

2.1 Elektrolytischer Trog

1 Einführung

Elektrische Ladungen erzeugen ein elektrisches Feld \vec{E} . Ist die Ladung räumlich verteilt, so wird sie durch die Raumladungsdichte $\rho(\vec{r})$ beschrieben. Der Zusammenhang mit dem elektrischen Feld E ist im Vakuum durch die Maxwell-Gleichung

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad \text{bzw.} \quad \operatorname{div} \vec{E} = \rho/\epsilon_0 \quad (1)$$

gegeben. Da das elektrische Feld ein konservatives Vektorfeld ist, lässt es sich auf ein skalares Potenzial V zurückführen. Dabei gilt die Beziehung

$$\vec{E} = - \operatorname{grad} V . \quad (2)$$

Die Verknüpfung der beiden Gleichungen (1) und (2) liefert dann für die Abhängigkeit des elektrischen Potentials V von der Raumladung ρ die Poisson-Gleichung

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} V = - \rho/\epsilon_0 \quad \text{bzw.} \quad \Delta V = - \rho/\epsilon_0 . \quad (3)$$

Eine der Hauptaufgaben der Elektrostatik besteht nun darin, zu einer vorgegebenen räumlichen Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ das zugehörige räumliche Potenzialfeld $V(\vec{r})$ zu bestimmen. Eine geschlossene Lösung der Differentialgleichung (3) ist nur bei relativ einfachen Ladungsanordnungen möglich. Für viele andere spezielle Fälle gibt es auch Näherungslösungen. Bei komplizierten Ladungsverteilungen wird das Auffinden von Lösungen aber meist mathematisch sehr aufwendig oder kann nur noch numerisch erfolgen.

In solchen Fällen bevorzugt man eine experimentelle Lösung des Problems, indem der räumliche Verlauf des elektrischen Feldes und des Potentials in einem Versuchsaufbau ausgemessen wird. Dabei werden Äquipotenzialflächen bzw. -linien nicht im Vakuum, sondern in einem Behälter mit einem schwach leitenden Medium, den als Elektrolytischen Trog bezeichnet, untersucht. Im vorliegenden Versuch wird als schwach leitender Elektrolyt Leitungswasser verwendet. Die verschiedenen räumlichen Ladungsverteilungen werden durch Einbringen von geeignet geformten Elektroden, an denen unterschiedliche Potentiale liegen, realisiert. Entsprechend der vorgegebenen Potentialdifferenz stellt sich nach Gl.(2) ein elektrisches Feld ein. Das ohmsche Gesetz in seiner Urform liefert dann eine Proportionalität zwischen Stromdichtevektor \vec{j} und elektrischem Feldvektor \vec{E} :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} . \quad (4)$$

Der Proportionalitätsfaktor σ heißt spezifische Leitfähigkeit. Dieser Zusammenhang wird für die experimentelle Auffindung des Feldverlaufes ausgenutzt.

2 Messmethode

Die Äquipotenzialflächen bzw. -linien werden im Elektrolytischen Trog mit Hilfe der Poggendorfschen Kompensationsmethode gemessen (siehe Abb. 1). Durch das Anzeigeinstrument fließt genau dann kein Strom, wenn an den Punkten 1 und 2 gleiches Potenzial herrscht. Der Abgleich wird durch Verstellen des Potenziometers hergestellt. Da die Potentialmessung stromlos erfolgt, ergibt sich im Gegensatz zur Messung mit einem üblichen Voltmeter kein Messfehler durch Belastung mit dem endlichem Innenwiderstand.

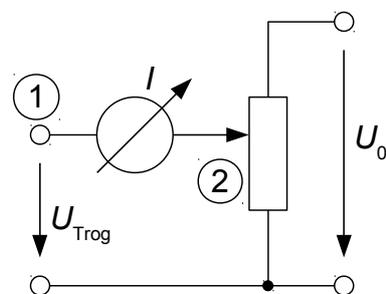


Abbildung 1:
Kompensationsschaltung

3 Messungen an den Modellen

3.1 Zylinderkondensator

Durch Ausnutzung der o.g. Symmetrieregeln entspricht der Aufbau nach Abb. 3 mit flachem Trogboden einem Zylinderkondensator. Nach der Theorie folgt für das Potenzial dieses Kondensators :

$$V(r) = a_1 + b_1 \ln(r/cm) . \quad (5)$$

Aufgaben:

3.1.1 Messen Sie die Radien r , bei denen die abgreifbaren Potenziale auftreten.

3.1.2 Tragen Sie $V(r)$ gegen $\ln(r/cm)$ auf, und bestimmen Sie a_1 und b_1 .

3.2 Kugulkondensator

Der Aufbau für den Kugulkondensator entspricht dem für den Zylinderkondensator, nur dass hier der schräge Boden benutzt wird, wobei die „Uferlinie“ des Wassers direkt an der Isolatorfläche (in Abb.3 an der gestrichelten Linie) liegen muss. Für das Potenzial des Kugulkondensators gilt :

$$V(r) = a_2 + b_2 / r . \quad (6)$$

Aufgaben:

3.2.1 Messen Sie die Radien r , bei denen die abgreifbaren Potenziale auftreten.

3.2.2 Tragen Sie $V(r)$ gegen $1/r$ auf, und bestimmen Sie a_2 und b_2 .

3.3 Zweidrahtleitung

Das Feld der Zweidrahtleitung erstreckt sich auf beiden Seiten bis in das Unendliche. In dem Modell hierfür wird nur ein „Draht“ benutzt, und die Mittelebene durch eine Metallfläche gebildet. Außerdem werden zwei viertelkreisförmige Feldlinien durch Isolatorflächen dargestellt.

Aufgaben :

3.3.1 Zeichnen Sie die Äquipotenziallinien im Inneren des Modells mit Hilfe der Plot-Einrichtung.

3.3.2 Bestimmen Sie aus dieser Grafik das elektrische Feld (z.B. in Potenzialeinheiten pro mm) entlang der Metallfläche als Funktion der Koordinate x , und tragen Sie dies in ein Diagramm ein.

3.4 Quadrupolstruktur

Die Quadrupolstruktur ist die Urform der Anordnungen, die dem Massenspektrometer und verschiedenen Formen von Ionen- und Atom-„Fallen“ zugrunde liegt. In dem Modell werden die kleineren Zylinder über Kreuz mit der Spannungsquelle verbunden. Die äußere Umrandung besitzt dann ein Potenzial, das dem Mittelwert der Spannungen entspricht.

Aufgaben :

3.4.1 Zeichnen Sie die Äquipotenziallinien für den zentralen Bereich der Struktur mit Hilfe der Ploteinrichtung.

3.4.2 Bestimmen Sie aus dieser grafischen Darstellung den Potenzialverlauf $V(x)$ und $V(y)$ entlang der Symmetrielinien, und tragen Sie beide Potenziale gegen die gemeinsame Abszisse x oder y auf.

(Hinweis : Nach der Theorie sind die Äquipotenziallinien im zentralen Bereich Hyperbeln mit orthogonalen Asymptoten; $V(x)$ und $V(y)$ sind Parabeln, woraus folgt, dass die beiden elektrischen Feldkomponenten $E_x(x)$ und $E_y(y)$ proportional zu x bzw. y anwachsen.)

3.4.3 Messen Sie mit Hilfe des feiner abgestuften Spannungsteilers das Potenzial $V(0)$ im Zentrum der Figur - dem so genannten Sattelpunkt des Potenzials.

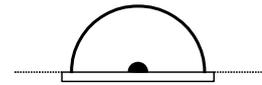


Abbildung 3: Modell für den Zylinder- und Kugulkondensator

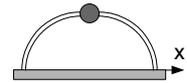


Abbildung 4: Modell der Zweidrahtleitung

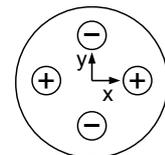


Abbildung 5: Modell der Quadrupolstruktur

Literatur :

Meschede: Gerthsen Physik, Kap. 6.1.3, 6.1.4.
Küpfmüller, K: Theoretische Elektrotechnik und Elektronik, 2. Kap. (9.,14.)
Pregla, R.: Grundlagen der Elektrotechnik, Kap.1

Geräte :

1 elektrolytischer Trog mit Sonde und Plot-Einrichtung, Oszilloskop, 1 ebener Boden, 1 schräger Boden,
2 Spannungsteiler, 3 Elektroden-Modelle (Zylinder- und Kugelkondensator, Zweidrahtleitung, Quadrupol)

1.2012/Ra