmessen einer Potentiallinie wird am Spannungsteiler ein bestimmtes Potential vorgegeben und die zugehörige Äquipotentiallinie mit demselben Potential im Trog mit der Sonde „verfolgt“.

Der Elektrolyt wird durch Leitungswasser gebildet. Als Messspannung muss eine tonfrequente Wechselspannung verwendet werden. Bei Benutzung einer Gleichspannung würde sich an den Elektroden eine sogenannte Debye-Schicht ausbilden, die zwar nur wenige Nanometer dick ist, aber einen Spannungsabfall im Bereich von 1 Volt erzeugt. Elektrolyse-Effekte spielen wegen der kleinen Spannungen nur eine untergeordnete Rolle.

Die Benutzung einer Wechselspannung hat jedoch den Nachteil, dass die Information über die Richtung des Stromes und damit das Vorzeichen der Potentialdifferenz verloren geht. Daher wird dem Strommessgerät ein Gleichrichter vorgeschaltet, der im Takte der Wechselspannung umgeschaltet wird (Phasengesteuerter Gleichrichter) und so wieder einen richtungsabhängigen Ausschlag am Anzeigeinstrument bewirkt. Der komplette Versuchsaufbau ist in Abb. 2 dargestellt.

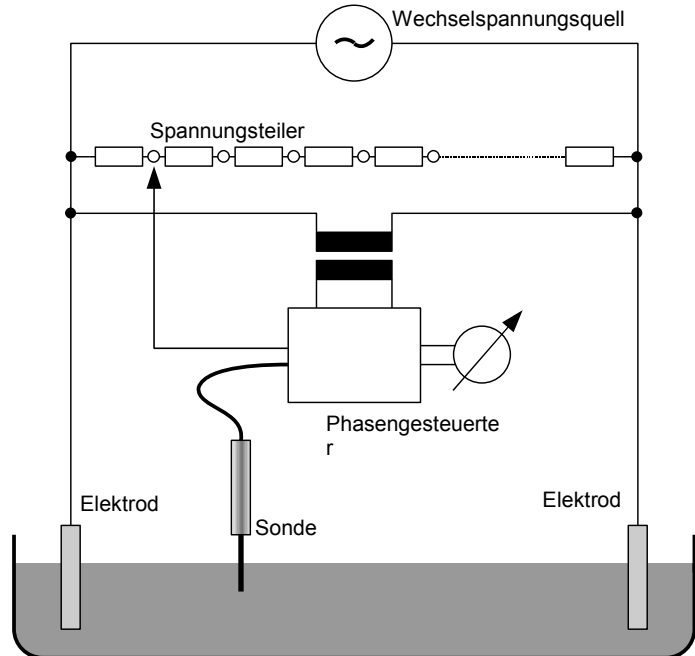


Abbildung 2: Versuchsaufbau des Elektrolytischen Troges

Zur Vereinfachung der Messungen kann man Symmetrien der auszumessenden Felder durch Einfügen von Metall- bzw. Isolatorflächen in den Versuchsaufbau ausnutzen.

#### **Metallflächen :**

Wegen der hohen elektrischen Leitfähigkeit herrscht auf der metallischen Oberfläche stets konstantes Potential. Man kann demnach in ein Feld parallel zu den Äquipotentialflächen - also senkrecht zu den Feldlinien - Metallflächen einfügen, ohne das Feld zu verändern. Liegt die Metallfläche auf Nullpotential, so verhält sich die Anordnung so, als ob eine spiegelbildliche Elektrodenanordnung jenseits der Platte läge. Diese „Spiegelungsregel“ wird beispielsweise bei der Zweidrahtleitung ausgenutzt.

#### **Isolatorflächen :**

Da wegen der geringen Leitfähigkeit alle Feldlinien an der Oberfläche verlaufen, stehen die Äquipotentiallinien senkrecht auf ihr. Man kann also parallel zu den Feldlinien Isolatorflächen einführen, ohne den Feldverlauf zu ändern. Auf diese Art kann man auch - z.B. aus kugelsymmetrischen Feldern - Sektoren oder Teile „herausschneiden“. Der Aufbau für den Zylinder- bzw. Kugelkondensator basiert auf dieser Überlegung.

### 3 Messungen an den Modellen

#### 3.1 Zylinderkondensator

Durch Ausnutzung der o.g. Symmetrieregeln entspricht der Aufbau nach Abb. 3 mit flachem Trogboden einem Zylinderkondensator. Nach der Theorie folgt für das Potential dieses Kondensators :

$$V(r) = a_1 + b_1 \ln(r/\text{cm}). \quad (5)$$

#### Aufgaben:

3.1.1 Messen Sie die Radien  $r$ , bei denen die abgreifbaren Potentiale auftreten.

3.1.2 Tragen Sie  $V(r)$  gegen  $\ln(r/\text{cm})$  auf, und bestimmen Sie  $a_1$  und  $b_1$ .

#### 3.2 Kugulkondensator

Der Aufbau für den Kugulkondensator entspricht dem für den Zylinderkondensator, nur dass hier der schräge Boden benutzt wird, wobei die „Uferlinie“ des Wassers direkt an der Isolatorfläche (in Abb.3 an der gestrichelten Linie) liegen muss. Für das Potential des Kugulkondensators gilt :

$$V(r) = a_2 + b_2/r. \quad (6)$$

#### Aufgaben:

3.2.1 Messen Sie die Radien  $r$ , bei denen die abgreifbaren Potentiale auftreten.

3.2.2 Tragen Sie  $V(r)$  gegen  $1/r$  auf, und bestimmen Sie  $a_2$  und  $b_2$ .

#### 3.3 Zweidrahtleitung

Das Feld der Zweidrahtleitung erstreckt sich auf beiden Seiten bis in das Unendliche. In dem Modell hierfür wird nur ein „Draht“ benutzt, und die Mittelebene durch eine Metallfläche gebildet. Außerdem werden zwei viertelkreisförmige Feldlinien durch Isolatorflächen dargestellt.

#### Aufgaben :

3.3.1 Zeichnen Sie die Äquipotentiallinien im Inneren des Modells mit Hilfe der Plot-Einrichtung.

3.3.2 Bestimmen Sie aus dieser Grafik das elektrische Feld (z.B. in Potentialeinheiten pro mm) entlang der Mittelebene als Funktion der Koordinaten  $x$ .

#### 3.4 Quadrupolstruktur

Die Quadrupolstruktur ist die Urform der Anordnungen, die dem Massenspektrometer und verschiedenen Formen von Ionen- und Atom-„Fallen“ zugrunde liegt. In dem Modell werden die kleineren Zylinder über Kreuz mit der Spannungsquelle verbunden. Die äußere Umrandung besitzt dann ein Potential, das dem Mittelwert der Spannungen entspricht.

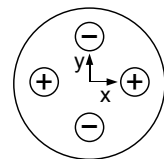


Abbildung 5: Modell der Quadrupolstruktur

#### Aufgaben :

3.4.1 Zeichnen Sie die Äquipotentiallinien für den zentralen Bereich der Struktur mit Hilfe der Ploteinrichtung.

3.4.2 Bestimmen Sie aus dieser grafischen Darstellung den Potentialverlauf  $V(x)$  und  $V(y)$  entlang der Symmetrielinien, und tragen Sie beide Potentiale gegen die gemeinsame Abszisse  $x$  oder  $y$  auf.

(Hinweis : Nach der Theorie sind die Äquipotentiallinien im zentralen Bereich Hyperbeln mit orthogonalen Asymptoten;  $V(x)$  und  $V(y)$  sind Parabeln, woraus folgt, dass die beiden elektrischen Feldkomponenten  $E_x(x)$  und  $E_y(y)$  proportional zu  $x$  bzw.  $y$  anwachsen. )

3.4.3 Messen Sie mit Hilfe des feiner abgestuften Spannungsteilers das Potential  $V(0)$  im Zentrum der Figur - dem so genannten Sattelpunkt des Potentials.

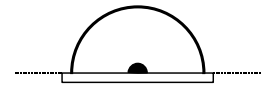


Abbildung 3: Modell für den Zylinder- und Kugulkondensator

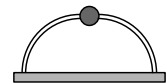


Abbildung 4: Modell der Zweidrahtleitung

**Literatur :**

Meschede: Gerthsen Physik, Kap. 6.1.3, 6.1.4.  
Küpfmüller, K: Theoretische Elektrotechnik und Elektronik, 2. Kap. (9.,14.)  
Pregla, R.: Grundlagen der Elektrotechnik, Kap.1

**Geräte :**

1 elektrolytischer Trog mit Sonde und Plot-Einrichtung, 1 ebener Boden, 1 schräger Boden, 2 Spannungsteiler, 3 Elektroden-Modelle (Zylinder- und Kugelkondensator, Zweidrahtleitung, Quadrupol)

7.2006/Ra