

2.2 Wechselstromwiderstand einer Spule

1 Einführung

Eine ideale Spule hat bei Wechselstrom einen frequenzabhängigen Widerstand der Größe ωL . Außerdem sind Strom- und Spannung um 90° gegeneinander phasenverschoben. Verwendet man komplexe Größen zur Beschreibung dieser Verhältnisse (siehe dazu auch die den Anleitungen beiliegende *Einführung in die komplexe Berechnung von Netzwerken*), kann ihr der komplexe Widerstand $j\omega L$ zugeordnet werden.

In der Realität besitzt allerdings jede Spule auch einen Wirkwiderstand, der durch den ohmschen Widerstand des aufgewickelten Drahtes hervorgerufen wird. Eine reale Spule muss also im Ersatzschaltbild durch die Reihenschaltung eines ohmschen Widerstandes mit einer idealen Spule dargestellt werden. Sie hat dann den komplexen Widerstand (siehe Abb. 1):

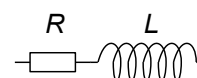


Abb. 1:
Ersatzschaltbild

$$\underline{R}_L = R + j\omega L. \quad (1)$$

2 Bestimmung aus Scheinwiderstand und Wirkwiderstand

Der Scheinwiderstand R_s eines Zweipols ist der Betrag des komplexen Widerstands. Legt man an einen Zweipol (im Versuch ist es die reale Spule) eine sinusförmige Wechselspannung fester Frequenz an, so kann R_s leicht durch Strom- und Spannungsmessung bestimmt werden. Der Wirkwiderstand (der Realteil des komplexen Widerstandes) lässt sich bei der Spule mit einem Gleichstromohmmeter bestimmen.

Bei der Messung des Scheinwiderstandes gibt es zwei Möglichkeiten, Volt- und Amperemeter zu schalten. Bei der Wahl der Schaltung sind die Innenwiderstände der Messgeräte zu berücksichtigen.

Als Spannungsquelle wird ein Stelltransformator verwendet, der aus dem Netz gespeist wird und eine einstellbare Spannung von 0 .. 20 V abgibt. Die Frequenz der Messspannung beträgt 50 Hz.

Da die auszumessende Spule einen Kern aus ferromagnetischem Material besitzt, ist ihre Induktivität keine Konstante, sondern vom durchfließenden Strom abhängig (siehe auch Kap. 4 des Versuchs). Um diesen Einfluss auf den Scheinwiderstand erkennen zu können, muss eine Messreihe bei verschiedenen Strömen aufgenommen werden. Die gemessenen Ströme werden gegen die Spannungen grafisch aufgetragen. Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden für den Leitwert, die für den Bereich eines noch linearen Zusammenhangs zwischen Spannung und Strom einzuzeichnen ist, wird dann der Scheinwiderstand berechnet.

Aufgaben:

- 2.1 Messen Sie den Wirkwiderstand der Spule mit einem Digitalmultimeter
- 2.2 Zeichnen Sie die Ersatzschaltbilder (einschließlich der Innenwiderstände) für die beiden Möglichkeiten, Volt- und Amperemeter zu schalten, und berechnen Sie damit die jeweiligen Fehler bei der Messung des Scheinwiderstandes. Welche Schaltung ist besser? Bauen Sie diese Schaltung auf.
- 2.3 Messen Sie die Abhängigkeit $I = I(U)$ in einer Messreihe für Spannungen U_{eff} von 1 bis 15 V in Schritten von 1 V.
- 2.4 Bestimmen Sie den Scheinwiderstand, wie oben beschrieben.
- 2.5 Berechnen Sie aus Wirk- und Scheinwiderstand den Blindwiderstand (Imaginärteil des komplexen Widerstandes, siehe Gl. (1) und daraus die Induktivität der Spule.

3 Bestimmung nach der Dreivoltmetermethode

Mit der Schaltung nach Abb. 2 kann der komplexe Widerstand eines beliebigen Zweipols \underline{R}_x bestimmt werden. Nach der Kirchhoffschen Maschenregel gilt für die drei komplexen Spannungen:

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 . \quad (2)$$

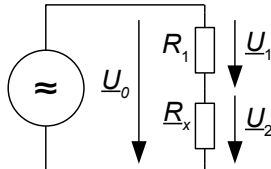


Abb. 2: Dreivoltmeter-Methode

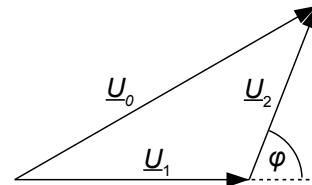


Abb. 3: Spannungsdiagramm

Die Beträge dieser komplexen Spannungen sind die Effektivwerte der mit üblichen Multimetern gemessenen Spannungen. Daraus lässt sich dann in der komplexen Spannungsebene ein Dreieck konstruieren (Abb. 3), aus dem die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung am unbekannten Zweipol bestimmt werden kann.

Für die Effektivwerte gilt nach dem Kosinussatz mit $\cos(180^\circ - \varphi) = -\cos\varphi$ die Beziehung

$$U_0^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2 U_1 U_2 \cos\varphi . \quad (3)$$

Stellt man R_1 so ein, dass $U_1 = U_2$ wird, vereinfacht sich dieser Ausdruck, und man erhält

$$\cos\varphi = \frac{U_0^2}{2U_1^2} - 1 \quad \text{und} \quad \sin\varphi = \sqrt{1 - \cos^2\varphi} = \frac{U_0}{U_1} \sqrt{1 - \frac{U_0^2}{4U_1^2}} . \quad (4)$$

Der Strom durch R_1 und den auszumessenden Zweipol beträgt

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{|\underline{R}_x|} . \quad (5)$$

Da $U_1 = U_2$ ist, berechnet sich der Scheinwiderstand R_s des Zweipols zu

$$R_s = |\underline{R}_x| = R_1 . \quad (6)$$

Im Versuch ist der Zweipol \underline{R}_x eine reale Spule nach Gl.(1). Für ihren Wirk- und Blindwiderstand erhält man mit damit

$$R = R_1 \cos\varphi \quad \text{und} \quad \omega L = R_1 \sin\varphi . \quad (7)$$

Aufgaben:

- 3.1 Bauen Sie die Schaltung nach Abb. 2 auf. Als Wechselspannungsquelle dient der Stelltrafo, für R_1 wird eine Widerstandsdekade eingesetzt. Da die Spule wegen des Eisenkerns ein nichtlineares Bauelement ist, muss mit möglichst kleinen Wechselspannungen ($U_{0,\text{eff}} < 1 \text{ V}$) gearbeitet werden.
- 3.2 Verändern Sie den Widerstand R_1 solange bis die Bedingung $U_1 = U_2$ erfüllt ist. Lesen Sie die drei Spannungen ab und konstruieren daraus möglichst groß auf Millimeterpapier mit einem Zirkel das Spannungsdiagramm (Abb. 3). Lesen Sie den Phasenwinkel φ ab.
- 3.3 Bestimmen Sie φ auch rechnerisch aus Gl. (4), und berechnen daraus R und L .

4 Messungen bei überlagertem Gleichstrom

Im letzten Teil des Versuchs wird dem Wechselstrom ein Gleichstrom überlagert, um die Abhängigkeit der Induktivität der Eisenkernspule vom durchfließenden Strom auszumessen. Dazu muss die Schaltung etwas erweitert werden (Abb. 4). Die Voltmeter werden über Kondensatoren angeschlossen, damit sie nur die Wechselspannungen anzeigen. Das Gleichstromamperemeter ist dagegen durch einen Kondensator für Wechselströme überbrückt.

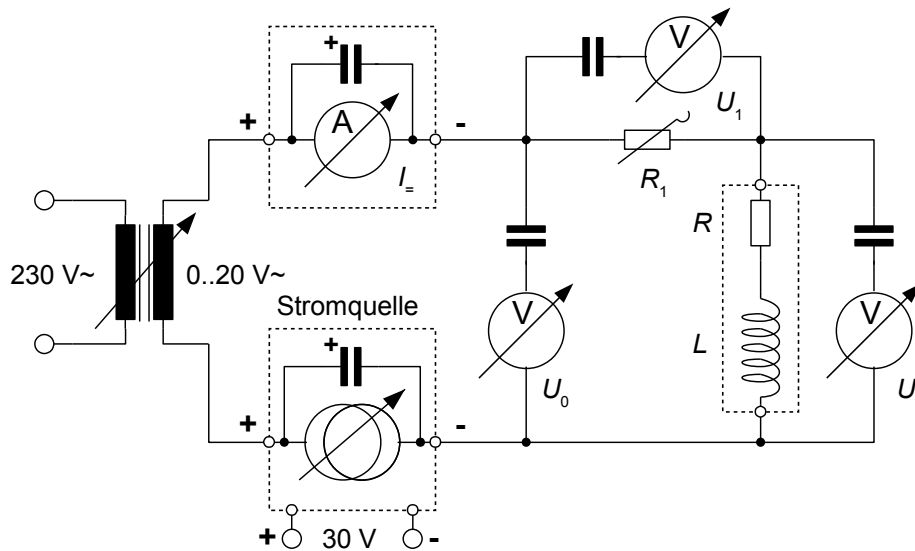


Abb. 4: Versuchsaufbau

Die Wechselspannungsamplitude wird auch wieder so eingestellt, dass U_0 etwas unterhalb der maximalen Anzeige im 2 V-Bereich liegt.

Bei der Fehlerabschätzung ist zu beachten, dass sich für L ein von φ abhängiger Fehler ergibt, der bei kleinen Phasenwinkeln sehr groß wird:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{2}{\tan \varphi \cdot \tan \varphi/2} \left(\frac{\Delta U_0}{U_0} + \frac{\Delta U_1}{U_1} \right) + \frac{\Delta R_1}{R_1}. \quad (8)$$

Die Fehlerangaben bei Digitalinstrumenten erfolgen üblicherweise in der Form: „prozentualer Fehler vom Messwert + n Digits“. Die Digit-Angabe stellt dabei einen auf den Vollausschlag bezogenen Fehler dar. Ein „Digit“ bedeutet immer eine Einheit der letzten angezeigten Stelle. Im Versuch haben die Messgeräte bei Wechselspannung einen Fehler von 0,5% vom Messwert zuzüglich 2 Digits. Bei einer Ablesung von 1,234 V im 2 V-Bereich ergibt sich also insgesamt ein absoluter Fehler von $1,234 \text{ V} \cdot 0,5\% + 0,002 \text{ V} = 0,008 \text{ V}$, bzw. ein relativer Fehler von $0,5\% + 2/1234 = 0,5\% + 0,2\% = 0,7\%$ (gerundet).

Achtung:

Vor dem Abschalten der Gleichspannung muss der Gleichstrom langsam auf Null zurückgestellt werden (Warum?).

Aufgaben:

- 4.1 Die Induktivität L soll für verschiedene Werte des Gleichstroms $I_{\text{=}}$ im Bereich 10 bis 80 mA bestimmt werden. Legen Sie dazu eine Messwertetabelle mit Spalten für $I_{\text{=}}$, $\Delta I_{\text{=}}$, U_0 , ΔU_0 , U_1 , ΔU_1 , R_1 , φ , L und ΔL an.
- 4.2 Verändern Sie $I_{\text{=}}$ in 10 mA-Schritten und stellen den Widerstand R_1 jeweils so ein, das die

Bedingung $U_1 = U_2$ erfüllt wird. Wegen der Überbrückungskondensatoren (siehe Abb. 4) muss dabei immer ein wenig gewartet werden, bis sich die Spannungen eingependelt haben. Tragen Sie Messwerte für I_-, U_0, U_1 und R_1 in die Tabelle ein.

- 4.3 Berechnen Sie für jede Einzelmessung nach Gl. (4a) den Phasenwinkel φ und nach Gl. (7b) die Induktivität L . Tragen Sie die Fehler für die Spannungs- und Strommessungen in die Tabelle ein, und berechnen Sie daraus nach Formel (8) den Fehler von L .
- 4.4 Tragen Sie L als Funktion von I_- grafisch auf, und zeichnen Sie die Fehlerbalken ein.

Literatur:

Meschede Gerthsen Physik, Kap. 7.2.4 und 7.3

Geräte:

3 Digitalmultimeter

 Wechselspannungsmessung:

 Fehler = 0,5 % vom Messwert + 2 Digits

 Innenwiderstand = 10 M Ω

 Wechselstrommessung:

 Fehler = 1,0 % vom Messwert + 3 Digits

 Spannungsabfall = 0,2 V (d.h. Innenwiderstand = 1 Ω im 200mA-Bereich)

 Widerstandsmessung:

 Fehler = 0,5 % vom Messwert + 2 Digits

Gleichstromamperemeter mit Überbrückungskondensator (Fehler = 2 % vom Vollausschlag)

Widerstandsdekade (Fehler = 0,2 %)

Gleichstromquelle mit Labornetzgerät

Stelltransformator 0 .. 20 V

Bauelemente:

3 Trennkondensatoren (2,2 μ F), Spule