

Das "Faktor-2-Problem" bespreche ich mit Ihnen in der Ü oder V.

Folien sind diesbzgl. OK.

Nov 2019:

LaH_{10}

$T_c = 250\text{K}$ (bei 1,7 Mbar)

⇒ wäre in Madrid supraleitend
(bei Durchzug eines "Hochs")

Weitere Eigenschaften von Ψ :

$e^- = \text{Fermion} \Rightarrow \Psi_{CP}$ muss antisym. sein

unser $\Psi = \sum_{\vec{k}} A_{\vec{k}} \exp(i\vec{k}\cdot\vec{r})$ ist sym. bei Tausch $1 \leftrightarrow 2$
(falls $A_{\vec{k}} = A_{-\vec{k}}$)

\Rightarrow Spin fkt. antisymmetrisch

$(\vec{k} \uparrow, -\vec{k} \downarrow)$ Singulett

$\Rightarrow CP = \text{Boson mit Spin } 0$

\Rightarrow Bose Kondensation

Nebenbemerkung:

Falls e-e-WW anisotrop...

$S=1$ (Triplett) - Paare möglich

z.B. suprafluides ^3He

einige heavy fermion SL

evtl. auch bei HfTc (?)

Mittlerer Abstand der e^- eines CP?

Übung

Der BCS-Grundzustand

bisher: ein Cooperpair

nun: Effekt auf ganzen Fermi see

Pair: $(\vec{k}\uparrow, -\vec{k}\downarrow)$ streut ständig in andere $(\vec{k}'\uparrow, -\vec{k}'\downarrow)$

Matrixelement $V_{\vec{k}, \vec{k}'}$ beschreibt diese Stöße
& Energieabsenkung

Mit Stößen ist aber auch zusätzliche E_{kin} verbunden, weil Anregungen $> E_F$ beteiligt

Ziel: \forall möglichen Paarbildungen Gesamtenergie
minimieren

Rechnungen verwenden Methoden aus QM2..

Deshalb: Skizze einiger Zwischenergebnisse

* Besetzungszahldarstellung
Leiternoperatoren
nicht superschwierig
z.B. Bach & Lüth

Wir brauchen eine Wellenfunktion für Paar $(\vec{k}\uparrow, \vec{k}\downarrow)$

Paar hat zwei orthogonale Zustände:

$$|0\rangle_{\vec{k}} \hat{=} \text{leer} \quad |1\rangle_{\vec{k}} \hat{=} \text{besetzt}$$

allgem. Paarzustand = Superposition

$$|\Psi\rangle_{\vec{k}} = u_{\vec{k}} |0\rangle_{\vec{k}} + v_{\vec{k}} |1\rangle_{\vec{k}}$$

$$w_{\vec{k}} = v_{\vec{k}}^2 \hat{=} \text{Wahrsch. der Besetzung}$$

$$1 - v_{\vec{k}}^2 = u_{\vec{k}}^2 \hat{=} \text{Wahrsch. für "leerzustand"}$$

Ansatz für Gesamtwellenfunktion:

$$|\Phi_{\text{BCS}}\rangle = \prod_{\vec{k}} |\Psi\rangle_{\vec{k}}$$

(Vermutung: keine \mathcal{P} -W)

Damit Gesamtenergie (dichte) ausrechnen

$$W_{\text{BCS}} = 2 \sum_{\vec{k}} v_{\vec{k}}^2 f_{\vec{k}} - \frac{\tilde{V}_0}{\Omega} \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} v_{\vec{k}} u_{\vec{k}} v_{\vec{k}'} u_{\vec{k}'}$$

$$f_{\vec{k}} = E(\vec{k}) - E_F$$

kin. Energie der "Einzel-e"

"Stoßabsenkung"

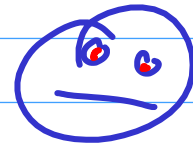
Nun minimieren mit Trick $1 = u_{\vec{k}}^2 + v_{\vec{k}}^2 = \cos^2 \vartheta_{\vec{k}} + \sin^2 \vartheta_{\vec{k}}$
bzgl. $\vartheta_{\vec{k}}$

Resultate:

① Absenkung der SL-Phase gg. NL um

$$\frac{1}{3} (W_{\text{BCS}}^0 - W_{\text{NL}}^0) = -\frac{1}{2} D(E_F) \Delta^2$$

[$\Delta(u_{\vec{k}_1}, v_{\vec{k}_2})$ schreibe ich nicht hin]



anschauliche Deutung:

$$\text{Absenkung} = \left(\frac{\text{Zahl der CP}}{\text{E-Intervall}} \cdot \text{Intervall} \right) \cdot \left(\text{Absenk.} \right) \cdot \left(\text{je Paar} \right)$$

$$= \frac{1}{2} D(E_F) \cdot \Delta \cdot \Delta$$

d.h.: jedes \bar{e} gewinnt $\frac{1}{2} \Delta$

Superconductivity

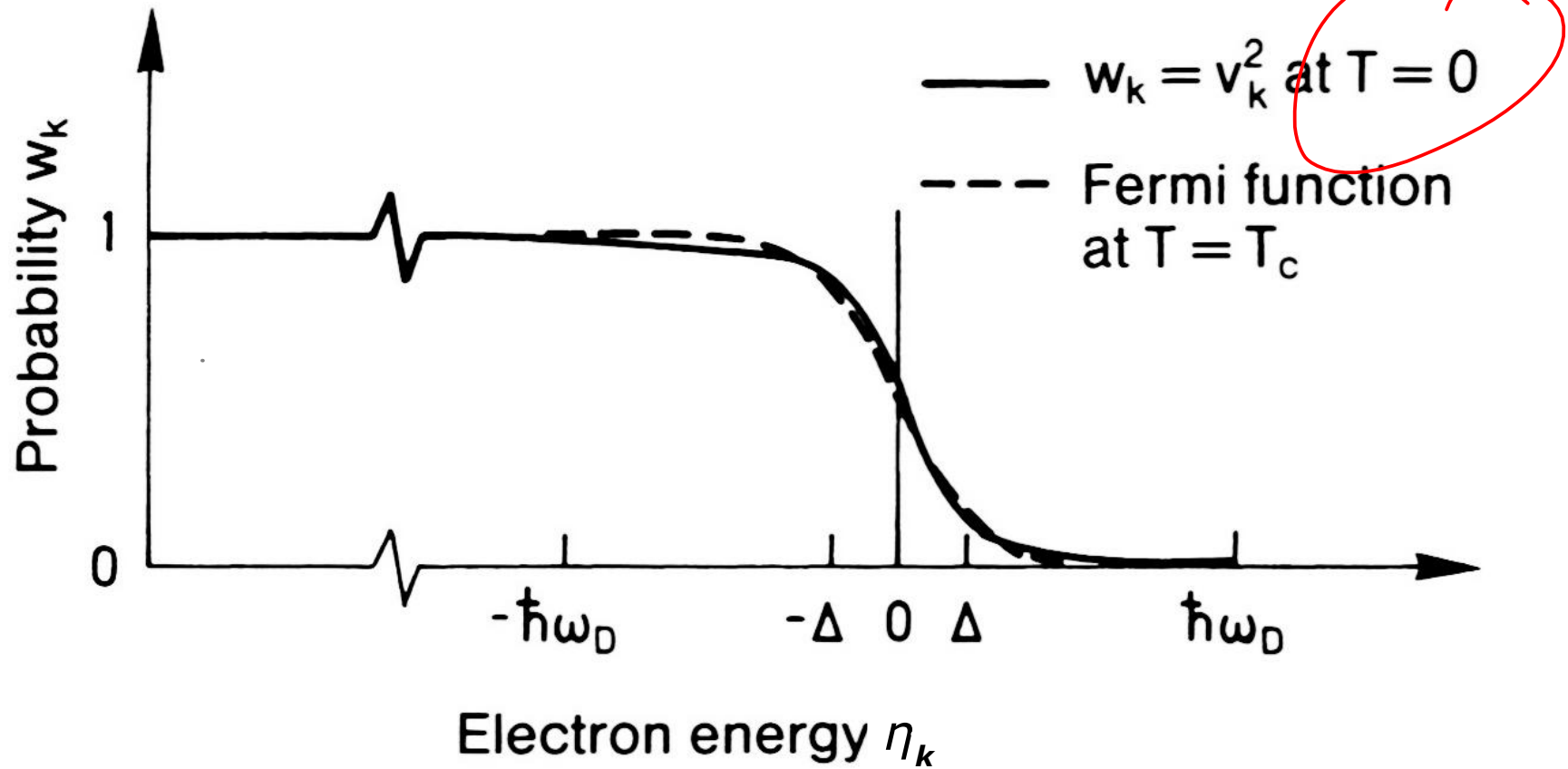


Fig. 10.11. The BCS occupation probability v_k^2 for Cooper pairs in the vicinity of the Fermi energy E_F^0 . The energy is given as $\xi_k = E(k) - E_F^0$, i.e., the Fermi energy ($\xi_k = 0$) serves as a reference point. Also shown for comparison is the Fermi-Dirac distribution function for normally conducting electrons at the critical temperature T_c (*dashed line*). The curves are related to one another by the BCS relationship between $\Delta(0)$ and T_c (10.67)

Zur obigen Abb.:

anders als die e^- -Verteilung im NL

ist CP-Verteilung im SL auch bei $T=0$

"unscharf".

Dem entsprechen die Streuprozesse

$$(\vec{k}_\downarrow, -\vec{k}_\uparrow) \rightarrow (\vec{k}'_\downarrow, \vec{k}'_\uparrow)$$

② Anregungsenergie aus BCS-Grundzustand

ein e^- wird aus $(\vec{k}\uparrow)$ weggestreut, übrig bleibt $(-\vec{k}\downarrow)$

d.h. 2 ungepaarte e^-

$$\Delta E = W_{\text{BCS}}^1 - W_{\text{BCS}}^0 = 2 \cdot \sqrt{f_{\vec{k}}^2 + \Delta^2} = 2E_{\vec{k}}$$

$E_{\vec{k}}$ = Energie pro Elektron

$f_{\vec{k}}$ = kin. Energie Leitungs- e^-
bzgl. E_F

$$\Rightarrow \Delta E \geq 2\Delta$$

"Aufbrechen" erfordert mind. Δ pro e^-

Energie eines "e": $E_{\vec{k}} = \sqrt{\hbar^2 \vec{k}^2 + \Delta^2}$

$$\epsilon_{\vec{k}} = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} - E_F$$

Anregungen in SL sind Mischungen aus Elektron- & Lochanteil, denn

"Einzelelektron $k\downarrow$ besetzt" beinhaltet, dass $-k\uparrow$ unbesetzt ist - sonst wär's ein CP.

Quasiteilchen "Bogolonen"

benannt nach Bogoliubov, der eine modifizierte Schrödingergl. aufstellte, die Elektronen- und Lochanteile koppelt:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \tilde{u}_k \\ \tilde{v}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & \Delta \\ \Delta^* & -H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u}_k \\ \tilde{v}_k \end{pmatrix}$$

Für $\Delta=0$ ergeben sich gew. Elektronen- bzw. Lochzustände mit Energien ϵ bzw. $-\epsilon$

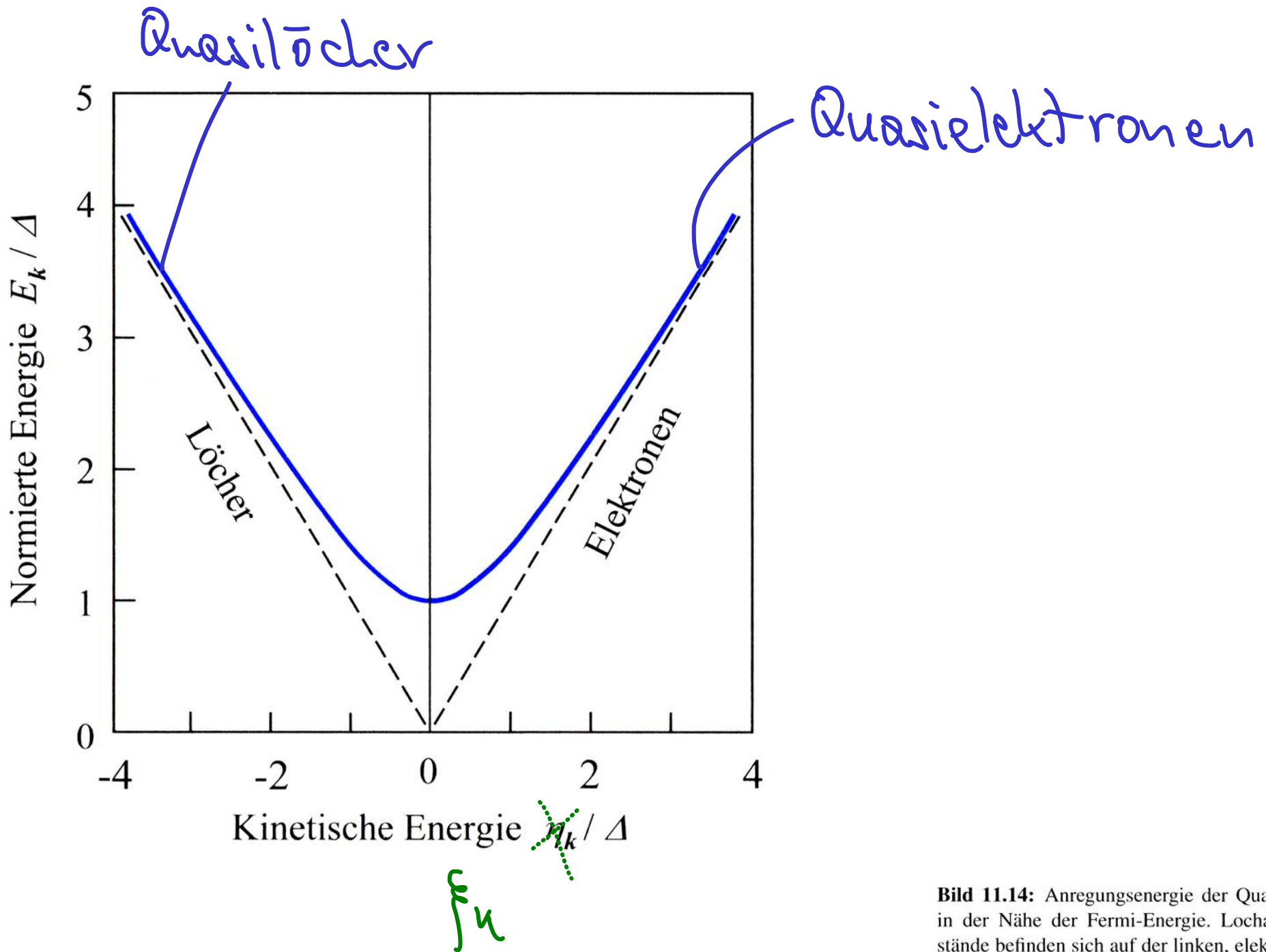


Bild 11.14: Anregungsenergie der Quasiteilchen in der Nähe der Fermi-Energie. Lochartige Zustände befinden sich auf der linken, elektronartige Zustände auf der rechten Seite des Nullpunkts. Die gestrichelten Geraden geben die Anregungsenergie der Elektronen im Normalleiter wieder.

Was ist die Verteilung der $1e^-$ -Zustände?

D_S : ihre Zustandsdichte im SL-Zustand

D_N : — " — — " — ML — " —

Zahl der Zustände bleibt unverändert:

$$D_S(E_{\vec{k}}) dE_{\vec{k}} = D_N(\xi_{\vec{k}}) d\xi_{\vec{k}}$$

Sei $D_N(\xi_{\vec{k}}) = \text{const} = D_N(E_F)$

$$\Rightarrow \frac{D_S(E_{\vec{k}})}{D_N(E_F)} = \frac{d\xi_{\vec{k}}}{dE_{\vec{k}}} = \begin{cases} 0 & ; E_{\vec{k}} < \Delta \\ \frac{E_{\vec{k}}}{\sqrt{E_{\vec{k}}^2 - \Delta^2}} & ; E_{\vec{k}} > \Delta \end{cases}$$

Zustandsdichte der Quasiteilchen

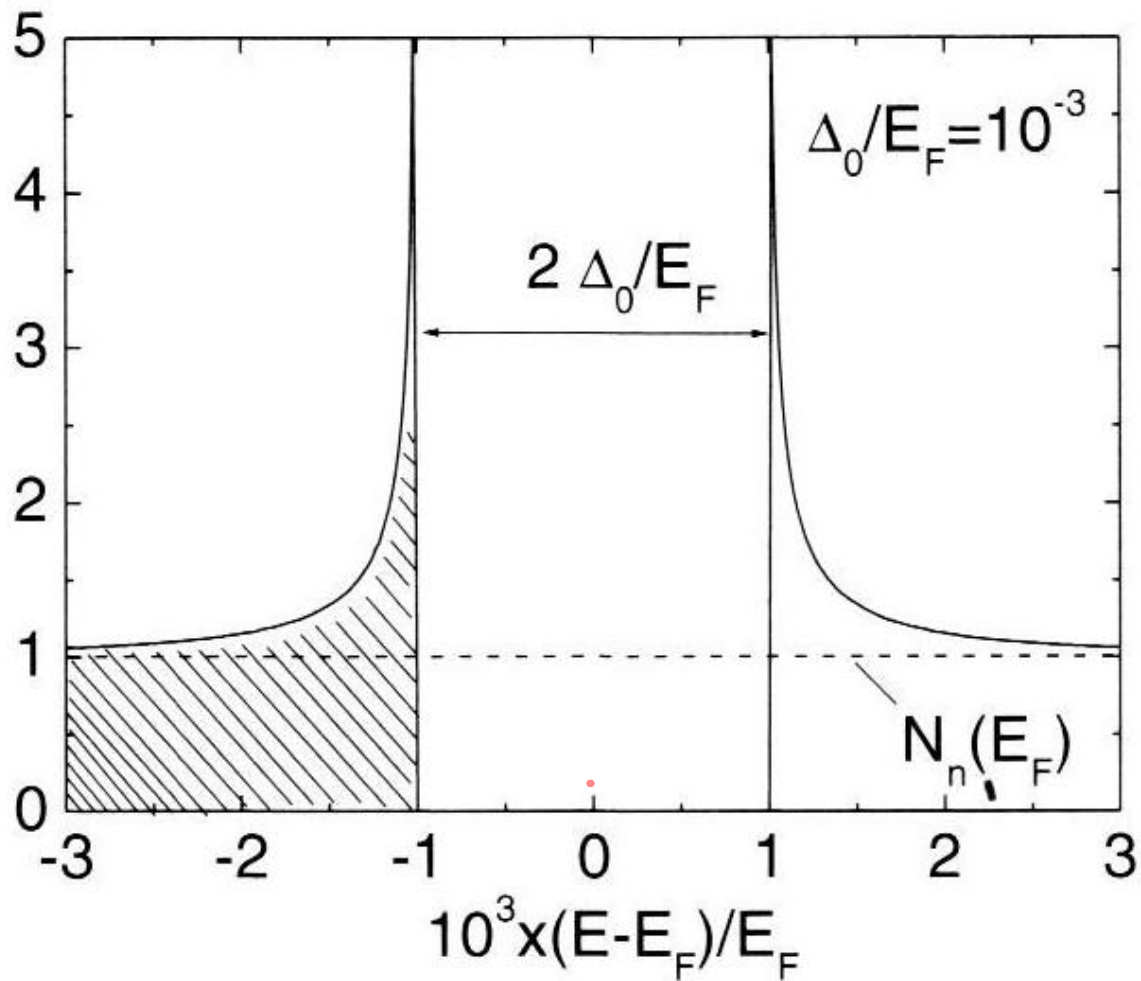


Abb. 3.7 Normierte Zustandsdichte $N_s(E)/N_n(E_F)$ der Quasiteilchen im Supraleiter entsprechend der BCS-Theorie. Für das Verhältnis Δ_0/E_F wurde 10^{-3} gewählt. Bei der Temperatur $T=0$ sind alle Zustände unterhalb der Fermi-Energie E_F besetzt (schraffierter Bereich).

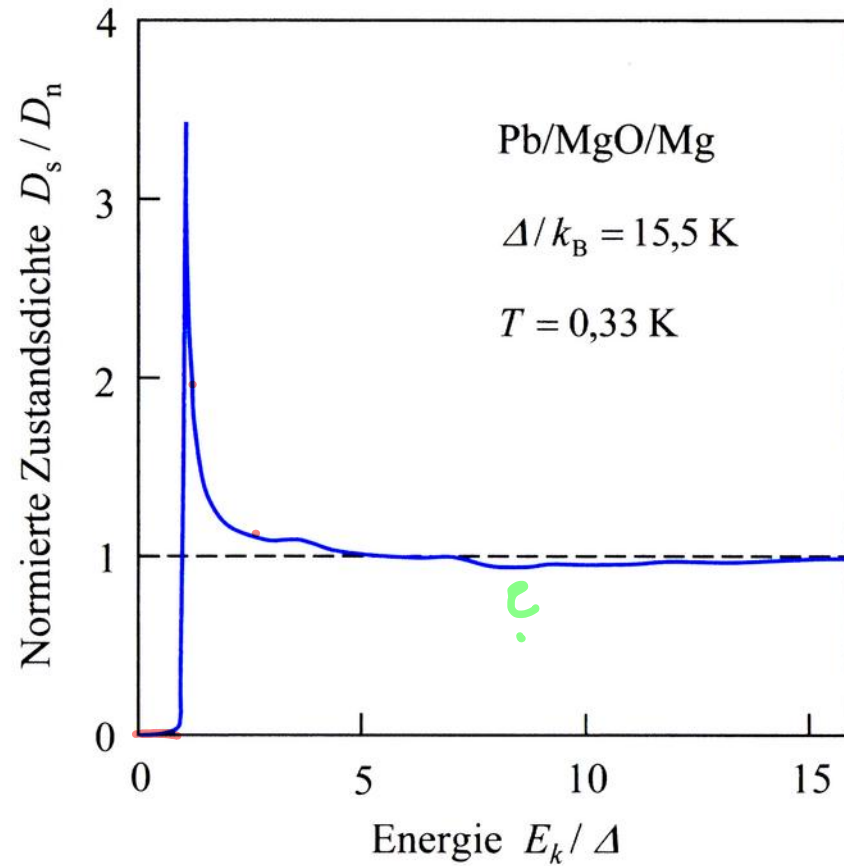
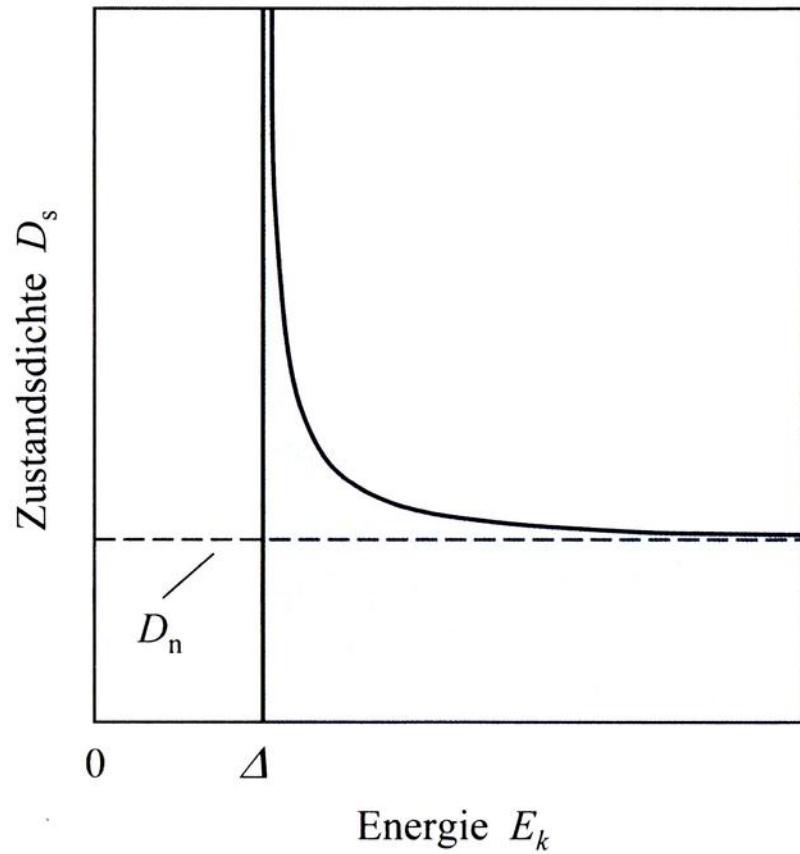
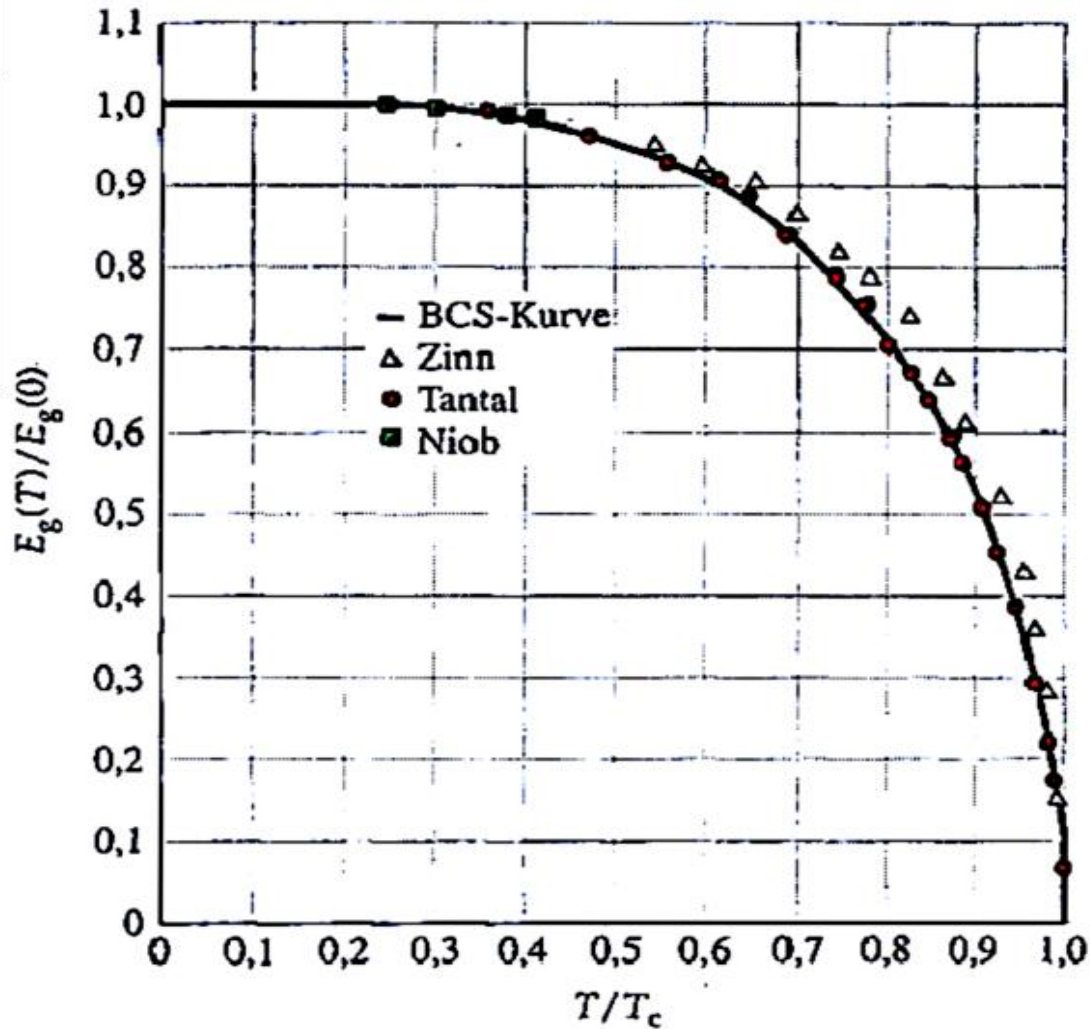


Bild 11.15: a) Zustandsdichte der Quasiteilchen als Funktion der Anregungsenergie. b) Experimentell gemessene Zustandsdichte von Blei als Funktion der Einteilchenenergie normiert auf die Zustandsdichte bei der Fermi-Energie. Diese Messung wurde mit einem Pb/MgO/Mg-Tunnelkontakt durchgeführt. (Nach I. Giaever et al., Phys. Rev. **126**, 941 (1962)).

Superconducting gap

- tunneling data
- microwave or IR absorption



$E_g(T) \rightarrow 0$ for $T \rightarrow T_c$: 2nd order phase transition
(1st order would imply discontinuity of E_g)

Infrarot-Reflektivität

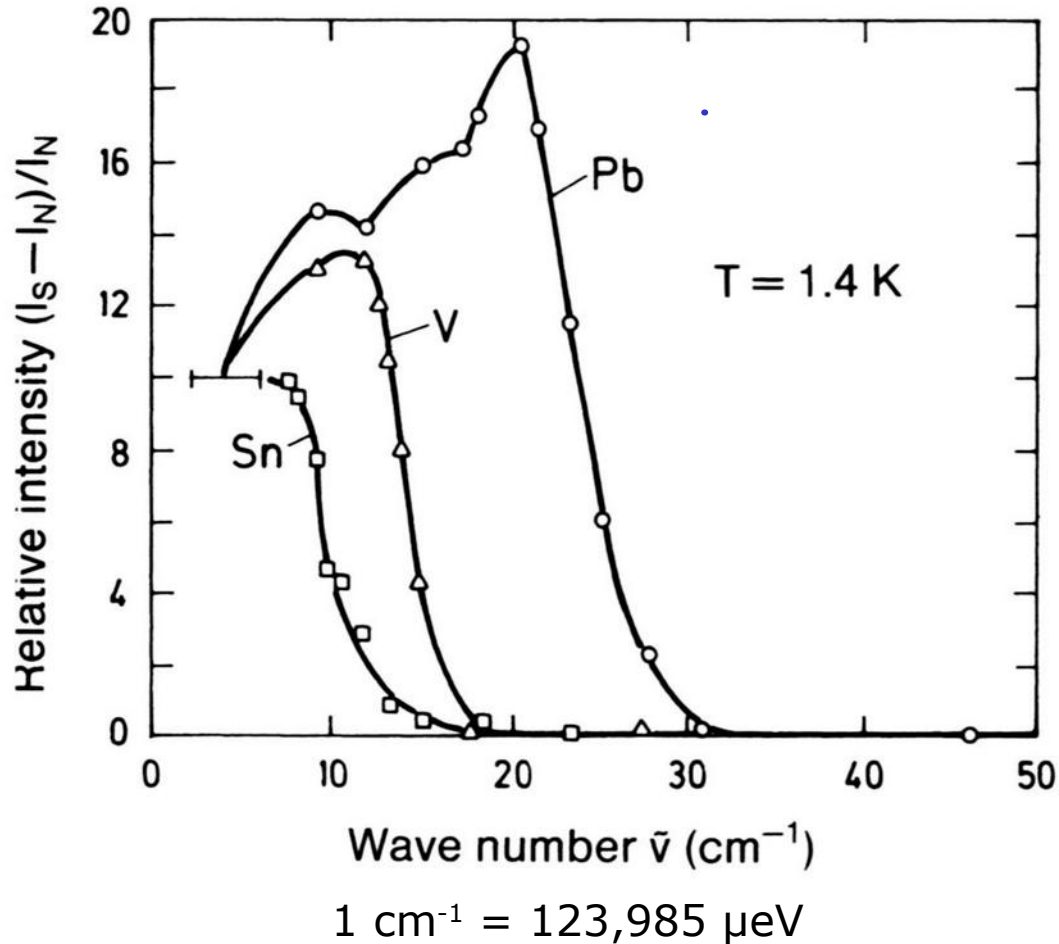


Fig. 10.15. Infrared reflectivity of various materials, determined from the intensity I of multiply reflected microwave radiation. The intensities I_S and I_N refer respectively to the superconducting and normal states of the material. The curves thus represent the difference between the infrared reflectivity of the superconducting and normally conducting states.

Kritische Stromdichte?

Paare brechen, wenn mit Strom verbundene Energie pro e^- den Wert Δ erreicht

$$j_s = -2e v n_{CP} ; \quad \hbar k_{CP} = 2m_e v \quad \Rightarrow \quad k_{CP} = -\frac{m_e}{n_{CP} e \hbar} j_s$$

d.h. Paar $(\vec{k}\uparrow, -\vec{k}\downarrow)$ geht über in $(\vec{k} + \frac{1}{2}\vec{k}_{CP}\uparrow, -\vec{k} + \frac{1}{2}\vec{k}_{CP}\downarrow)$

$$\text{neue Energie } E \text{ pro Elektron: } E = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\vec{k} + \frac{1}{2}\vec{k}_{CP}\right)^2$$

$$\text{bei } |k_{CP}| \ll k_F : \quad \delta E \approx \frac{\hbar^2}{2m_e} k_F k_{CP} \stackrel{!}{=} \Delta$$

$$\Rightarrow j_c = \frac{\Delta}{\hbar k_F} \cdot 2e n_{CP}$$

passt zu gemessenen j_c
und BCS-berechneter n_{CP}

Gezeigt: Skizze der einfachsten BCS-Theorie

was kann man besser machen?

- $\tilde{V}_0 = \text{const.}$, $D(E) = \text{const.} = D(E_F)$

realistischere e -phonon-Kopplung

Eliashbergfunktion, multi-gap

- Einfachstreuung von e und Phononen

starke Kopplung bei Multiphononprozessen

vgl. Undulationen in Pb-Tunnelspektrum bei $n \cdot \hbar \omega_D$

- unbegrenzte Lebensdauern (\rightarrow Divergenz von $D(E)$)

depairing

Cuprates

1983: copper-oxides
insulating ceramics

highest T_c known: 30 K

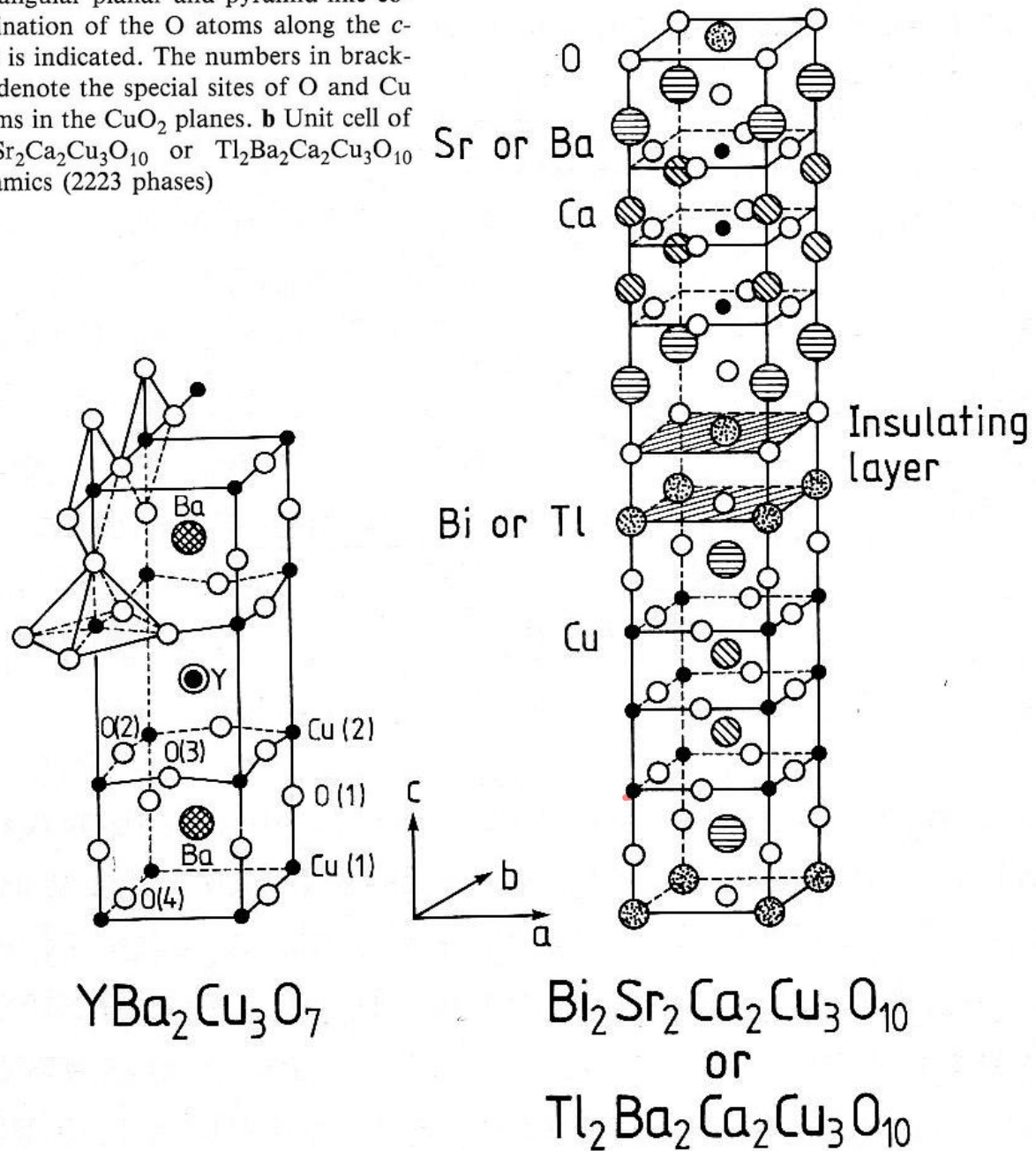
Nobel prize 1987



Courtesy of IBM Zurich Research Laboratory

Alex Müller, Georg Bednorz

Fig. 10.28. Crystal structure of YBCO and Bi and Tl superconducting ceramics. **a** Unit cell of a $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ crystal. The rectangular planar and pyramid-like coordination of the O atoms along the c -axis is indicated. The numbers in brackets denote the special sites of O and Cu atoms in the CuO_2 planes. **b** Unit cell of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ or $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ ceramics (2223 phases)

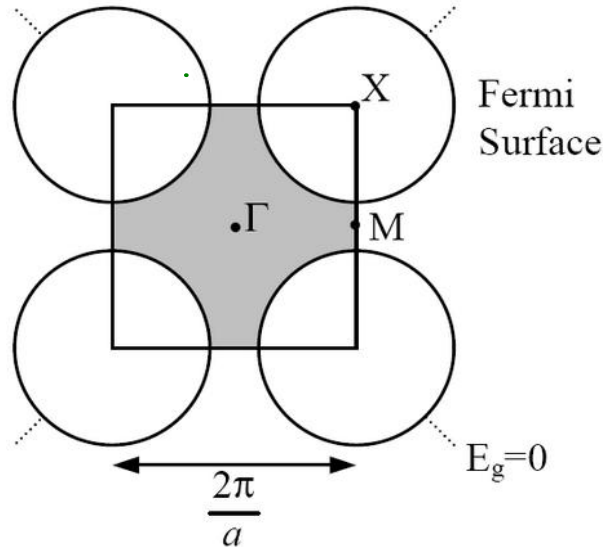
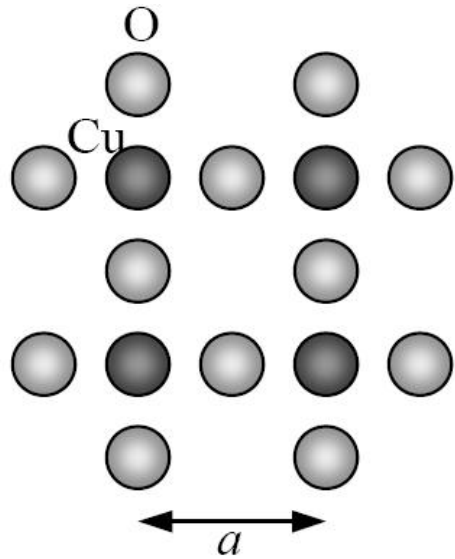


High Temperature Superconductors (ⓈHiTcⓉ)

Superconductivity occurs in $\text{Cu}^{2+}\text{O}^{2-}$ planes,
which are stabilized by an ionic lattice.

Real space (x, y)

Reciprocal space (k_x, k_y)

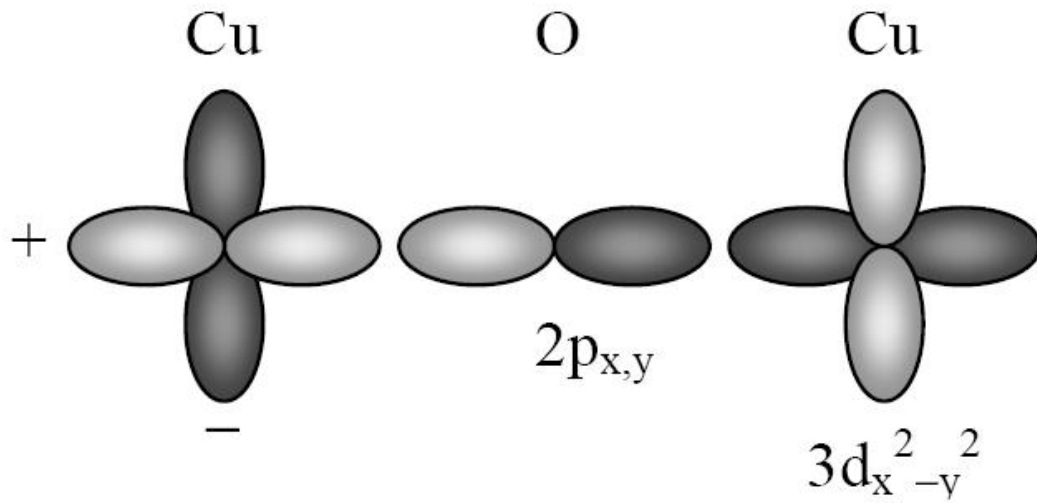


Adapted from F. Himpsel

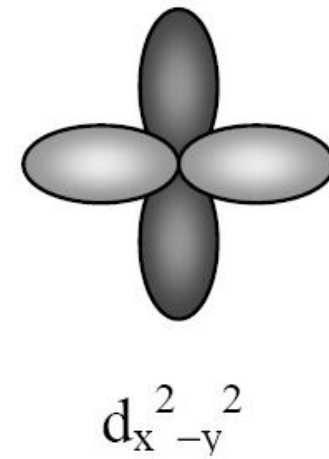


Fig. 10.29. High-resolution transmission electron microscope (TEM) picture of a $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ film. For transmission perpendicular to the c -axis of the crystal the layer structure of the superconductor is visible. Light and dark points correspond to the positions of rows of atoms. (After [10.24].)

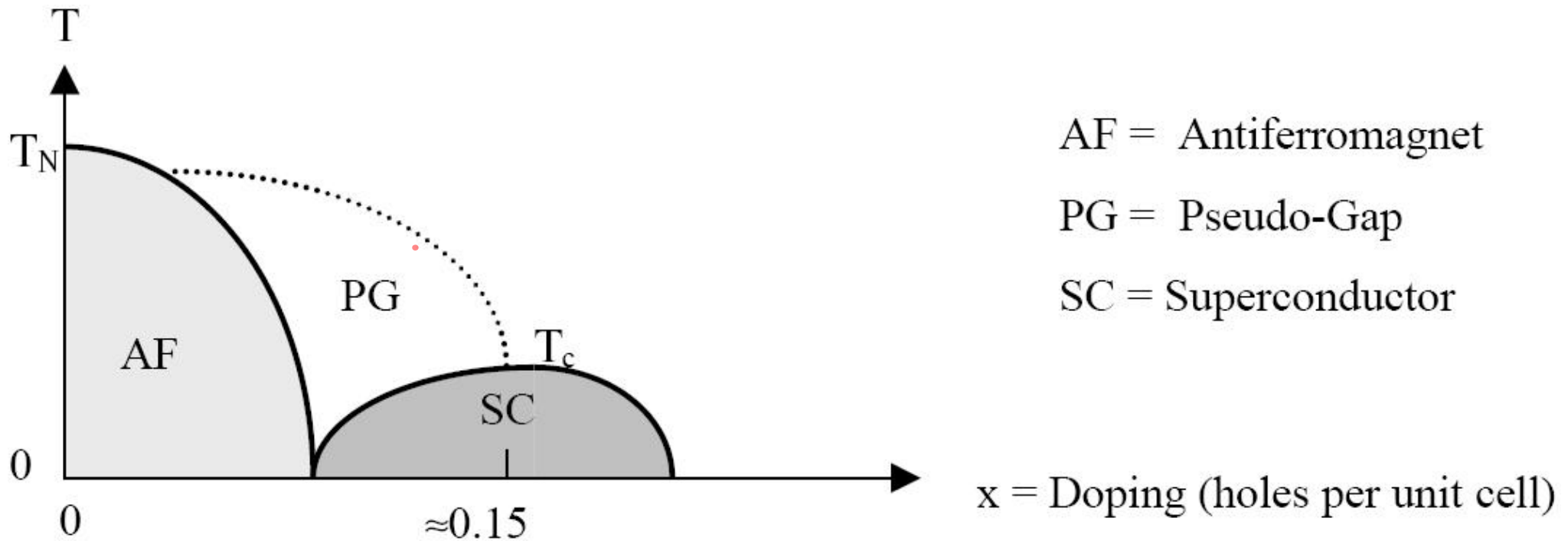
ψ of single electrons



Ψ of pairs $\sim E_g$ (*d*-wave)



Superconducting carriers are **holes** introduced by **doping**



Big open question: Nature of the Boson that gives rise to pairing ?

Organic superconductors

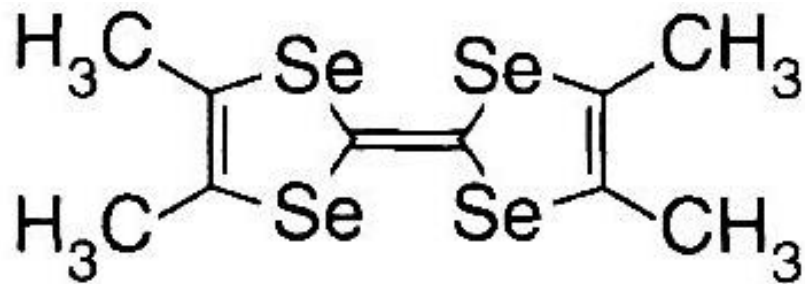
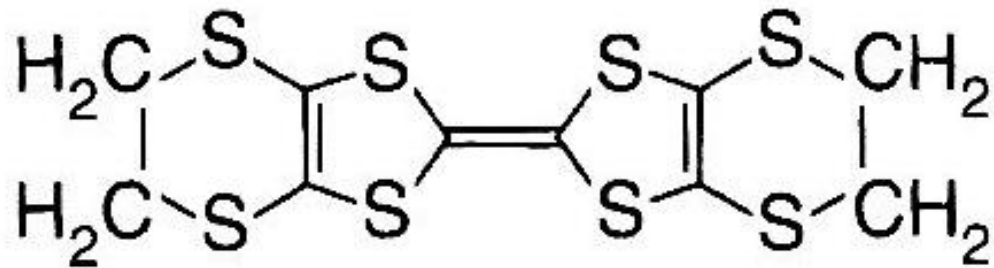


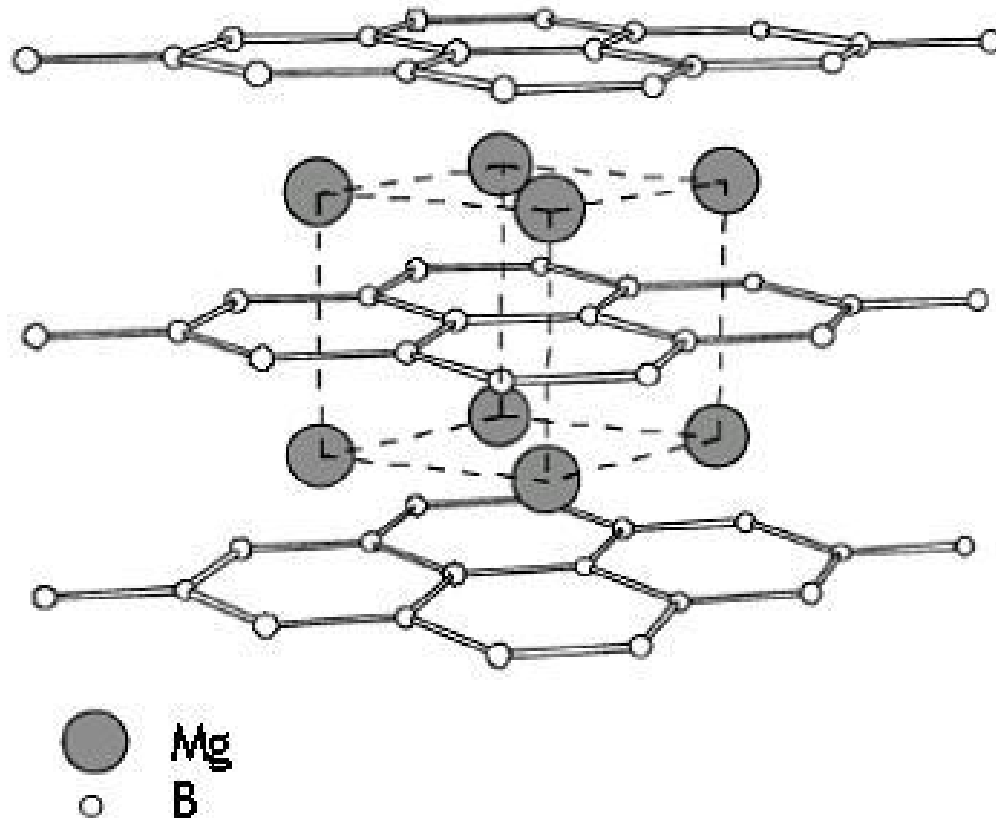
Abb. 2.17 Strukturformeln organischer Supraleiter. (a) TMTSF (= Tetramethyl-tetraselenafulvalen); (b) BEDT-TTF (= Bisethylen-dithia-tetrathiafulvalen).

2001 MgB₂

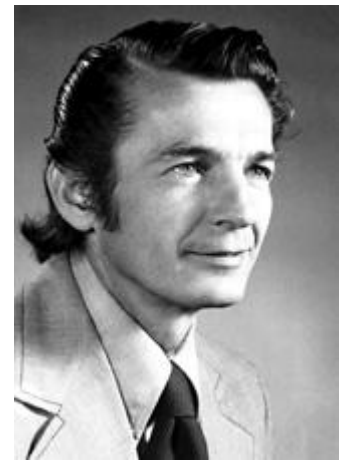
$T_c = 39 \text{ K}$

non-oxide

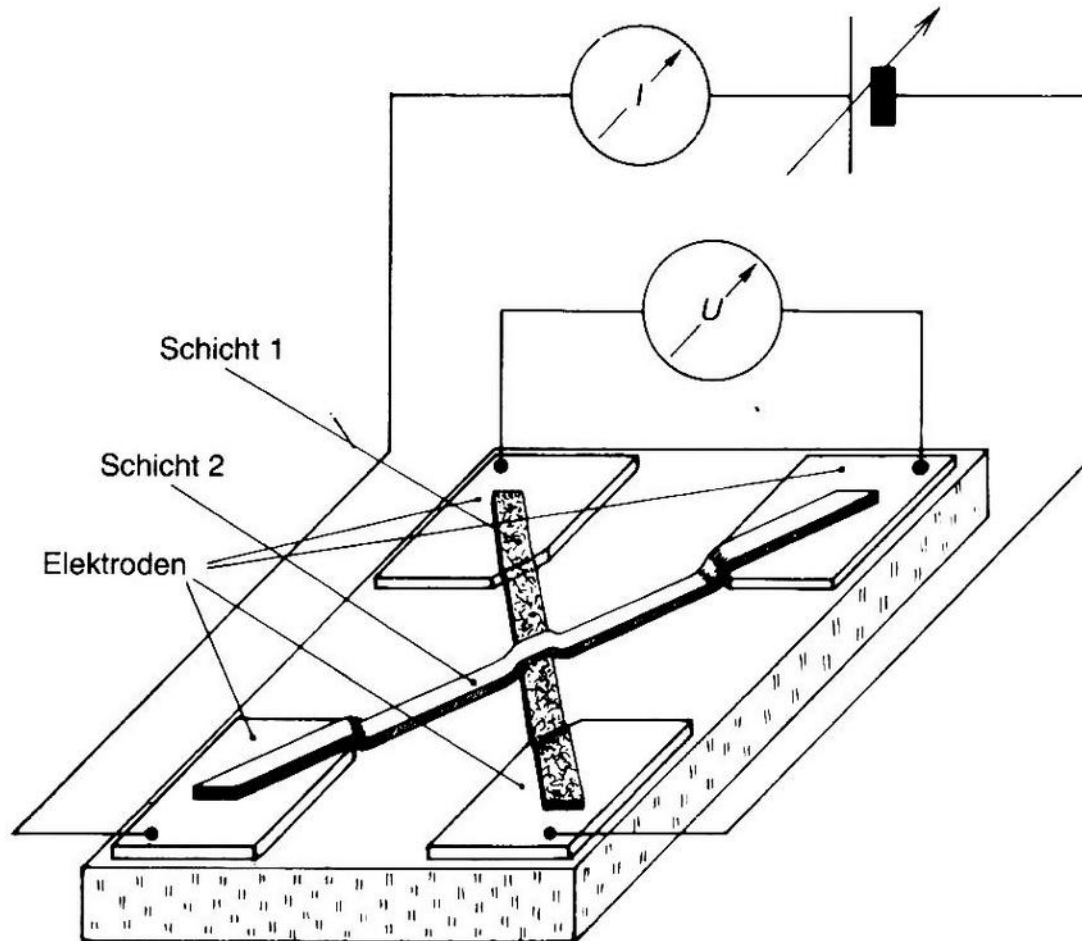
"will outperform NbTi & Nb₃Sn in high B-applications"



Superconductor Tunnelling



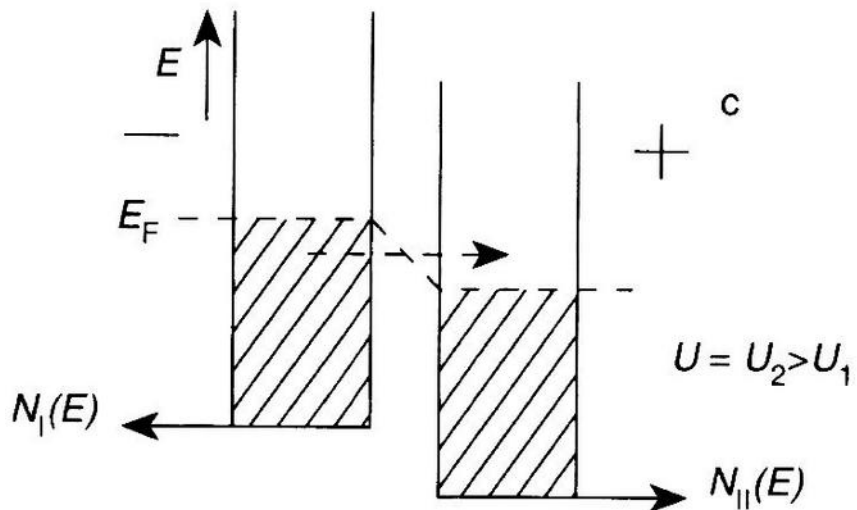
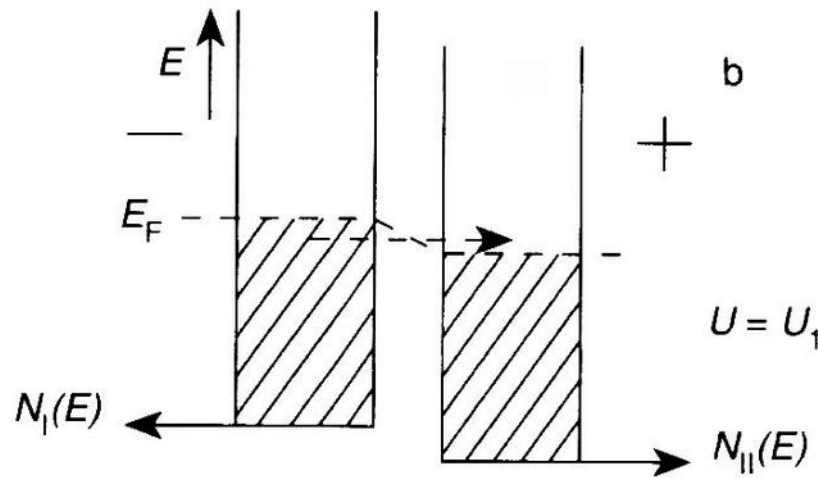
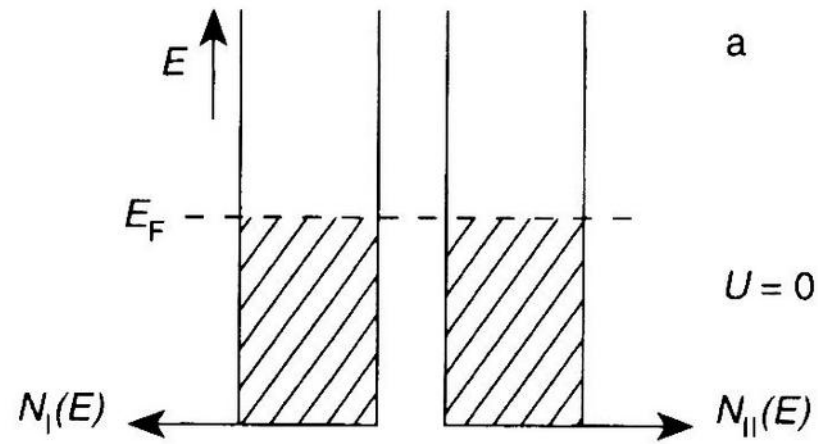
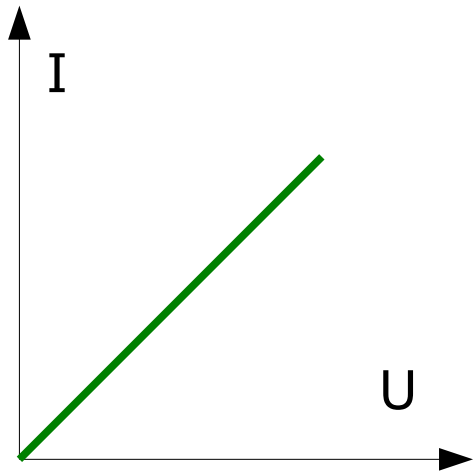
Ivar Giaever



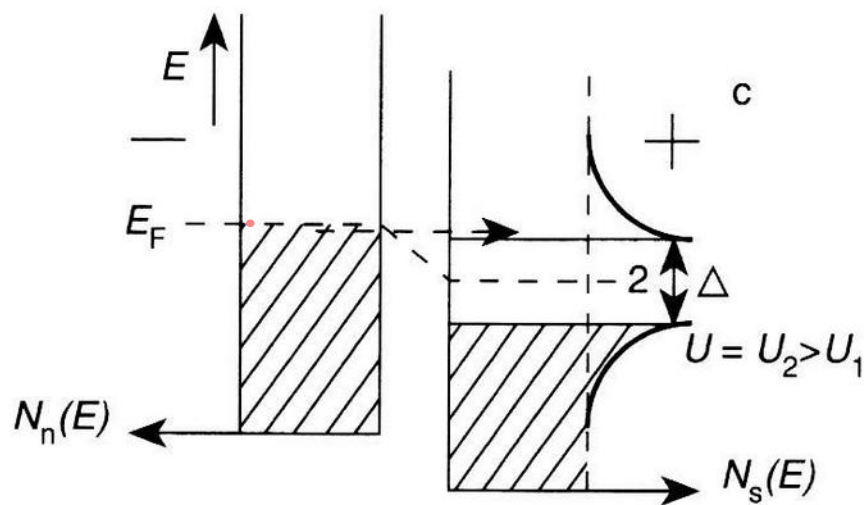
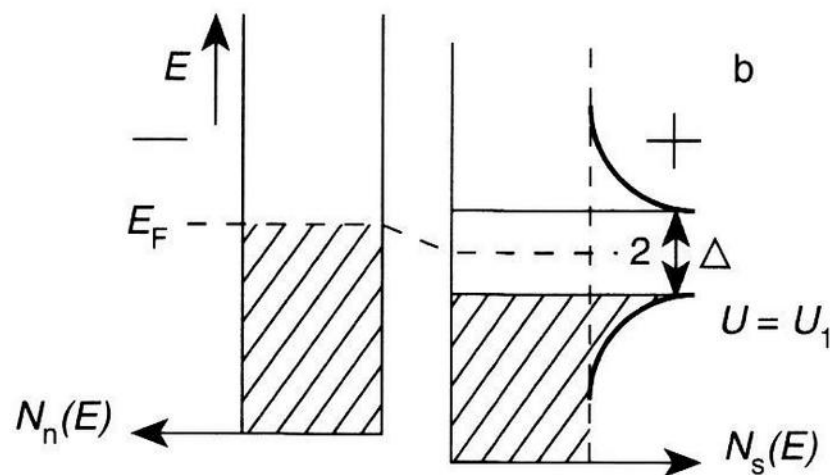
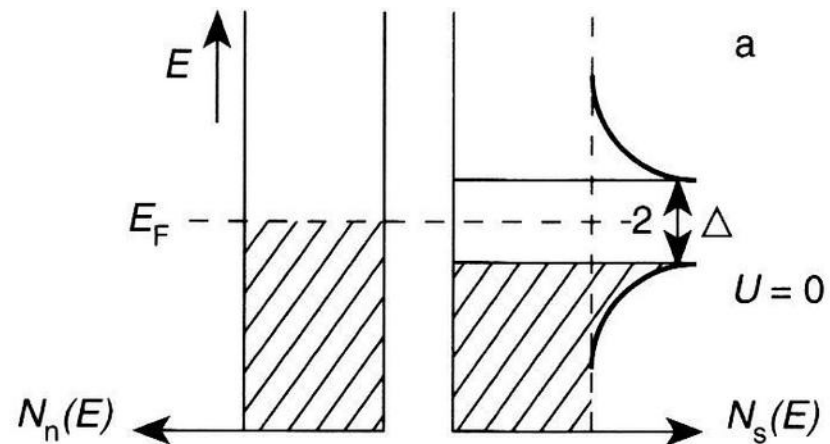
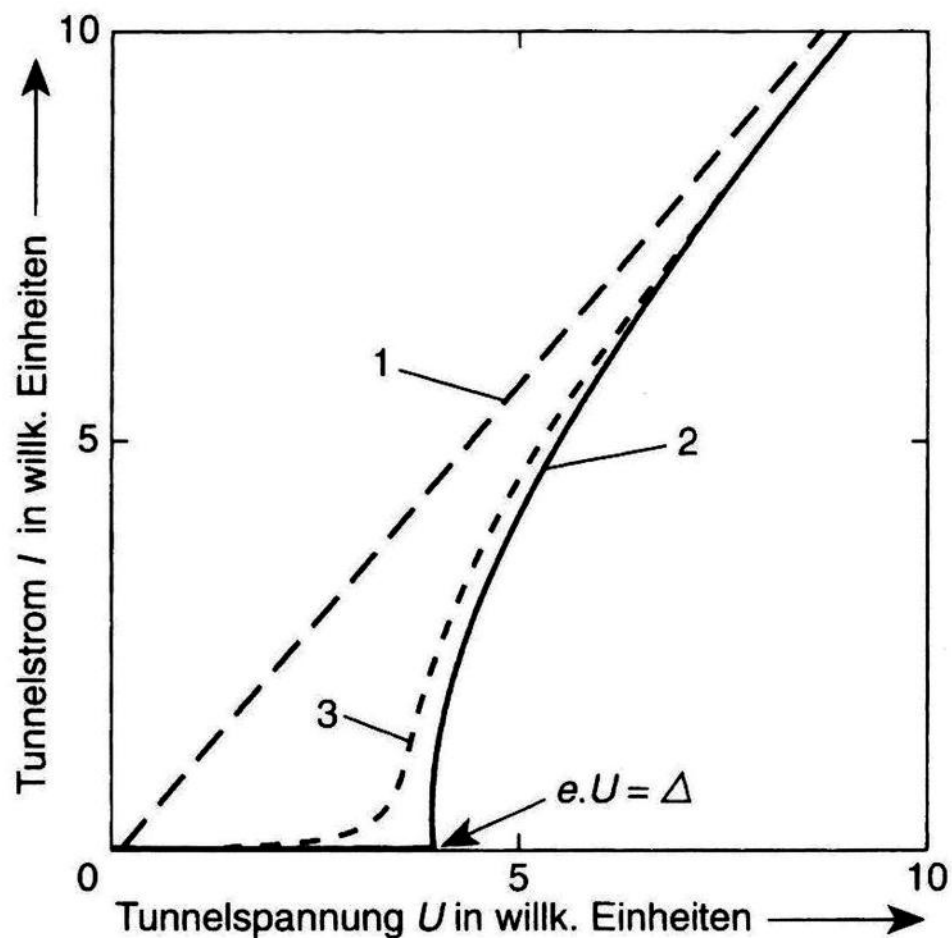
Nobel prize 1973

Abb. 3.16 Tunnelkontakt aus zwei Schichten. Schicht 1 wurde vor der Kondensation von Schicht 2 oxidiert. Die Schichtdicken sind für die Darstellung stark vergrößert. Sie sind meist kleiner als $1 \mu\text{m}$. Für die Oxidbarrieren sind Dicken von ca. 3 nm zweckmäßig.

Normalleiter - Normalleiter Tunnelkontakt



Normalleiter- Supraleiter Tunnelkontakt



Experimentelle Daten

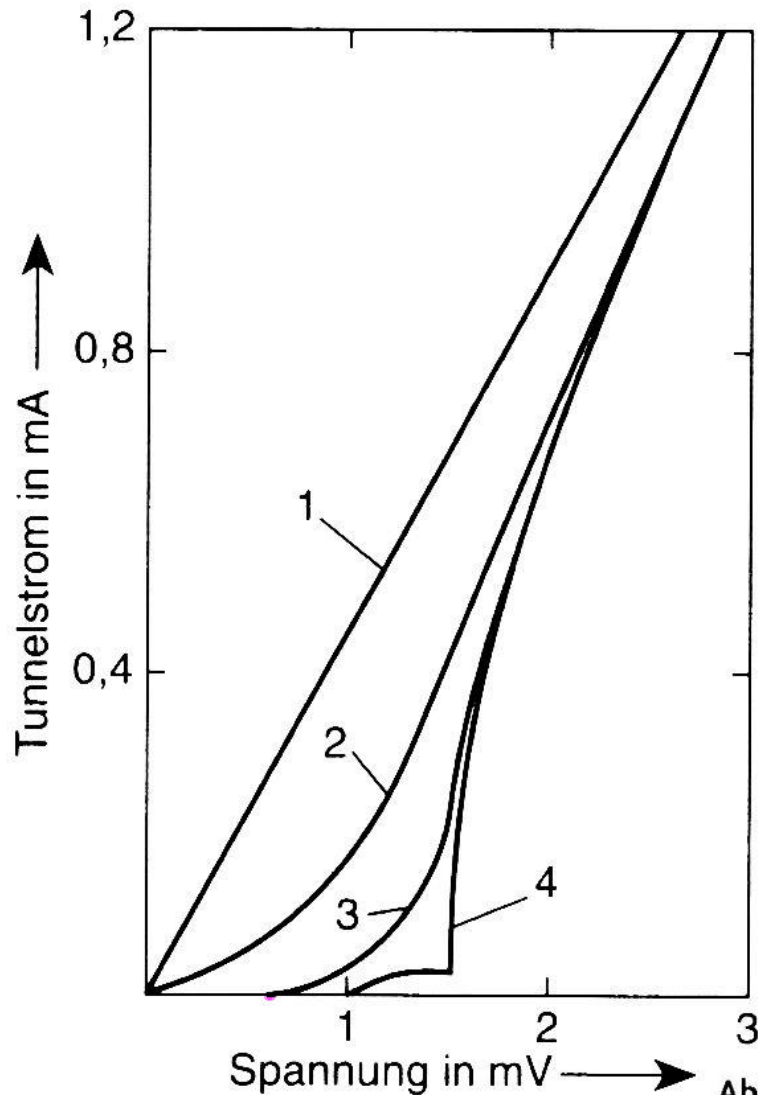
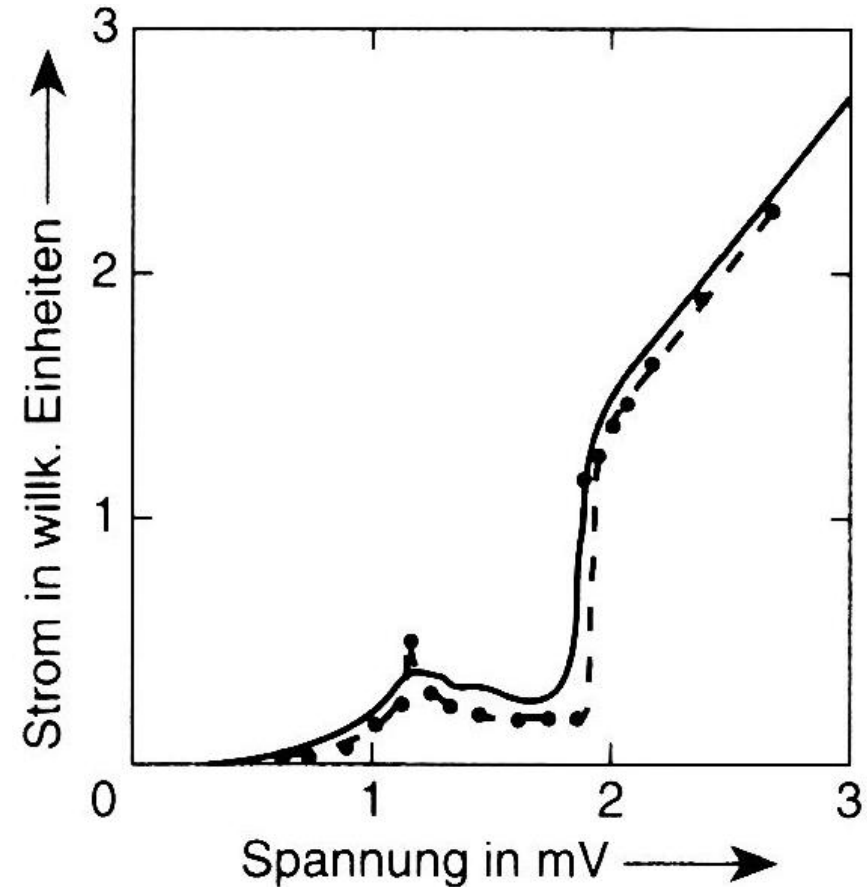


Abb. 3.17 Strom-Spannungs-Kennlinien eines Tunnelkontaktes Al-Al₂O₃-Pb. Kurve 1: $T = 10$ K; Kurve 2: $T = 4,2$ K; Kurve 3: $T = 1,64$ K; Kurve 4: $T = 1,05$ K; bei 1,05 K ist auch das Al supraleitend. Der steile Anstieg bei $e \cdot U = \Delta_I + \Delta_{II}$ ist deutlich sichtbar. Übergangstemperaturen: Pb 7,2 K; Al 1,2

Abb. 3.18 Strom-Spannungs-Kennlinie eines Tunnelkontaktes Niob-Isolator-Zinn bei $T = 3,38$ K. Die ausgezogene Kurve ist eine Registrierkurve des Experiments. Die vollen Punkte sind nach Gleichung (3-13) berechnet mit $2\Delta_{Sn} = 0,74$ meV und $2\Delta_{Nb} = 2,98$ meV (nach [33]).



Supraleiter-Supraleiter Tunnelkontakt

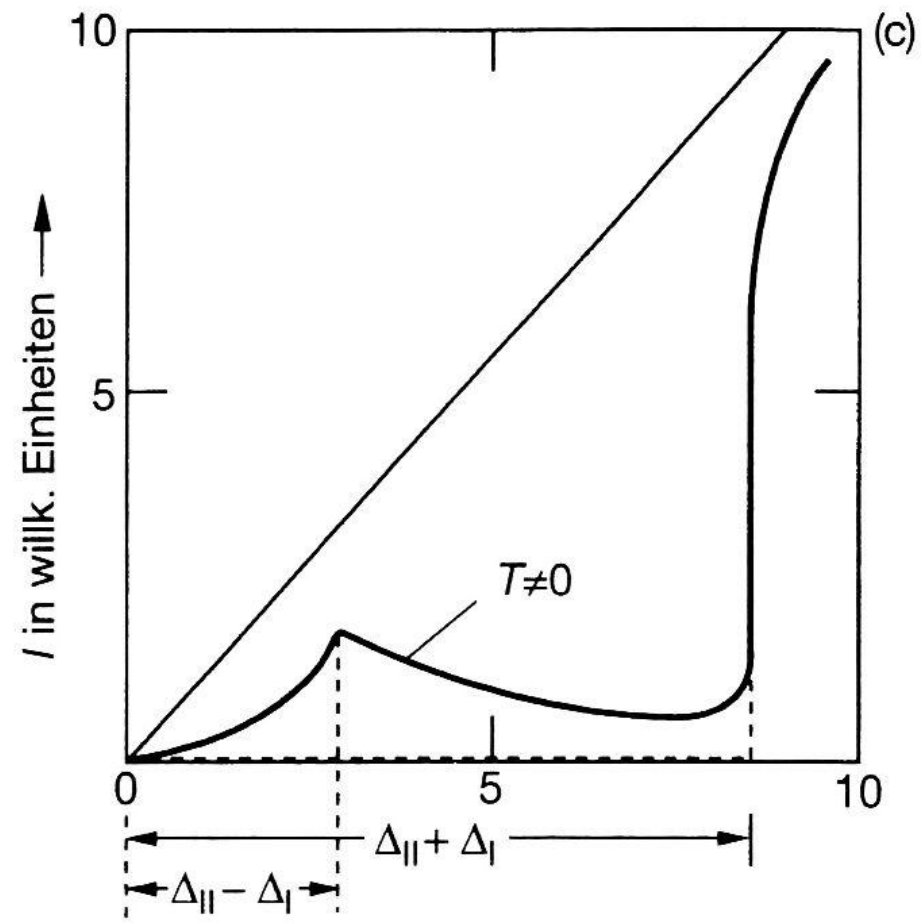
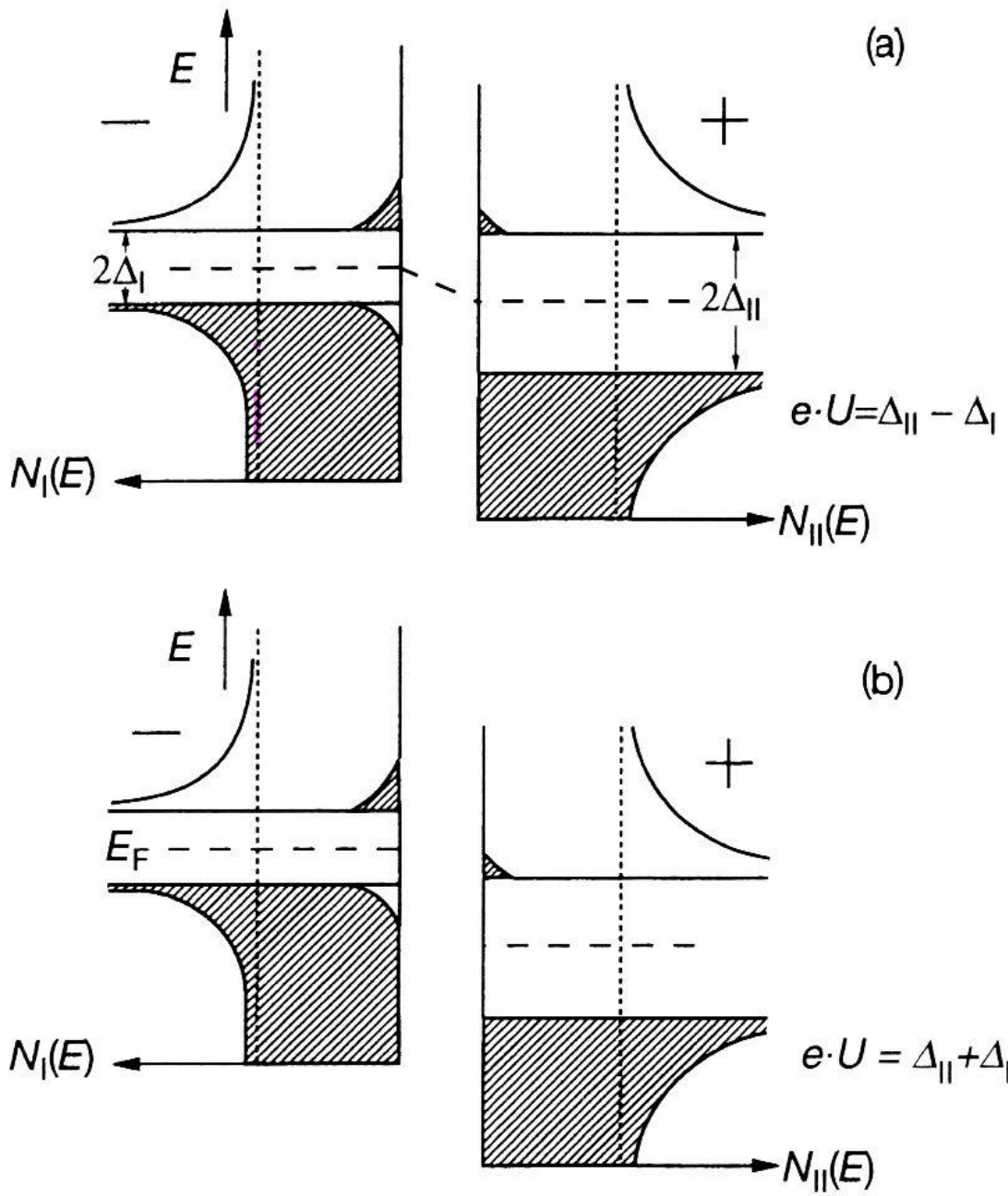


Abb. 3.15 Zum Tunnelstrom zwischen zwei Supraleitern. $0 < T < T_c$.

Ströme im Tunnelkontakt

$$1 \rightarrow 2: I_{12} \sim \int_{-\infty}^{\infty} T(E) D_1(E) f(E) \cdot D_2(E+eU) \cdot \dots \cdot (1-f(E+eU)) dE$$

$$2 \rightarrow 1: I_{21} \sim \int_{-\infty}^{\infty} dE T(E) D_2(E+eU) f(E+eU) D_1(E) (1-f(E))$$

$$\bar{I} = I_{12} - I_{21} = \int_{-\infty}^{\infty} dE T(E) D_1(E) D_2(E+eU) [f(E) - f(E+eU)]$$

Sei $T=0$ & $f(E)$ stufenförmig

kleines U , $T(E) \approx \text{const} = T(E_F)$

$$\Rightarrow I \sim U$$