

DC Josephson effect: Cooper pair tunnelling

1962: 22-year-old Welsh student Brian D. Josephson predicted two effects which could experimentally verified shortly afterwards



Nobel prize laureate 1973

$\text{Al}/\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Sn}$.

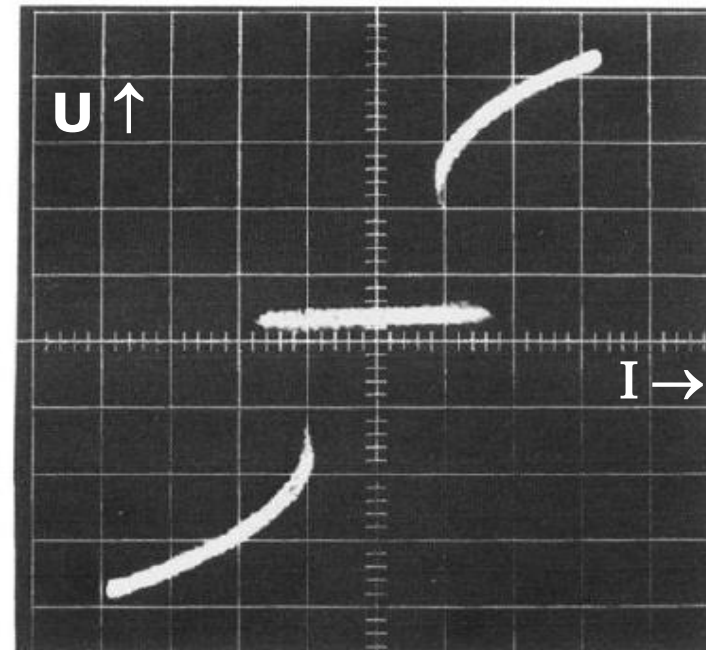
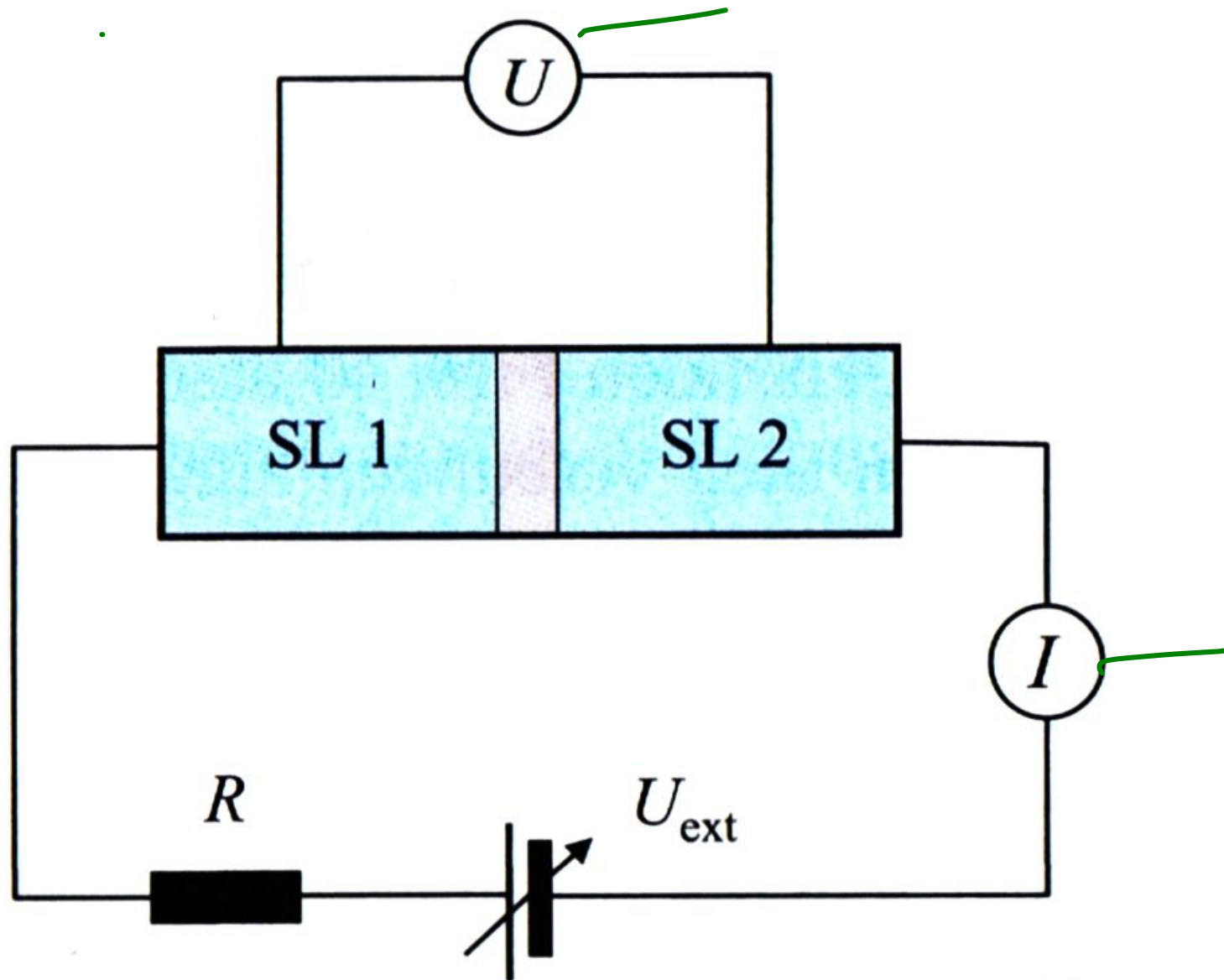


FIG. 1. I - V characteristic near origin showing zero-voltage Josephson current and negative resistance switching trace. Vertical scale $58.8 \mu\text{V}/\text{cm}$, horizontal scale $130 \text{ nA}/\text{cm}$.

2.11 Josephson - Effekt



Makroskopische Wellenfunktion

$$\Psi = \Psi_0 e^{i\varphi(\vec{r})} = \sqrt{n_s} e^{i\varphi(\vec{r})}$$

↑
reell

Josephson-Gleichungen

2 SL, zeitabh. Wellenfunktionen

$$(0) \quad \hbar i \dot{\Psi}_1 = E_1 \Psi_1 + k \Psi_2 \quad \hbar i \dot{\Psi}_2 = E_2 \Psi_2 + k \Psi_1 \quad (1)$$

Cooperpaardichten n_1, n_2

$$(2) \quad \Psi_1 = \sqrt{n_1} e^{i\varphi_1} \quad \Psi_2 = \sqrt{n_2} e^{i\varphi_2}$$

(2) \rightarrow (1), Re und Im trennen

$$(3) \quad \dot{n}_1 = \frac{2k}{h} \sqrt{n_1 n_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (a)$$

$$\dot{n}_2 = -\frac{2k}{h} \sqrt{n_1 n_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (b)$$

$$\dot{\varphi}_1 = -\frac{k}{h} \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{\dot{n}_1}{h} \quad (c)$$

$$\dot{\varphi}_2 = -\frac{k}{h} \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{\dot{n}_2}{h} \quad (d)$$

$$(a), (b) \Rightarrow \dot{n}_1 = -\dot{n}_2$$

gleiche SL $n_1 = n_2 = n_S$, gleiche Volumina Ω

$$(4) (a) \dot{n}_1 = \frac{2k}{\hbar} n_s \sin(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$(b) \dot{n}_2 = -\dot{n}_1$$

$$(c) \dot{\varphi}_1 = -\frac{k}{\hbar} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{E_1}{\hbar}$$

$$(d) \dot{\varphi}_2 = -\frac{k}{\hbar} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{E_2}{\hbar}$$

$$\hbar^2 \Omega \varphi_s \dot{n}_s = \frac{2k}{\hbar} \varphi_s n_s \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (5)$$

$$I_s = I_{\max} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (6)$$

$$(c, d) \Rightarrow \frac{d}{dt}(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{1}{\hbar} (E_1 - E_2)$$

falls $E_1 = E_2 \Rightarrow \Delta\varphi = \text{const}$
mit (6) \Rightarrow Gleichstrom

falls $E_1 \neq E_2$: $E_1 = \tilde{E}_2 + q_s U_{\text{extern}}$

$$\frac{d}{dt}(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{q_s}{\hbar} U_{\text{extern}} \quad (7)$$

J.-Gln.

Falls $U_{\text{extern}} = \text{const.}$

$$(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{q_s}{\hbar} U_{\text{ext}} t + \varphi_0$$

mit (6) : $I = I_{\text{max}} \sin\left(\frac{q_s}{\hbar} U_{\text{ext}} \cdot t + \varphi_0\right)$

$$U_{\text{ext}} = 1 \text{ mV} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{q_s}{\hbar} U_{\text{ext}} = 5 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$$

↳ IR-Bereich

Josephson effect

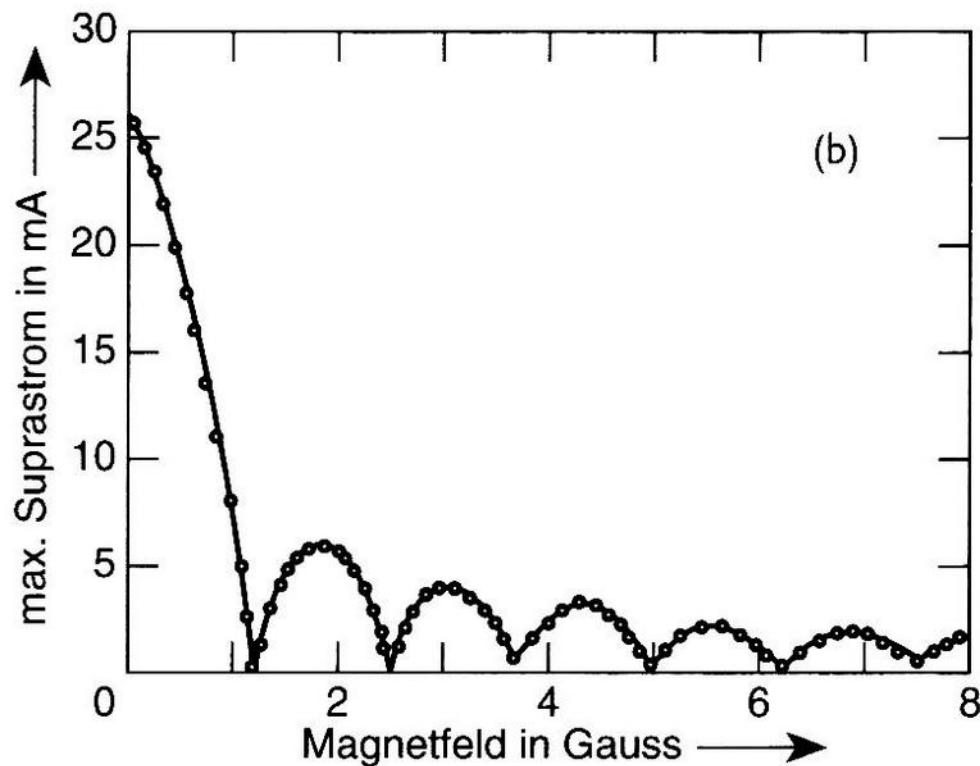
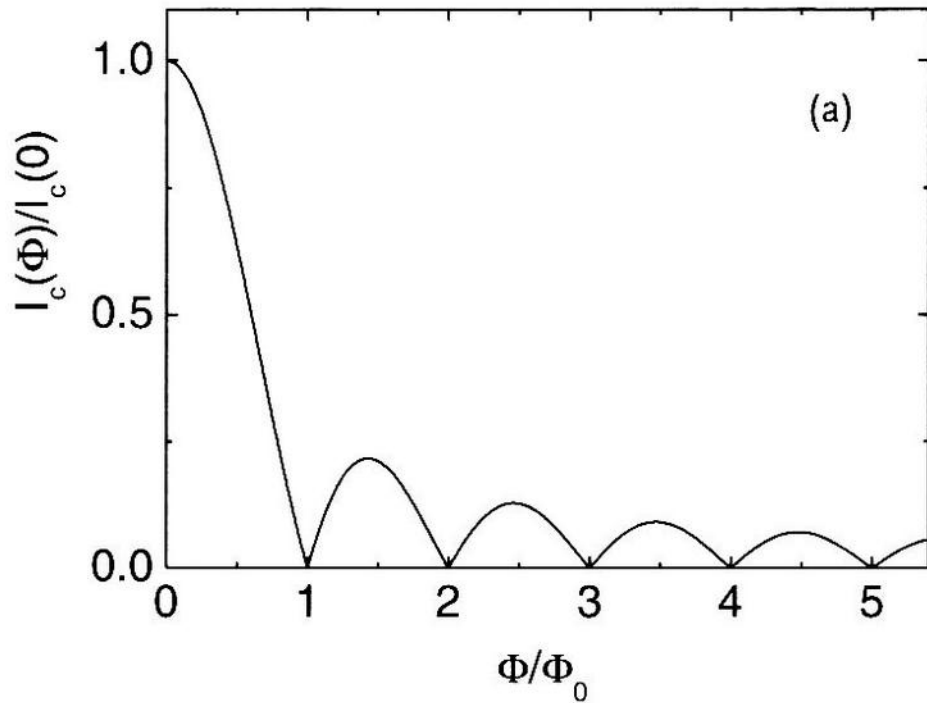
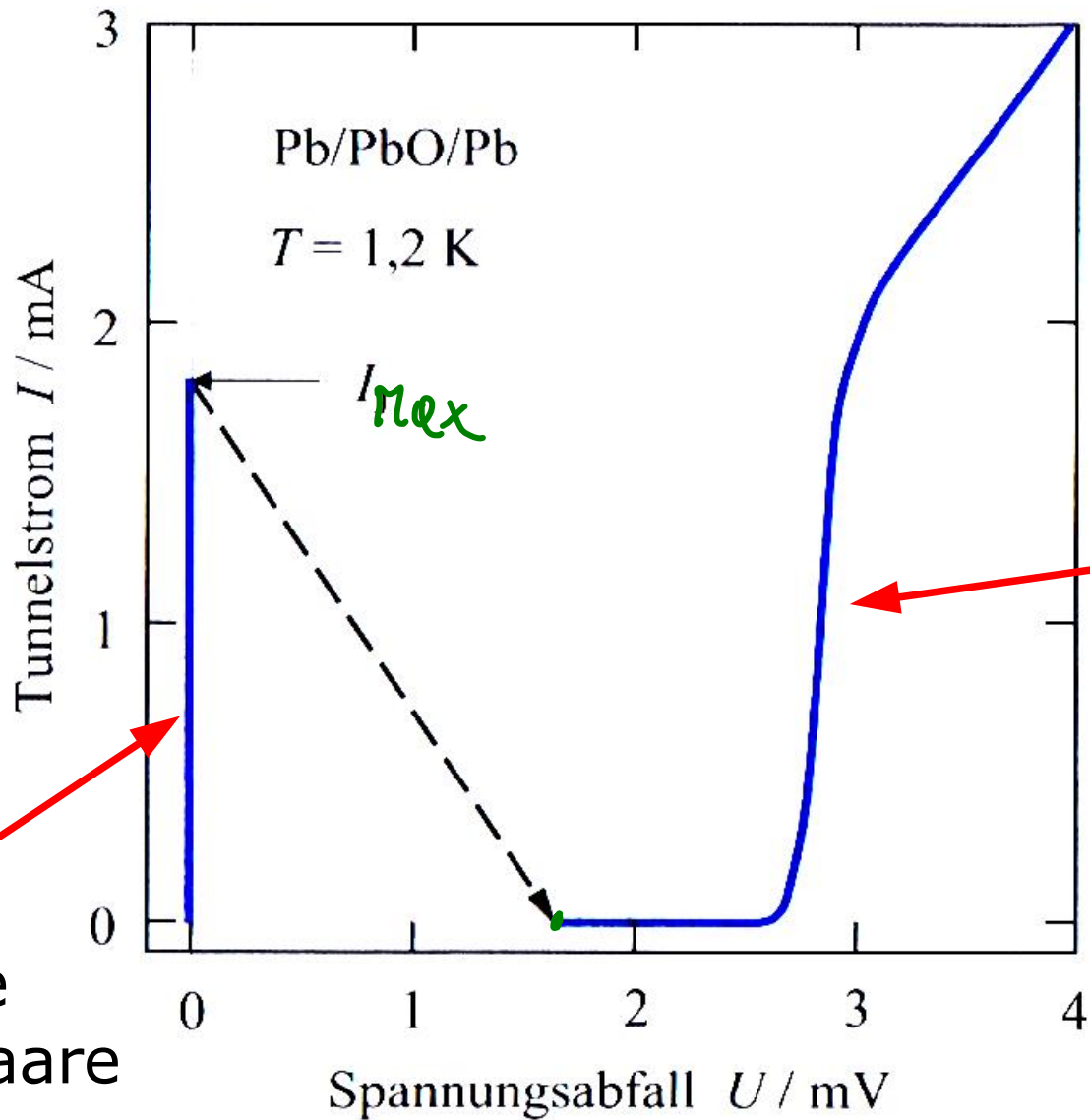


Abb. 1.27 Abhängigkeit des maximalen Josephsonstromes von einem Magnetfeld parallel zur Barrierenschicht. (a) Theoretische Kurve nach Gleichung (1-73); (b) Messung an einem Sn-SnO-S Tunnelkontakt ($1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$) (nach [53]).



tunnelnde
Cooper-Paare

tunnelnde
Quasiteilchen

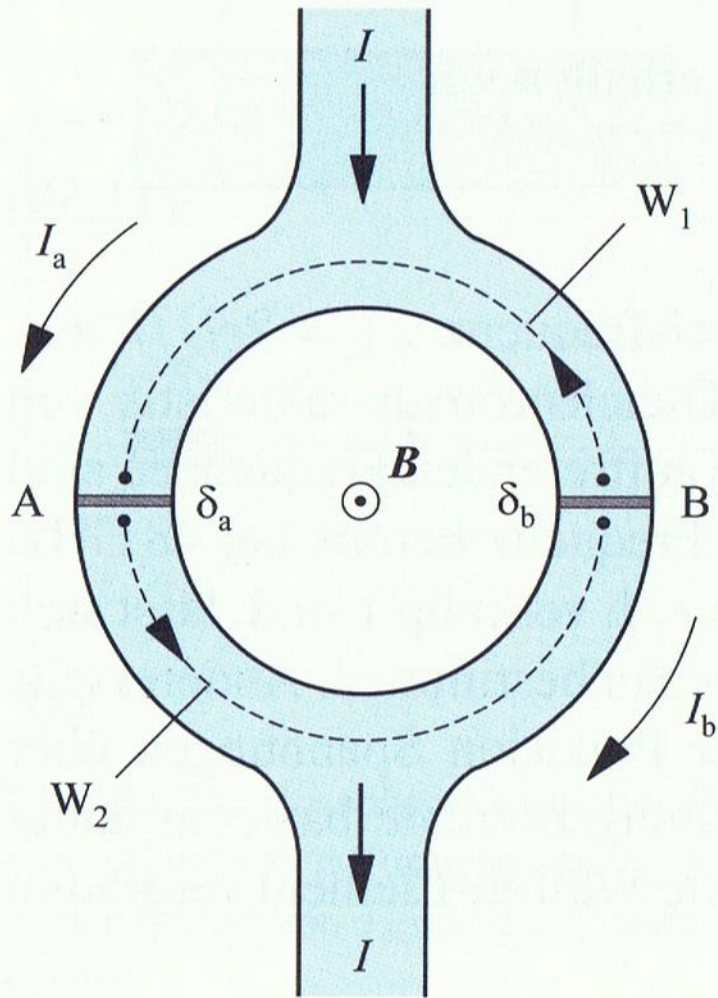
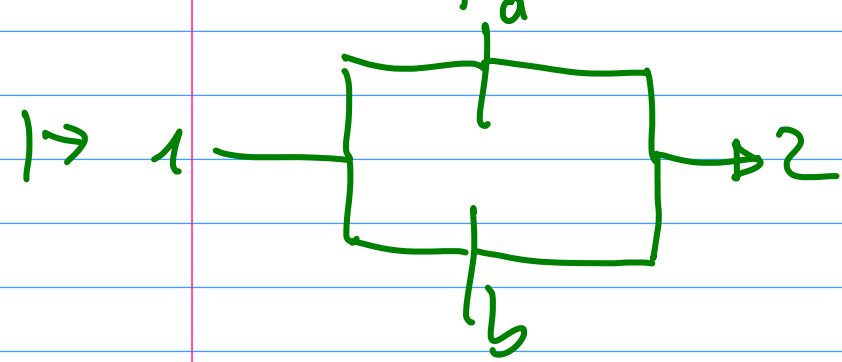


Bild 11.25: Stromfluss durch zwei parallel geschaltete, identische Josephson-Kontakte A und B. Senkrecht zur Zeichenebene soll das Magnetfeld B anliegen. An den Kontaktstellen treten die Phasendifferenzen δ_a bzw. δ_b auf. Die Phasenunterschiede werden längs der gestrichelt eingezeichneten Wege W_1 und W_2 berechnet.

Flussquantisierung $\Phi = \frac{h}{2e} n ; n \in \mathbb{N}$



Phasendifferenzen δ_a und δ_b

Ohne B-Feld: $\delta_a = \delta_b$

Mit B-Feld: $\delta_a - \delta_b = \frac{2e}{h} \Phi$

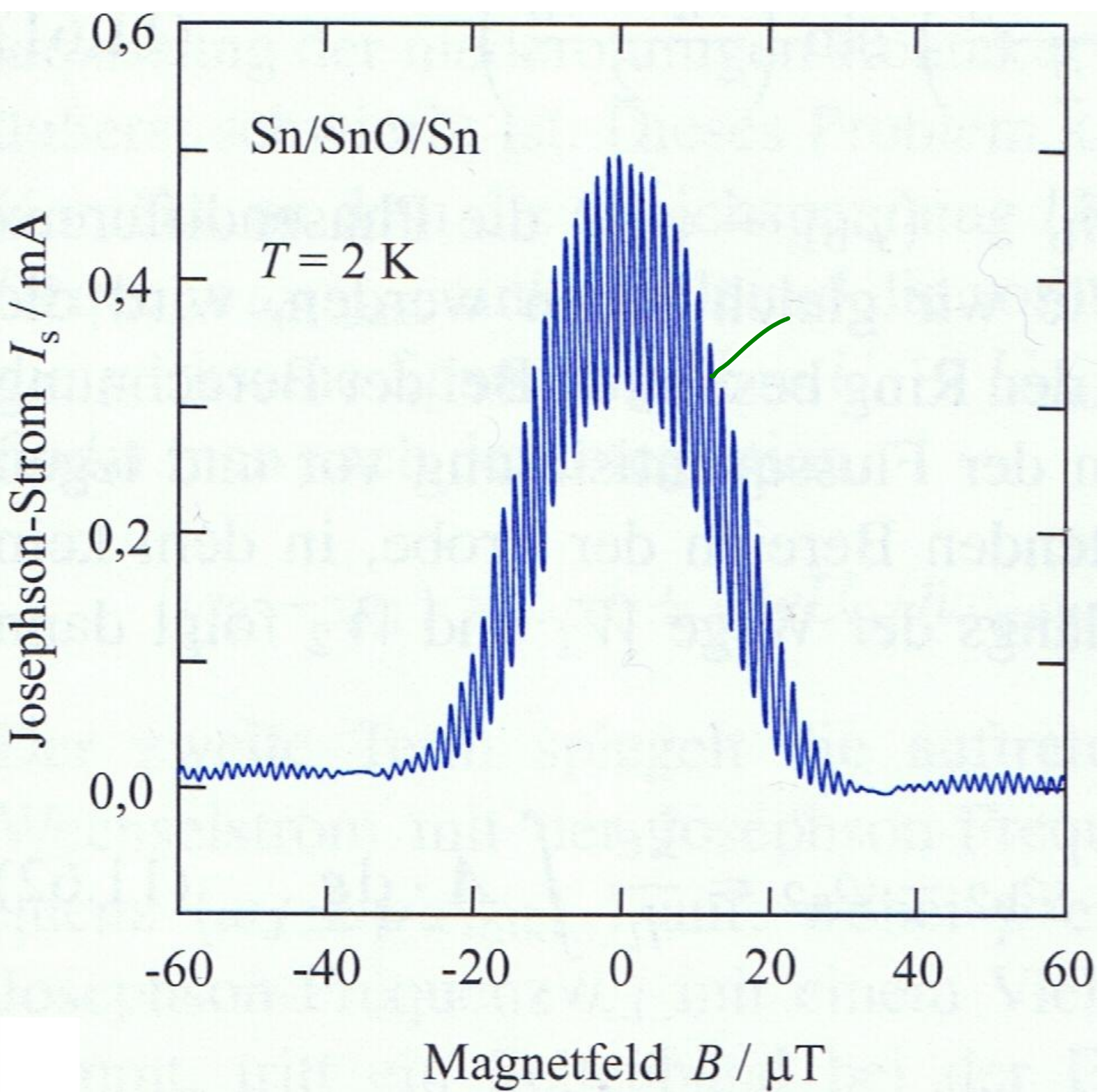
$\Phi = \text{magn. Fluss}$

$$\delta_a = \delta_0 - \frac{e}{h} \Phi$$

$$\delta_b = \delta_0 + \frac{e}{h} \Phi$$

$$j = j_a + j_b = j_0 \left\{ \sin \left(\delta_0 + \frac{e}{h} \phi \right) + \sin \left(\delta_0 - \frac{e}{h} \phi \right) \right\}$$

$$j = 2j_0 \sin \delta_0 \cos \frac{e\phi}{h} \quad ; \quad \text{max. loci } n\pi = \frac{e}{h} \phi$$

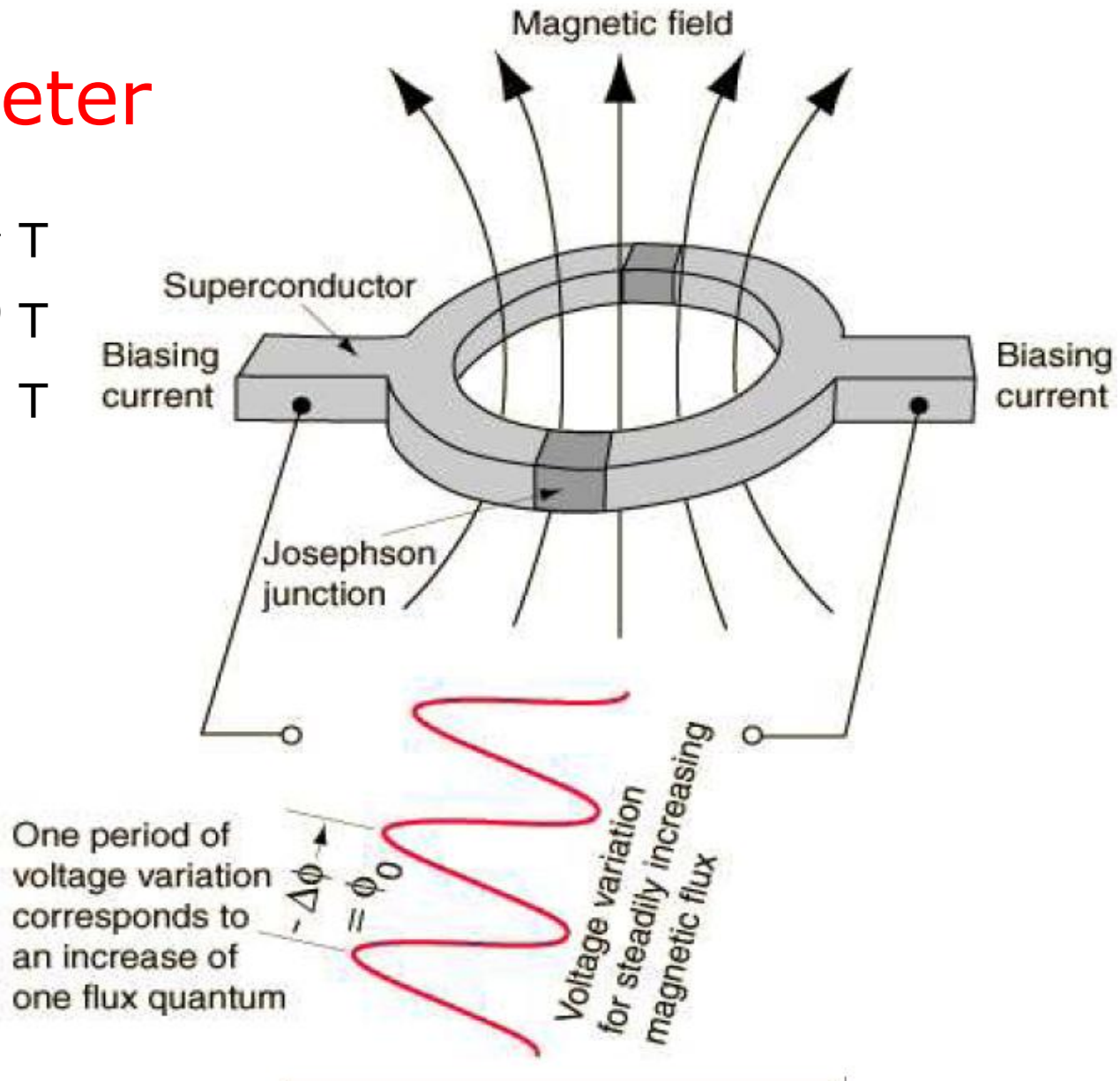


SQUID Magnetometer

Threshold for SQUID: 10^{-14} T

Magnetic field of heart: 10^{-10} T

Magnetic field of brain: 10^{-13} T



constant bias current

measured V oscillates with $\Delta\phi$ at junctions

depends upon flux change

oscillation count corresponds to flux change

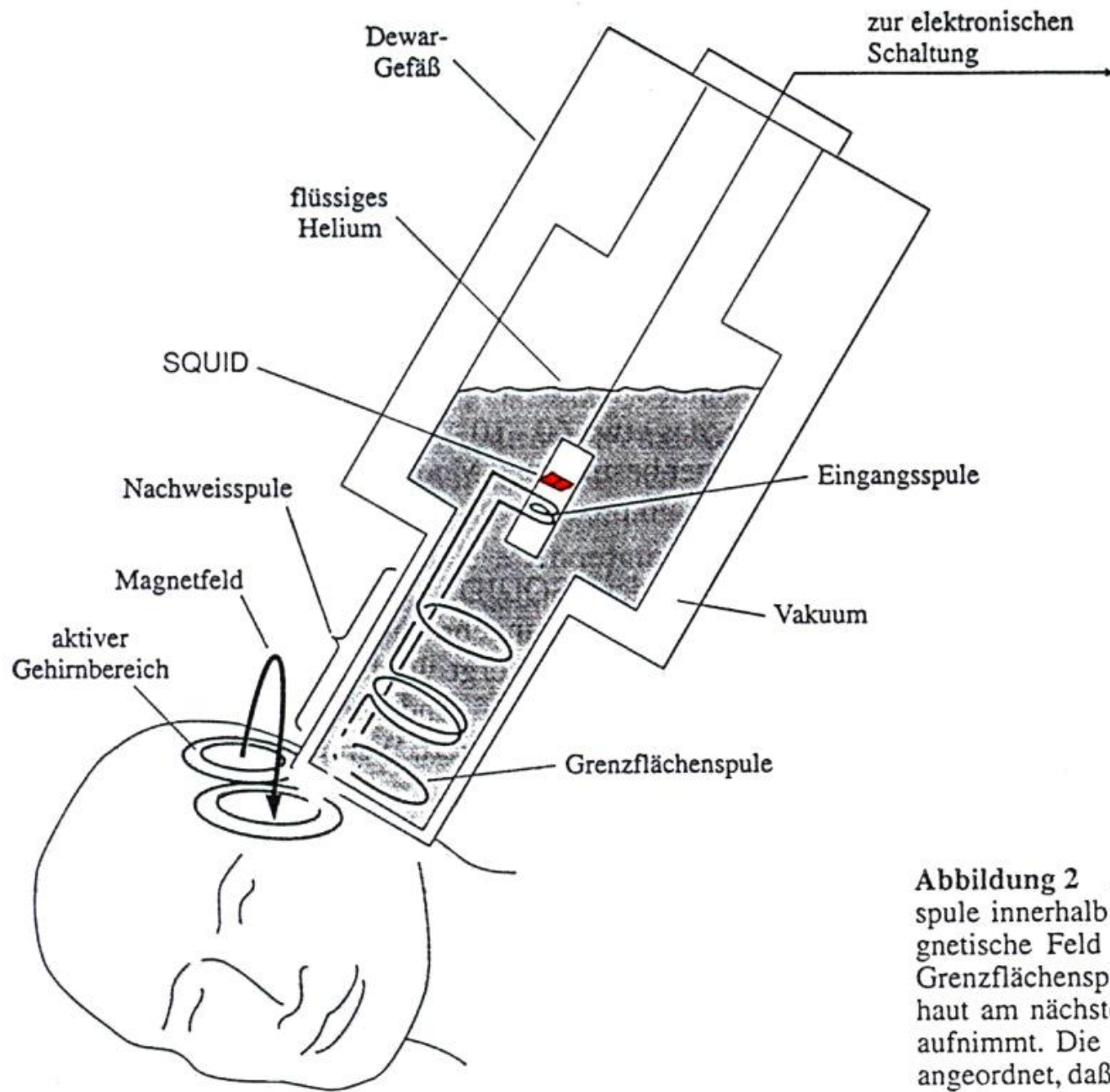
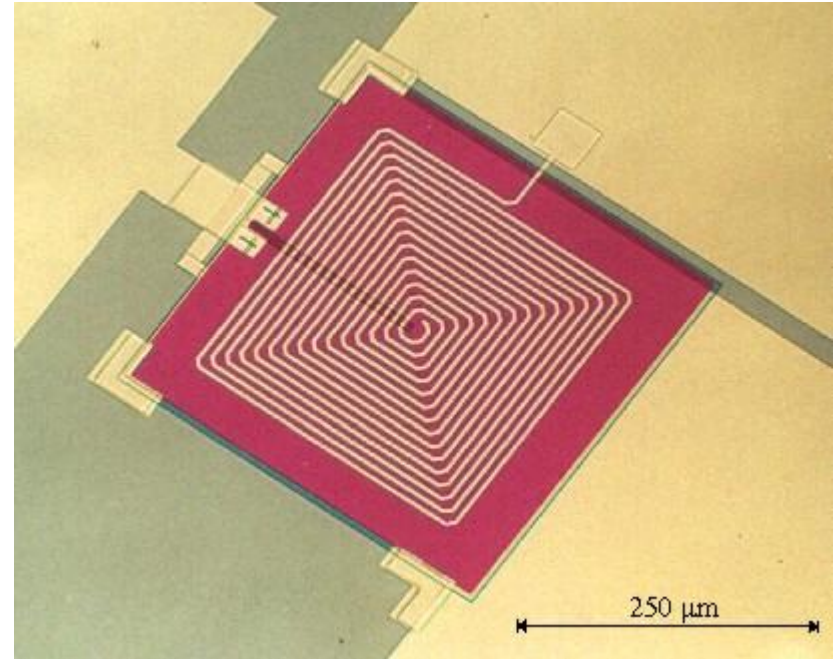


Abbildung 2 Anordnung eines SQUIDs und einer Nachweisspule innerhalb eines Dewargefäßes. Hiermit läßt sich das magnetische Feld eines aktiven Gehirnbereichs nachweisen. Die Grenzflächenspule ist der Teil der Nachweisspule, die der Kopfhaut am nächsten ist und die das stärkste biomagnetische Feld aufnimmt. Die anderen Windungen der Nachweisspule sind so angeordnet, daß der gesamte magnetische Fluß homogener Felder oder homogener Feldgradienten der Umgebung null wird.

Gleichstrom-SQUID

dc squid



SQUID:

superconducting **q**uantum
interferometer **d**evice



SL-Kontakte: \exists viel mehr

o photon assisted tunneling

\Rightarrow Stufen in $I(U)$ Messungen

bei $U_n = n \frac{h\nu}{e}$ " e^- "-Tunneln

Shapiro Stufen $U_n = n \frac{h\nu}{2e}$ CP-Tunneln

SL-Daten-Technologien

IBM 1969-1983 Flussquanten in Josephson-Kontakten
(BQR, STT)

MIT 1981-1990

Ziel jeweils 1 GHz-Transistoren

Heute ...

Rapid Single-Flux-Quantum (RSFQ) devices

Ultrafast Josephson junction circuitry

proposed by Likharev, Mukhanov, Semenov (then @ Moscow State U.)

bits coded by single flux quanta

picosecond pulses for switching

estimated LSI clock frequency > 100 GHz

i.e. > 300 times > than fastest complex semiconductor circuits

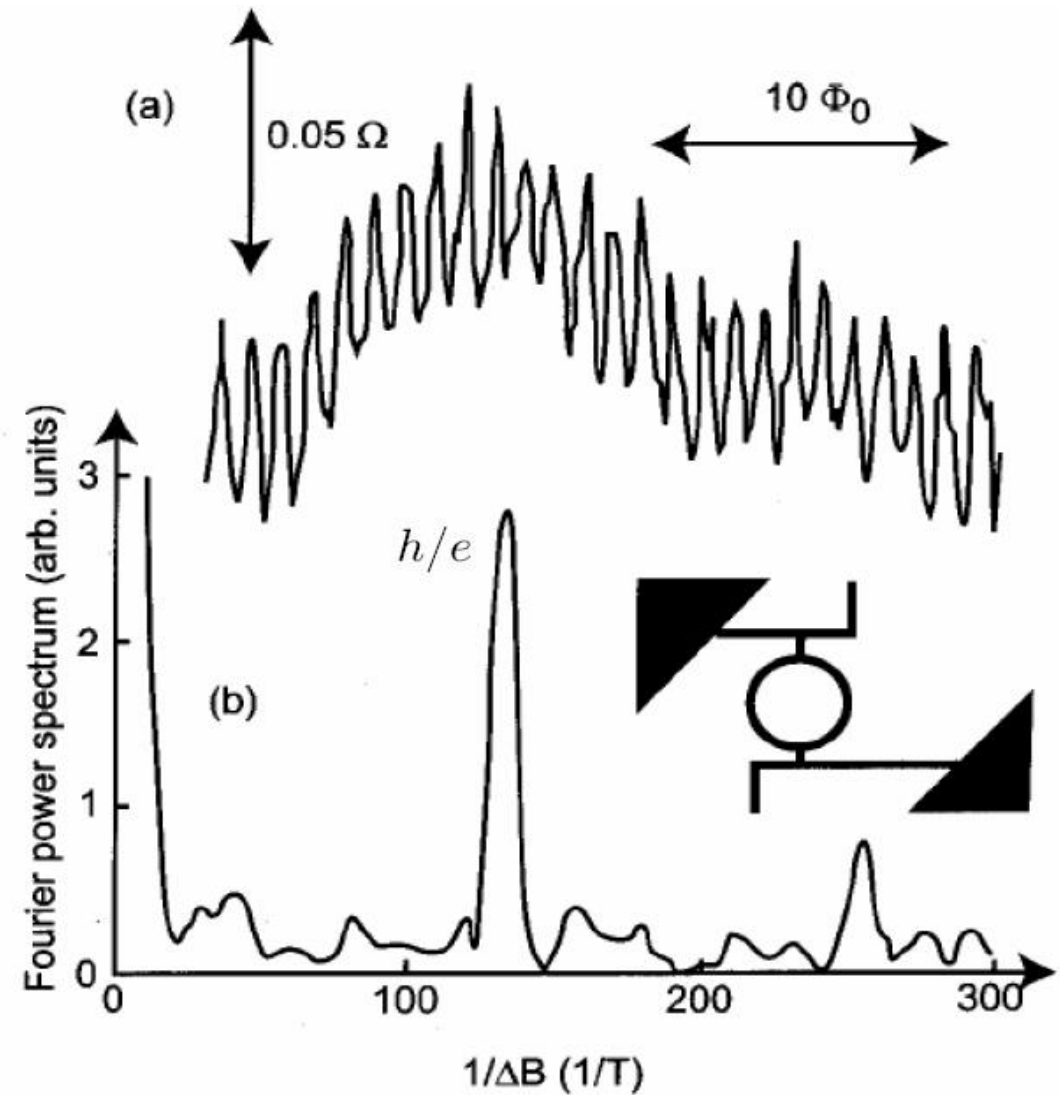
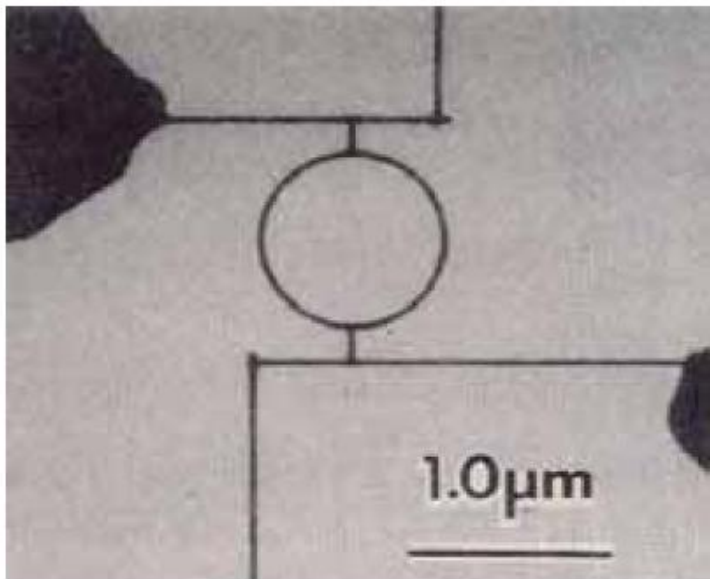
Problem: kalt. egal für

- Petaflops
- schnelle AD-Wandler (Radar)

Aharonov-Bohm-Effekt

$$T = 2T_0 \left[1 + \cos \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} + \phi \right) \right]$$

kleiner Gold-Ring



Weak Localization

