Noch etwas EM:

Brechungsindex

$\varepsilon = n^2$, also $\varepsilon' + i\varepsilon'' = (n' + i\kappa)^2$

Extinktionskoeff.

$\Rightarrow \quad \varepsilon' = n'^2 - \kappa^2 \qquad \varepsilon'' = 2n'\kappa$

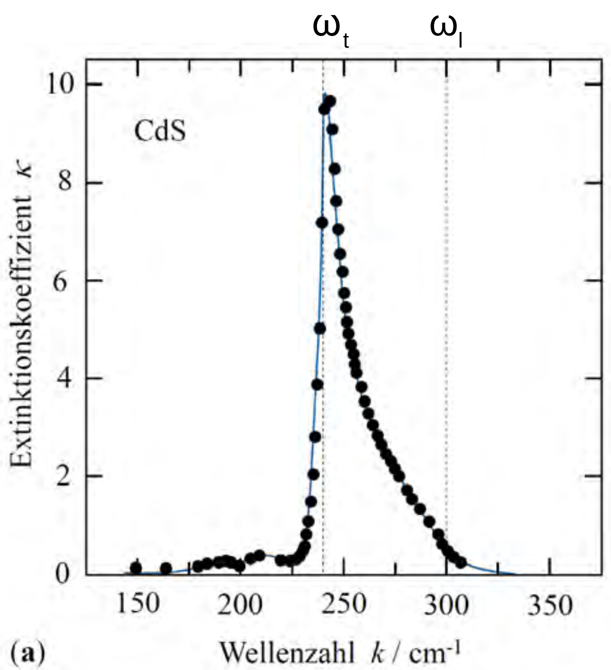
Messungen von n', κ sind in Resonanznähe schwierig

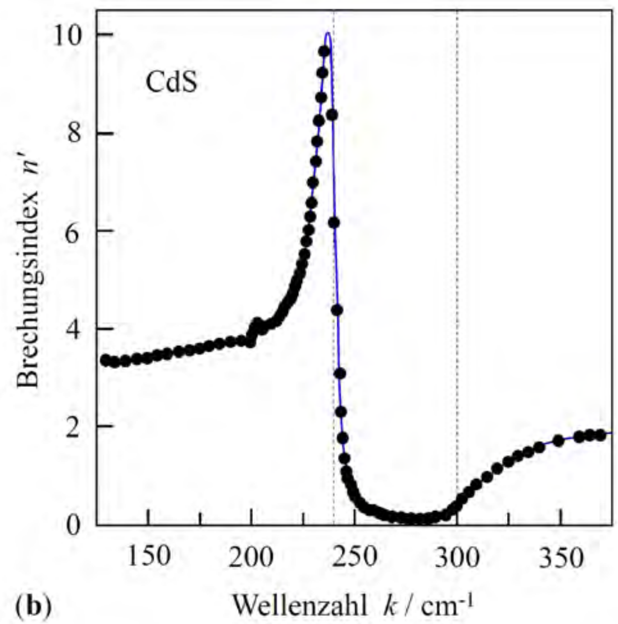
„Trick": Reflektivität messen, z.B. bei $\perp$-Einfall.

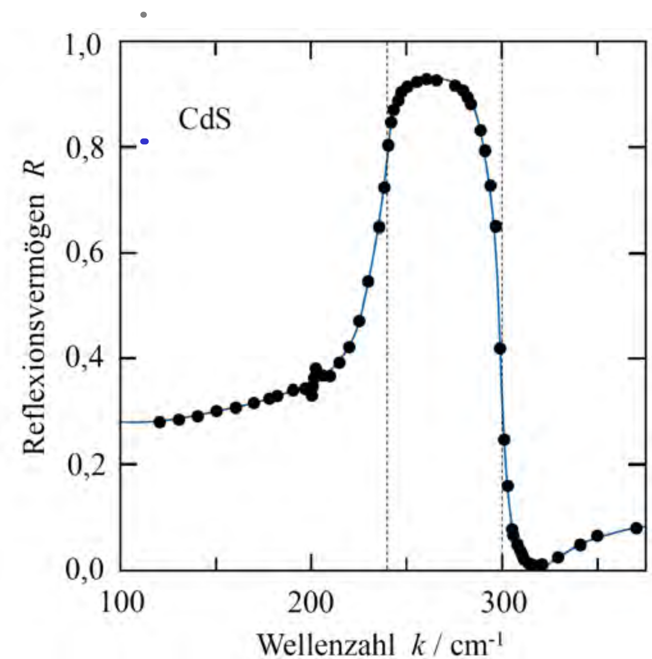
$$R = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\sqrt{\varepsilon} + 1} \right|^2 = \frac{(n'-1)^2 + \kappa^2}{(n'+1)^2 + \kappa^2}$$

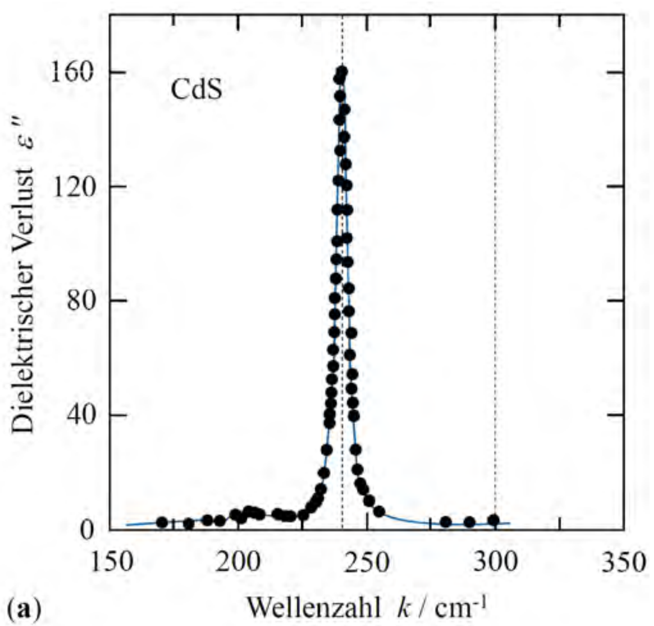
(und Kramers-Kronig nutzen, die ε' & ε'' bzw. n' & κ verbinden)

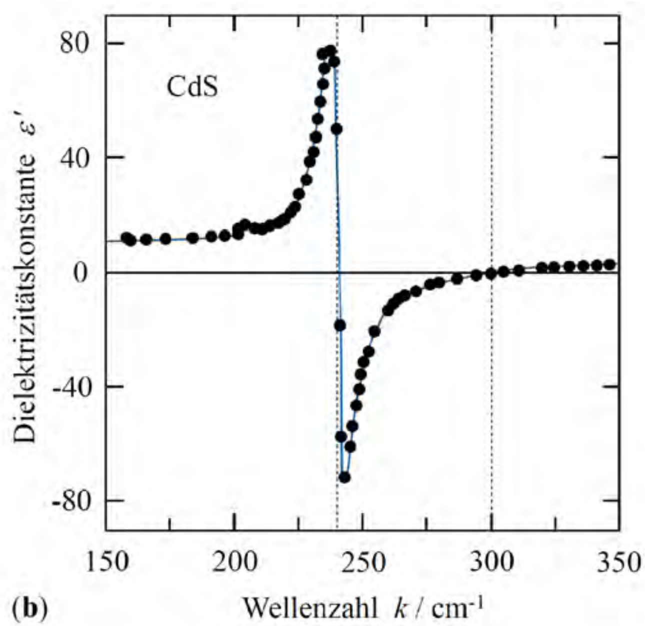
CdS: **ε**‘, **ε**‘‘, n, **κ**, Reflektivität











Hunklinger 13.10/1

Gestrichelt: ω_t & ω_l

Orientierungspolarisation

Ausrichtung perm. Dipole in ext. Feld: $E_{pot} = -\vec{p}\,\vec{E}_{ext}$

dem entgegen wirken $k_B T$ & Kristallfeld

Ohne Kristallfeld: $\langle \cos^2\vartheta \rangle \rightarrow \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \chi_{Dip} = \frac{C}{T} \quad \text{mit } C = n\, p_{dip}^2 \frac{1}{3\varepsilon_0 k_B}$$

Mit K.-Feld, z.B. 2 Vorzugsrichtungen

≙ Spin-$\frac{1}{2}$-System

$$P_{Dip} = n\, p_{dip} \tanh\left(\frac{p_{dip} E}{k_B T}\right)$$

lin. Näherung bei gr. T: $\chi_{Dip} = \frac{C}{T}$; $C = n\, p_{dip}^2 \frac{1}{\varepsilon_0 k_B}$

Frequenzabhängigkeit $\chi_{dip}(\omega)$

$E = E_0 e^{-i\omega t}$

$$\frac{dP_{Dip}}{dt} = \frac{P_{Dip}(0)\, e^{-i\omega t} - P_{Dip}(\omega)}{\tau}$$

← tatsächl. Antwort bei ω

stat. Orientierungspol.; wäre $\tau = 0$ hieße Antwort $P(0)e^{-i\omega t}$

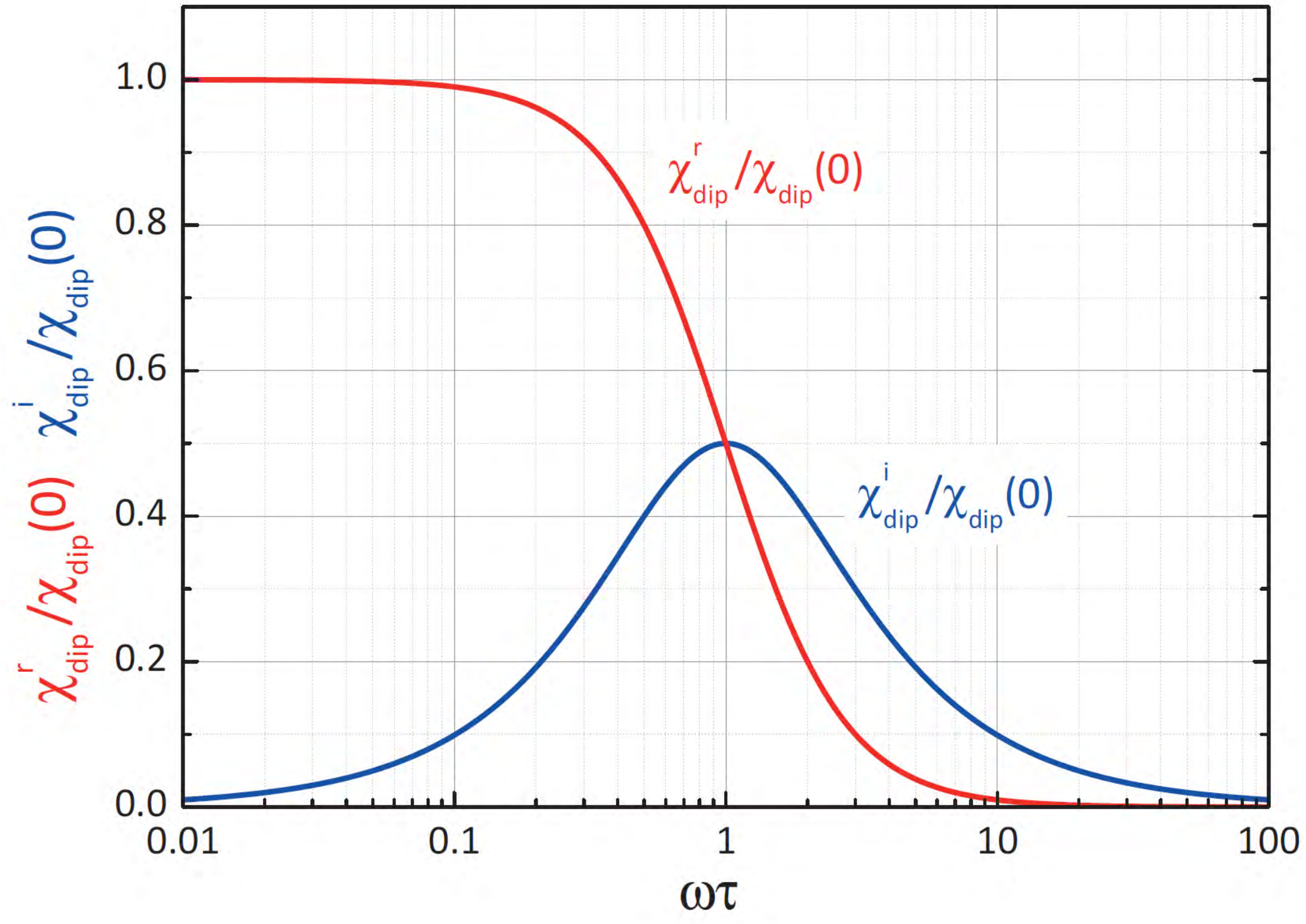
(Pulsanregung bei $t=0$ ⤳ $1 - e^{-t/\tau}$ -Verlauf)

Lsgsansatz: $P_{Dip}(\omega) = \left(\chi^{Re}_{Dip}(\omega) + i\chi^{Im}_{Dip}(\omega)\right)\varepsilon_0 E_0 e^{-i\omega t}$

$$\chi^{Re}_{Dip} = \frac{1}{1+\omega^2\tau^2}\chi_{Dip}(0) \qquad \chi^{Im}_{Dip} = \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}\chi_{Dip}(0)$$

Elektrische Suszeptibilität durch Orientierungspolarisation

Real- und Imaginärteil (Groß-Marx)



Abschätzung der Relaxationszeit

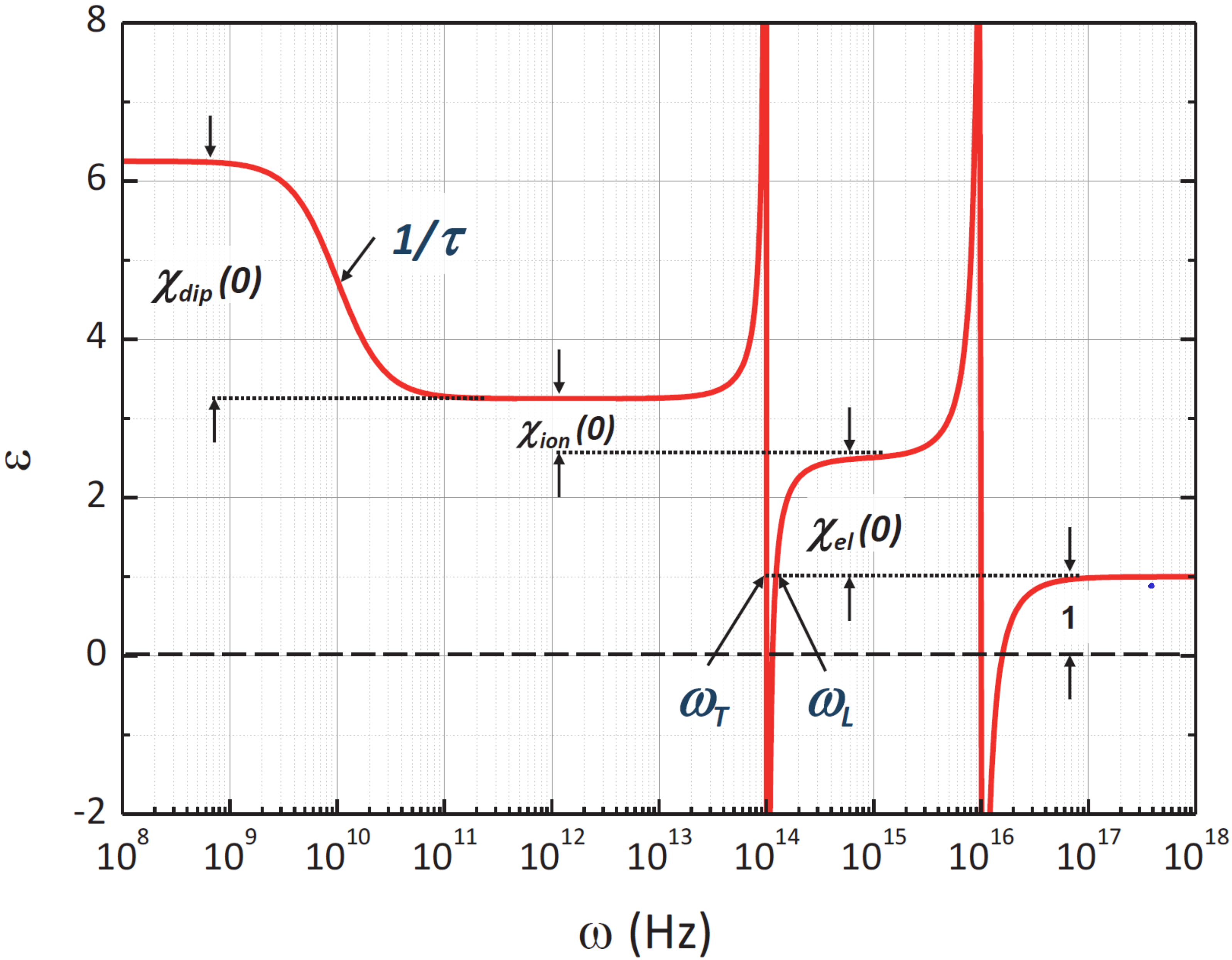
Rate $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} \exp\left(-\frac{E_A}{k_B T}\right)$ $\approx 300\,\text{meV}$

$f_{\text{Debye}} \approx 10^{14} \frac{1}{s}$ $\Rightarrow \frac{1}{\tau} \approx 10^{9}\, s^{-1}$

übliche Werte $\frac{1}{\tau} \approx 10^{8} \dots 10^{10}\, s^{-1}$

Dielektrischen Funktion eines paralektrischen Ionenkristalls (Groß-Marx)

$1/\tau = 10^{10}$ Hz, $\omega_T = 10^{14}$ Hz, $\omega_L = 1.5\times10^{14}$ Hz, $\omega_{ik} = 10^{16}$ Hz, $\chi_{dip}(0) = 3$ $\varepsilon_{stat} = 1.5$



Ferroelektrizität: analog zu FM, oberhalb Tc parelektrisch

Pyroelektrizität: spontane Polarisation meist durch Oberflächenladungen kompensiert. Desorbieren bei Hitze

Mechanismen:

(1) Verschiebung zweier Untergitter gegeneinander $BaTiO_3$ (z.B.)

(2) Ordnungs-Unordnungsübergang

z.B. KH_2PO_4 : H^+ statist. verteilt bei $T > T_c$, darunter zw. den PO_4^--Ionen

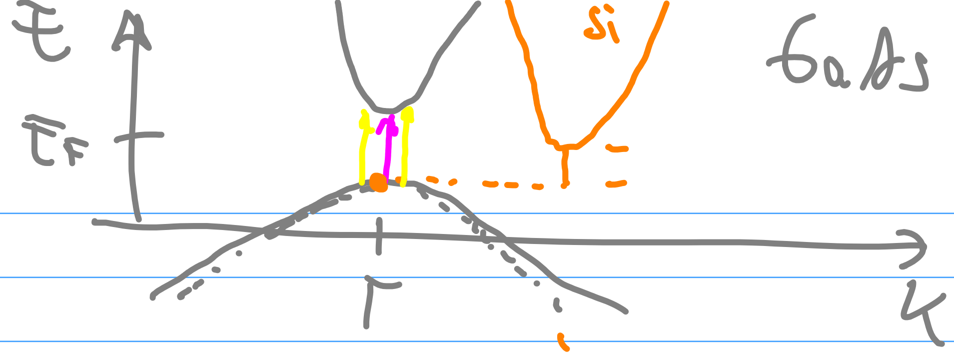
Polarisationskatastrophe

Clausius-Mosotti: $\varepsilon = \dfrac{1 + \frac{2}{3}\sum n_i \alpha_i}{1 - \frac{1}{3}\sum n_i \alpha_i}$ i = Ionensorten

Nenner gg Null, falls α_i, n_i groß

Idee: lokales Feld reduziert Rückstellkraft bei Auslenkung

Interbandübergänge



Erinnere HL!

direkt, indirekt ; $k_{Photon} \approx 0$ ⤳ senkrecht

⇒ hohe Übergangswahrscheinlichkeit, wenn Bänder parallel

⇒ kombinierte joint Zustandsdichte relevant

$$D_{if}(\hbar\omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\hbar\omega = E_f - E_i} dS_{\hbar\omega} \frac{1}{\left|\vec{\nabla}_{\vec{k}}\left(E_f(\vec{k}) - E_i(\vec{k})\right)\right|}$$

(und Übergangsmatrixelemente)

Exzitonen

Interbandübergang erzeugt e & h ; gebundene Zustände
↳ besonders bei Bandextrema Exzitonen

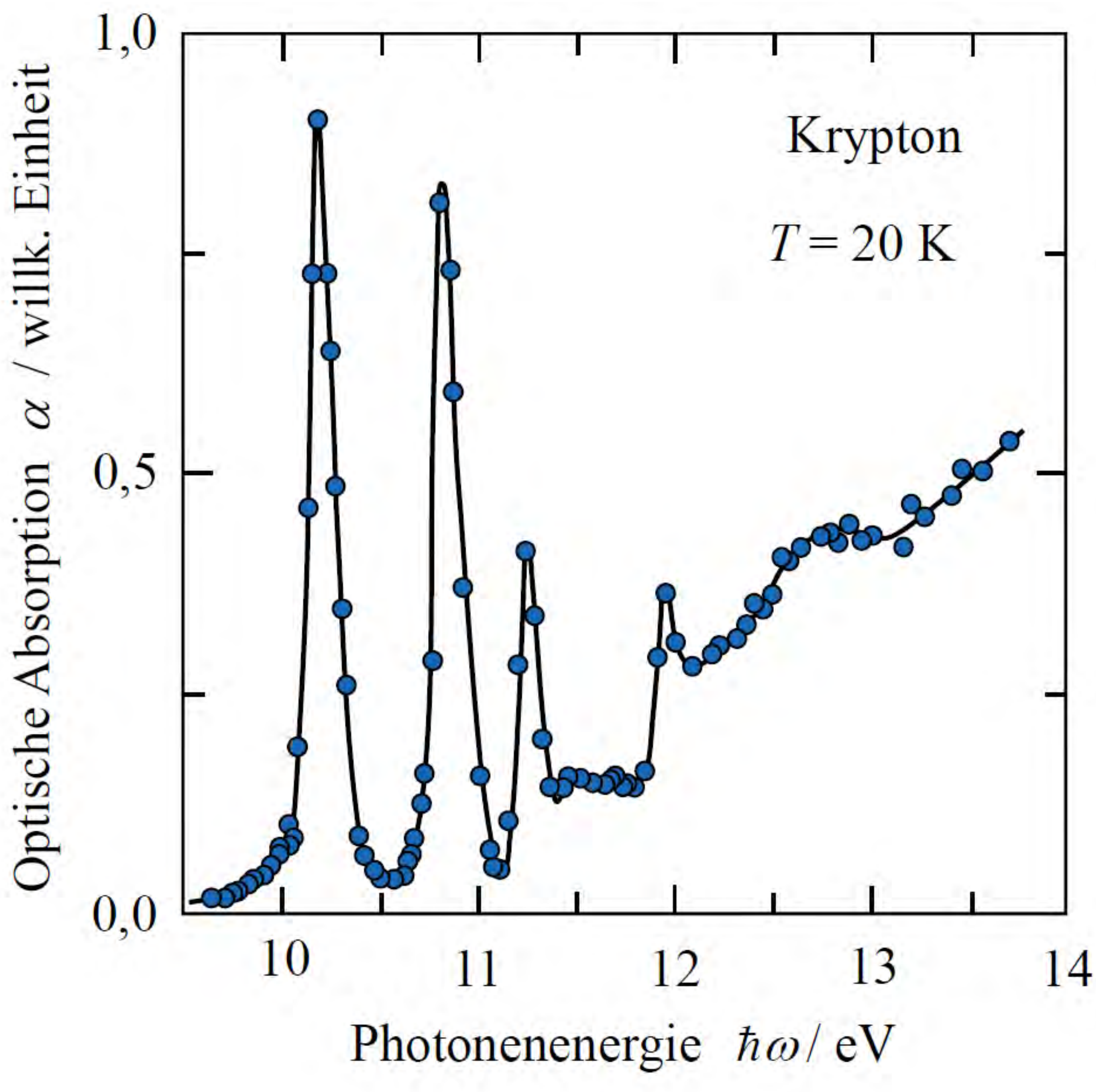
Exzitonen diffundieren herum

Stark gebundene z.B. in Molekül-, Ionen-, Edelgaskristallen
$E \sim 1\,eV$ Frenkel-Exzitonen

Schwach gebundene z.B. in HL
$E \sim 10\,meV$ Mott-Wannier-E.

Energien in H-Modell:

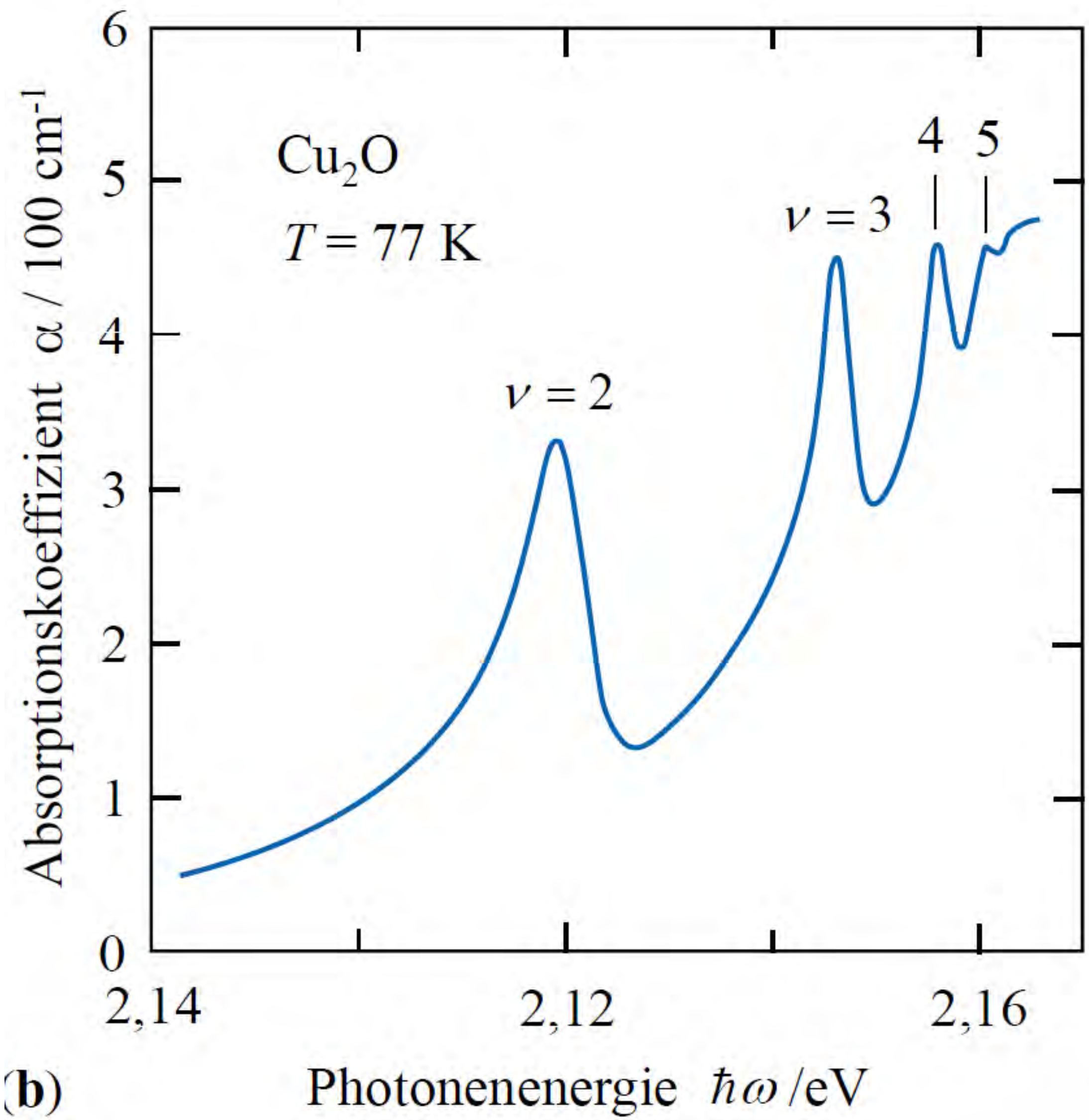
$$E_\nu = E_g - \frac{\mu^* e^4}{32\pi^2\hbar^2 \varepsilon_r^2 \varepsilon_0^2} \frac{1}{\nu^2} + \underbrace{\frac{\hbar^2 k^2}{2(m_n^* + m_p^*)}}_{\text{Translation}} \quad ; \; {\mu^*}^{-1} = {m_n^*}^{-1} + {m_p^*}^{-1}$$



Frenkel Exzitonen

Absorption von Kr

Hunklinger Bild 13.23: Absorptionsspektrum von festem Kr. Nach G. Baldini, Phys. Rev. 128, 1562 (1962)



Mott-Wannier Exzitonen

Absorption von Cu_2O

Hunklinger Bild 13.24: Optische Absorption von Cu_2O bei 77K als Funktion der eingestrahlten Photonenenergie. Der Fundamentalabsorption ist eine Reihe von Exzitonenlinien vorgelagert. Nach P.W. Baumeister, Phys. Rev. 121, 359 (1961).

Dielektrische Fkt. eines FEG

EM Welle mit $q \approx 0$ ergibt Bewegungsgl. für e^-:

$$m^* \ddot{x} + m^* \frac{1}{\tau} \dot{x} = -e E_0 \exp(-i\omega t)$$

keine Rückstellkraft, aber Dämpfung ($\hat{=}$ Stöße)

Lösung: $x(t) = \frac{e}{m^*} \frac{1}{\omega} \frac{1}{\omega + i/\tau} E_0 \exp(-i\omega t)$

damit verbundene Polarisation:

$$P_L(t) = -e n_v x(t)$$ (Dichte Valenzelektronen)

Beitrag zur Suszeptibilität:

$$\chi_L(\omega) = \frac{P_L}{\varepsilon_0 E} = -\frac{e^2 n_v}{\varepsilon_0 m^*} \frac{1}{\omega} \frac{1}{\omega + i/\tau}$$

Rümpfe

auch andere e^- sind an ε beteiligt:

$$\varepsilon = 1 + \chi_{el} + \chi_L = \varepsilon_{el} + \chi_L$$

(ε_{el} z.B. im Groß-Marx)

$$\Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{el}\left[1 - \frac{1}{\varepsilon_{el}}\frac{e^2 n_V}{\varepsilon_0 m^*}\frac{1}{\omega}\frac{1}{\omega + i/\tau}\right]$$

mit Def.

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n_V}{\varepsilon_0 \varepsilon_{el} m^*}} = \sqrt{\frac{\sigma(0)}{\varepsilon_0 \varepsilon_{el} \tau}}$$

$$\sigma = n\frac{e^2}{m^*}\tau$$

folgt:

$$\varepsilon = \varepsilon_{el}(\omega)\left[1 - (\omega_p \tau)^2 \frac{1 - i/\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}\right]$$

ω_p: Metalle UV

HL z.B 10^{13} Hz

- $\omega \ll 1/\tau \ll \omega_p$: $Re(\varepsilon) < 0$: stark reflektierend

mit Rechnerei ($\to$ Gross) $R \approx 1 - 2\sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \omega}{\sigma(0)}}$

Hagen-Rubens-Relation

Eindringtiefe $\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma(0)\mu_0 \omega}}$ skin depth

- $1/\tau \ll \omega \ll \omega_p$: Relaxationsbereich, $(\omega\tau)^2$ wird dominierend

$$\Rightarrow Re(\varepsilon) = \varepsilon_{el}\left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\right]$$

$$Im(\varepsilon) = \varepsilon_{el}\left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{1}{\omega\tau}\right]$$

$\Rightarrow \ldots \Rightarrow$ Absorption $\sim \frac{1}{\omega}$ und $\sim \sigma(0)$

- $\omega_p \ll \omega$: $\varepsilon > 0$ Reflektivität $\to 0$ bei $\omega \nearrow$

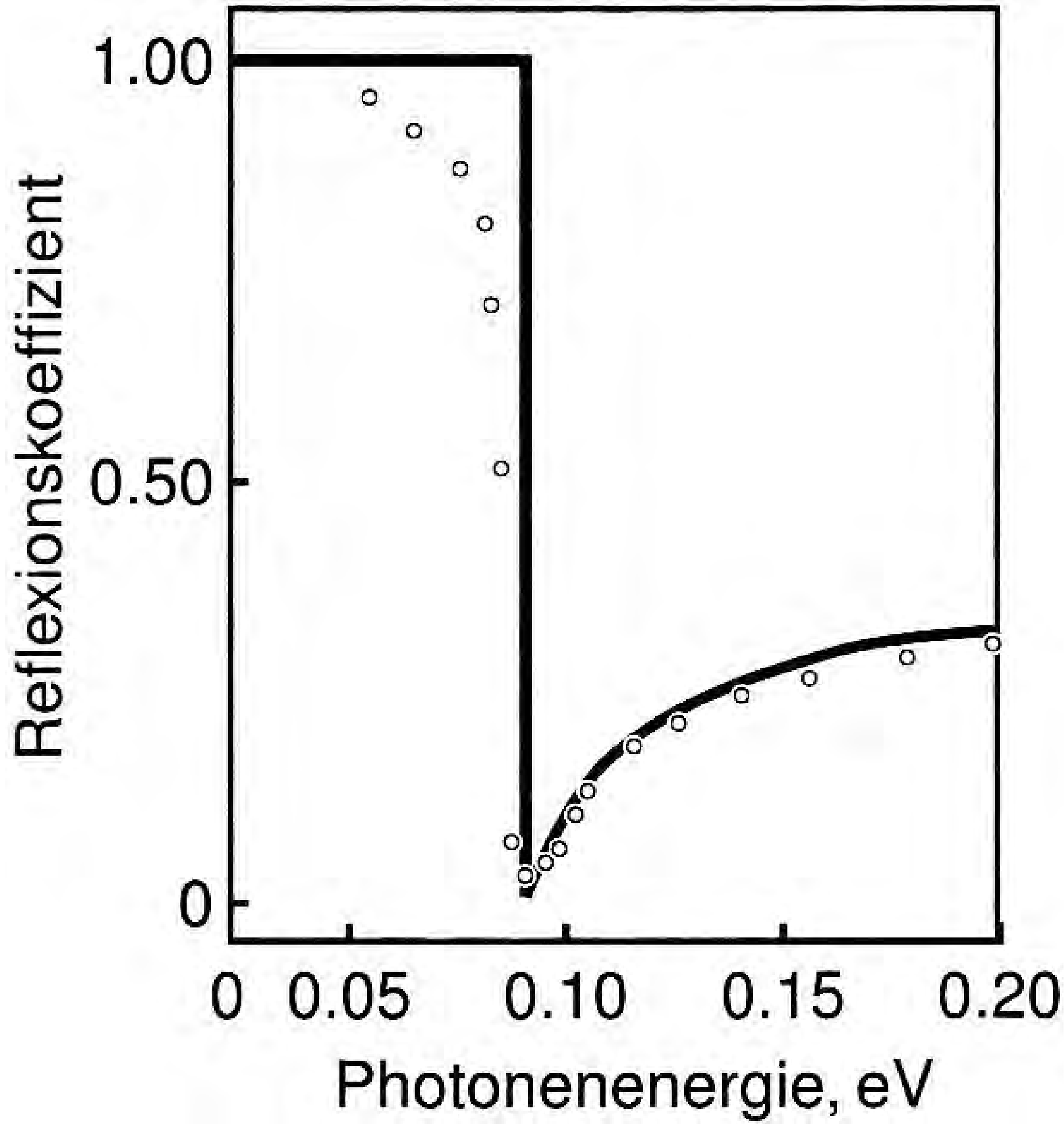
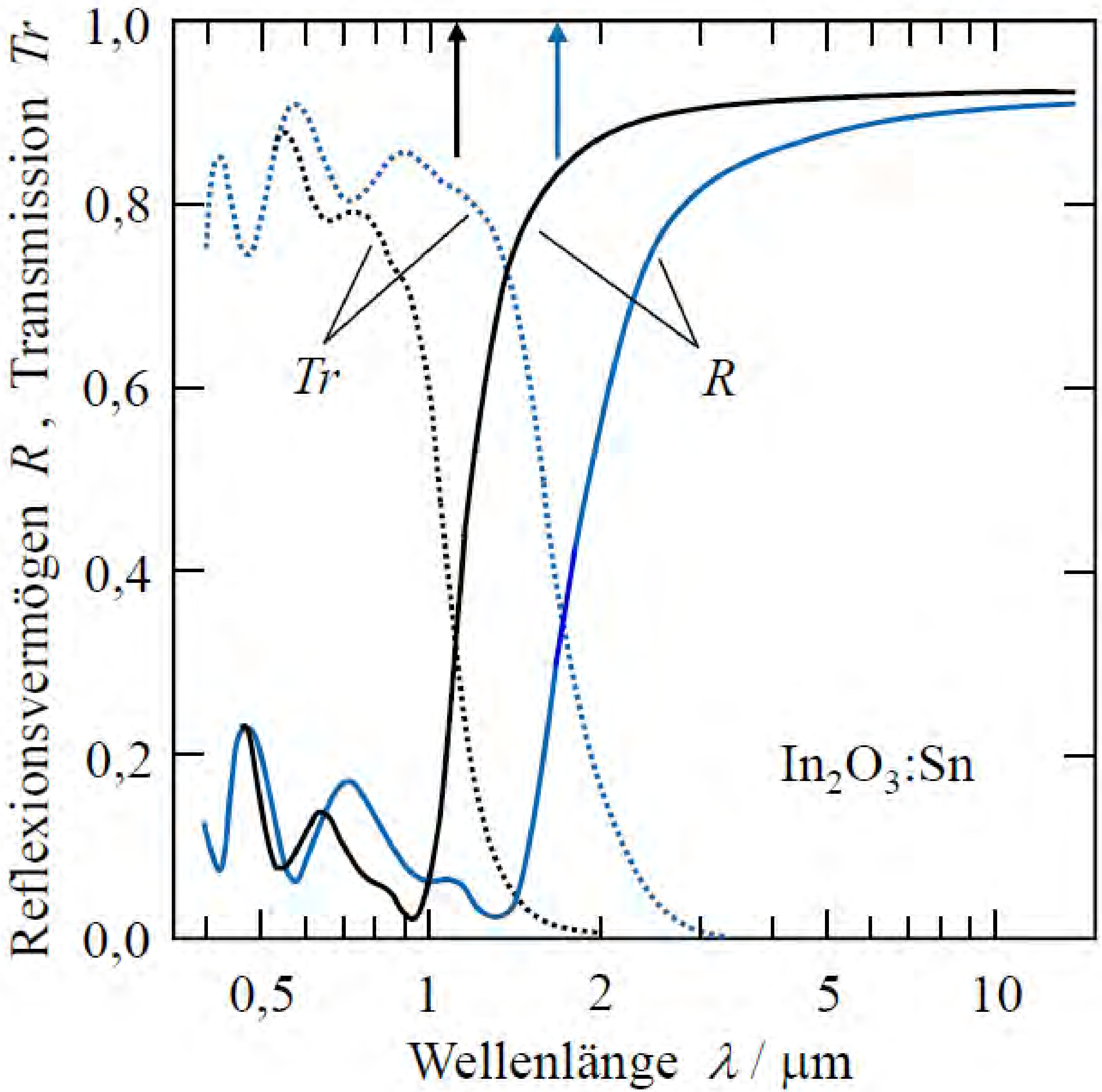


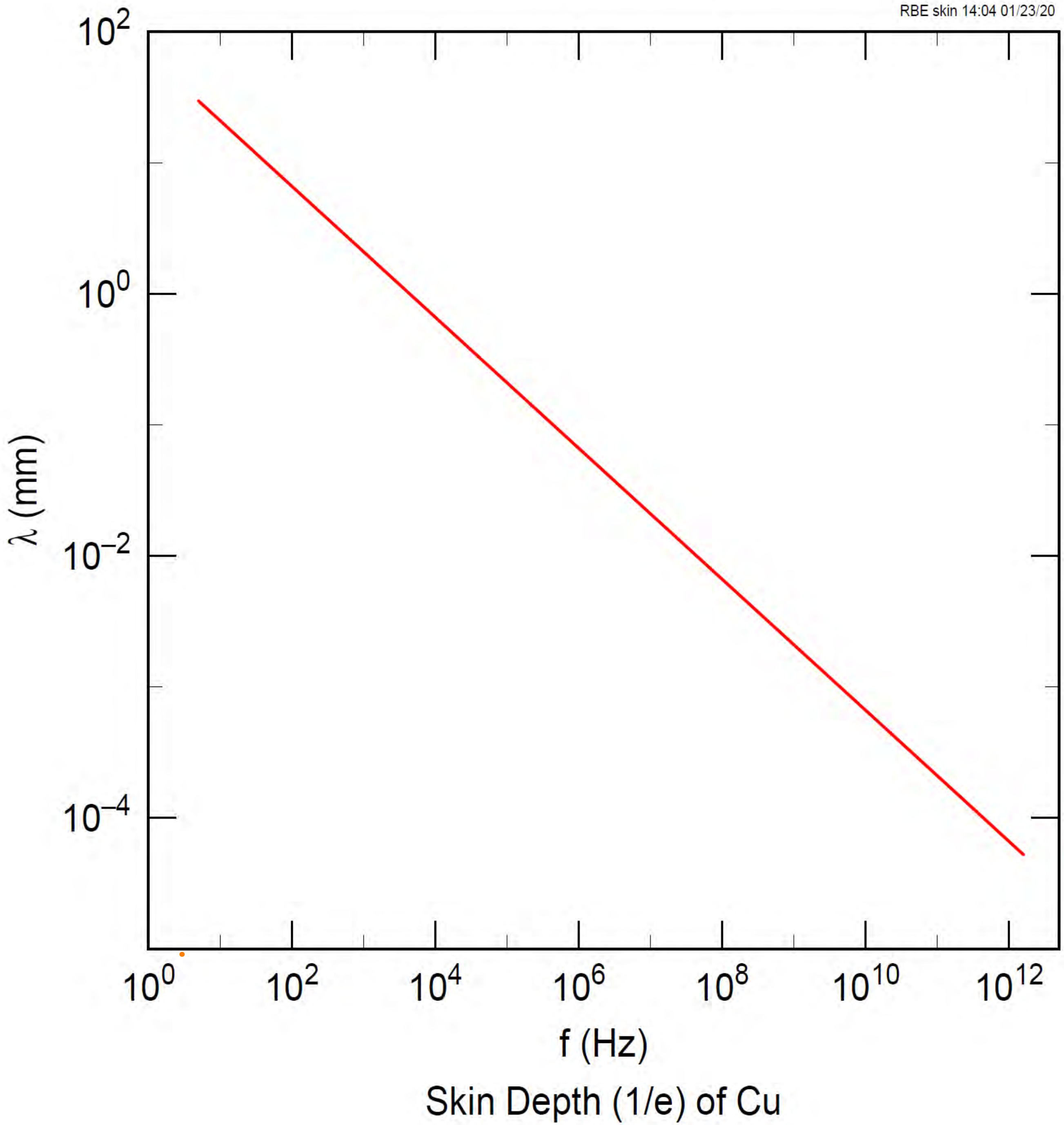
Bild 14.3: Reflexionskoeffizient von Indiumantimonid mit einer Elektronenkonzentration von $n = 4 \cdot 10^{18}\ \mathrm{cm}^{-3}$. (Nach J.N. Hodgson)



Reduktion von Strahlungswärme-verlusten in Fenstern, Lampen

Transparente Elektrode, zB LCD

Hunklinger Bild 13.28: Transmission (Tr) und Reflexion (R) zweier 0,3 mm dicken In_2O_3-Schichten (ITO) mit unterschiedlicher Sn-Dotierung. Pfeile kennzeichnen die Plasmawellenlängen. Wellen durch Dünn-schichtinterferenzen verursacht. Nach G. Frank et al., Phys. Bl. 34, 106 (1978)



Skindepth of Cu

Transversale Plasmaschwingung

Plasmon-Polariton

Kopplung mit Photon ändert Dispersion $\varepsilon(\omega)$

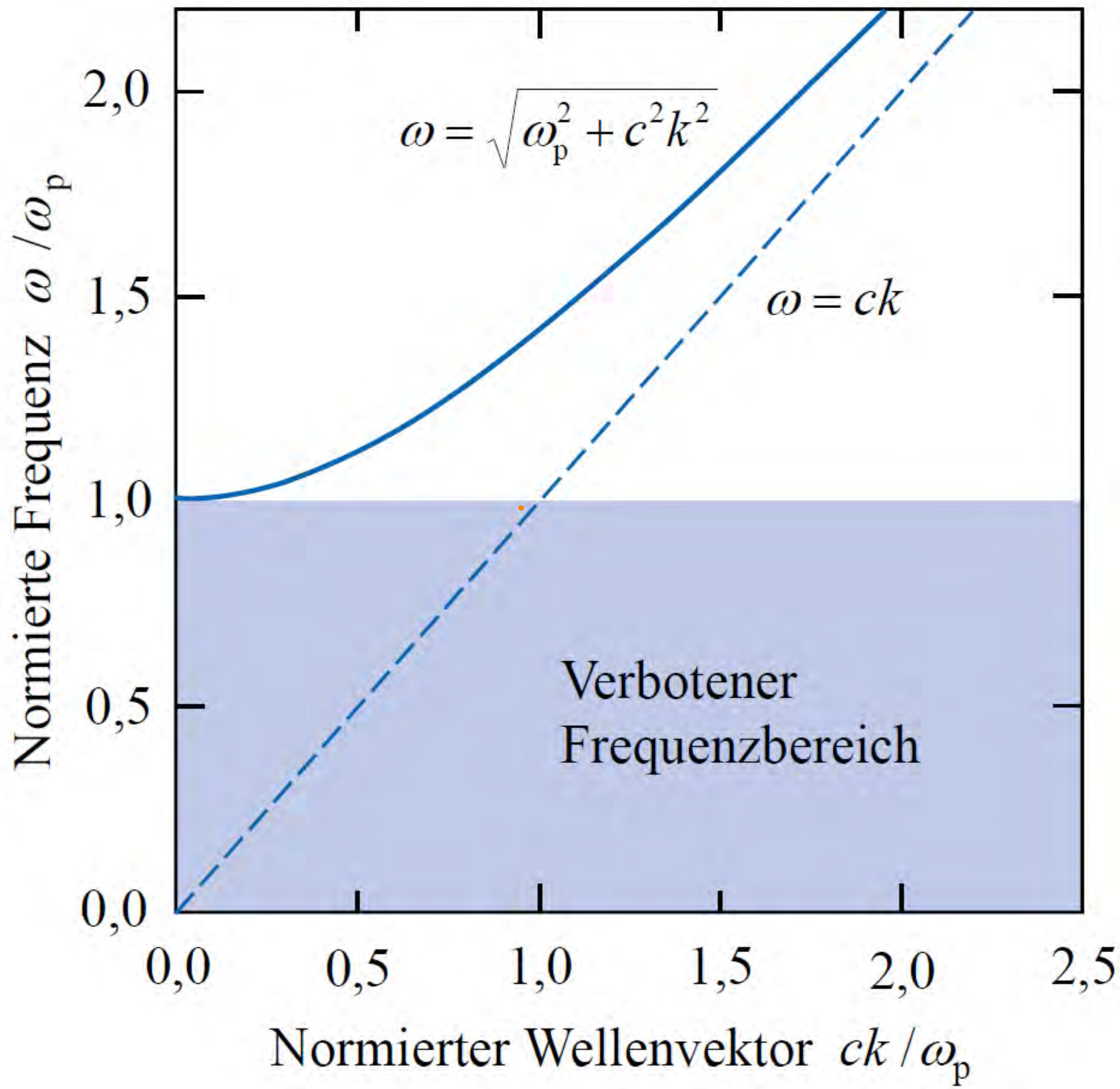
Mit $\mathrm{Re}(\varepsilon) = \varepsilon_{el}\left(1 + \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\right)$ und $\frac{\omega}{q} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$ $\Rightarrow q^2 = \varepsilon\left(\frac{\omega}{c}\right)^2$

Metall   Licht

$$\Rightarrow q^2 = \varepsilon_{el}\left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\right]\left(\frac{\omega}{c}\right)^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \omega_p^2 + \frac{1}{\varepsilon_{el}}(cq)^2$$

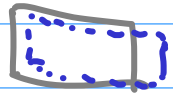
Plasmon-Polaritonen



Hunklinger Bild 13.25: Dispersion von Plasmon-Polaritonen im freien Elektronengas für ε_{oo}= 1. Unterhalb der Plasmafrequenz liegt ein verbotener Frequenzbereich, in dem sich elektromagnetische Wellen nicht ausbreiten.

Longitudinale Schwingung

Plasmon

FKI  $\ddot{u} + \omega_p^2 u = 0$

$$\omega_p^2 = \frac{n e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty m^*}$$

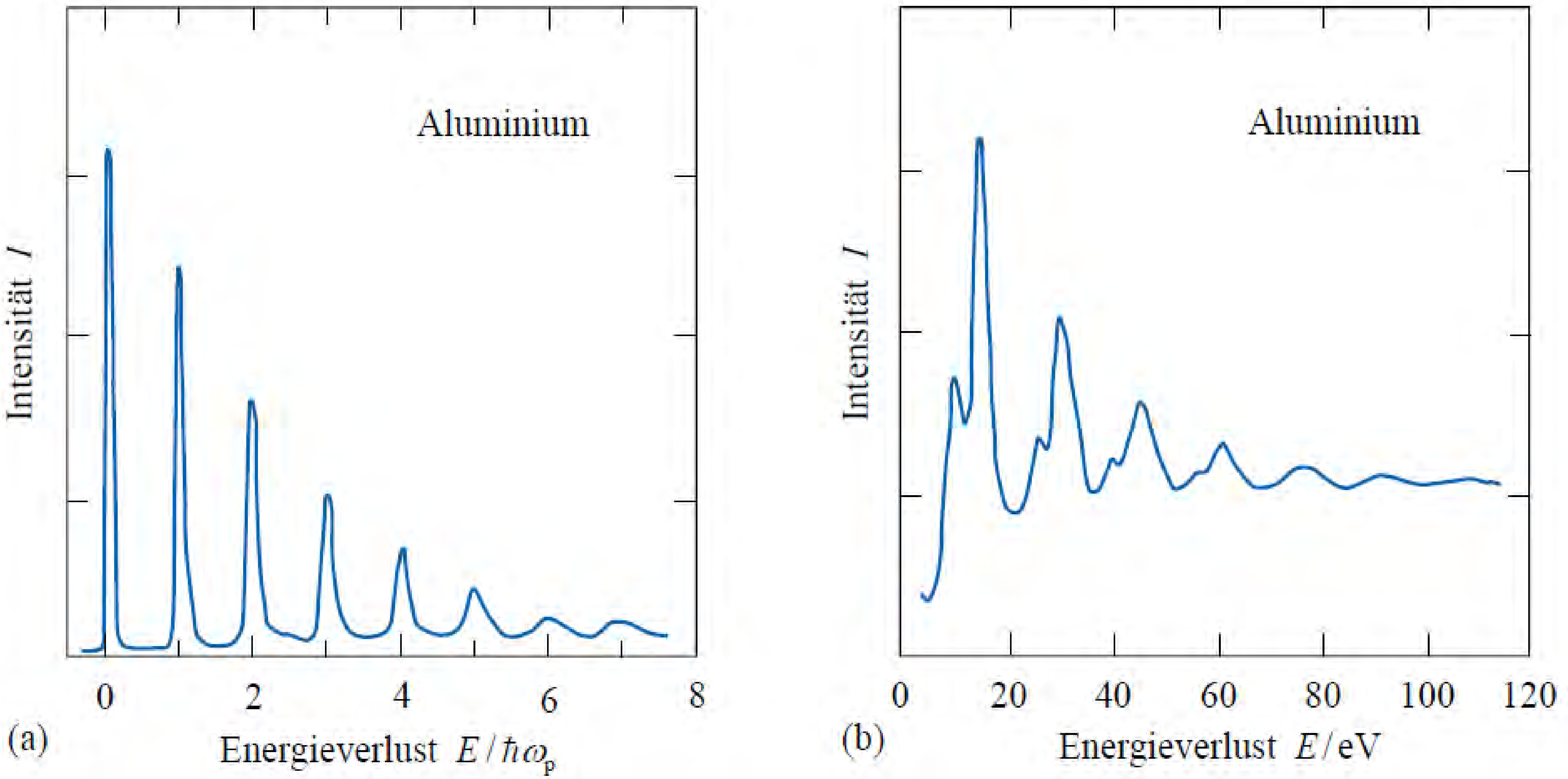
↑ gebundene e^-

Das war der Fall $k = 0 \mathrel{\hat{=}} \lambda \to \infty$

Falls $k \neq 0 \Rightarrow n(x)$ moduliert $\Rightarrow$ höhere Rückstellkraft

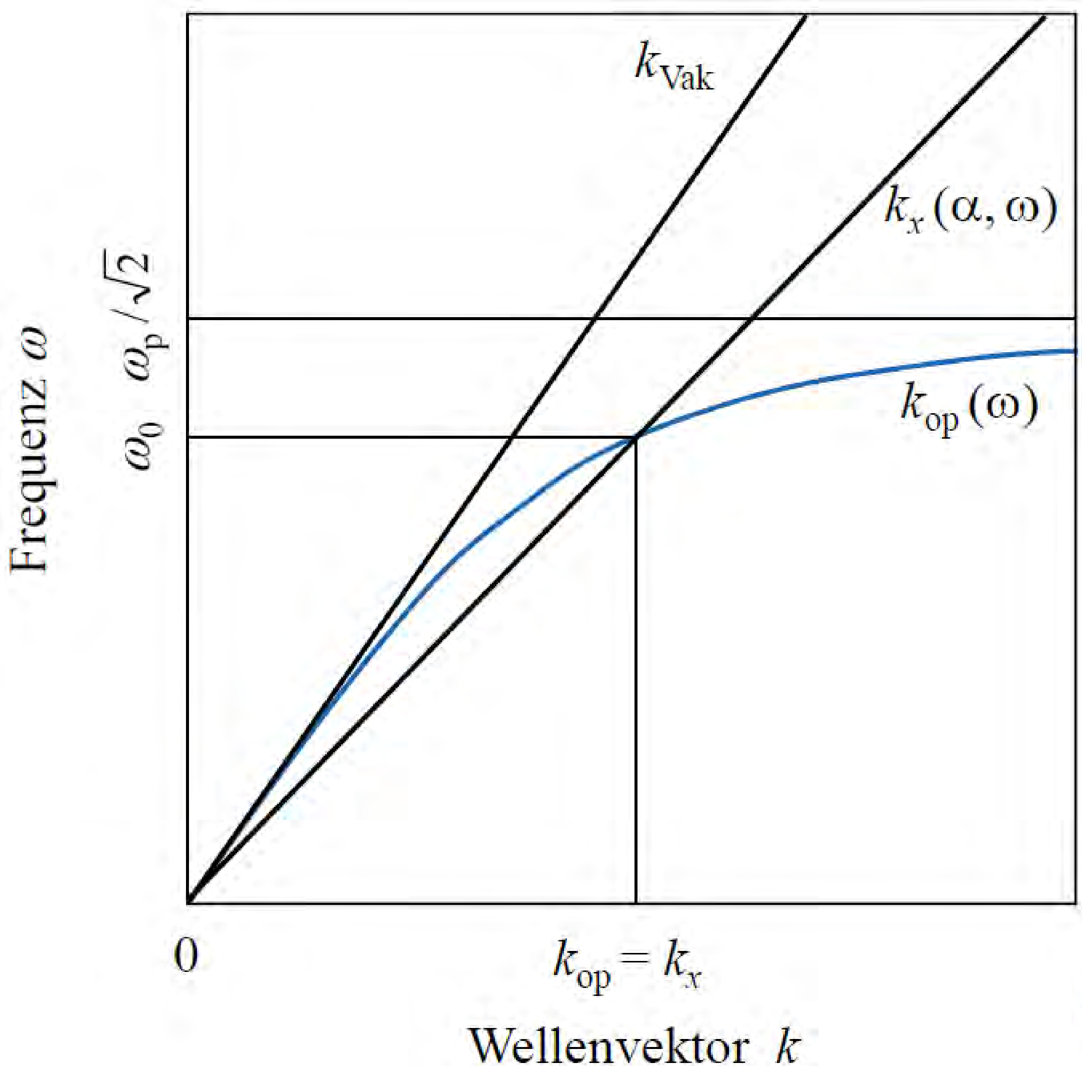
$$\omega = \omega_p \left(1 + 0{,}3 \, \frac{v_F}{\omega_p^2} k^2 + \dots \right)$$

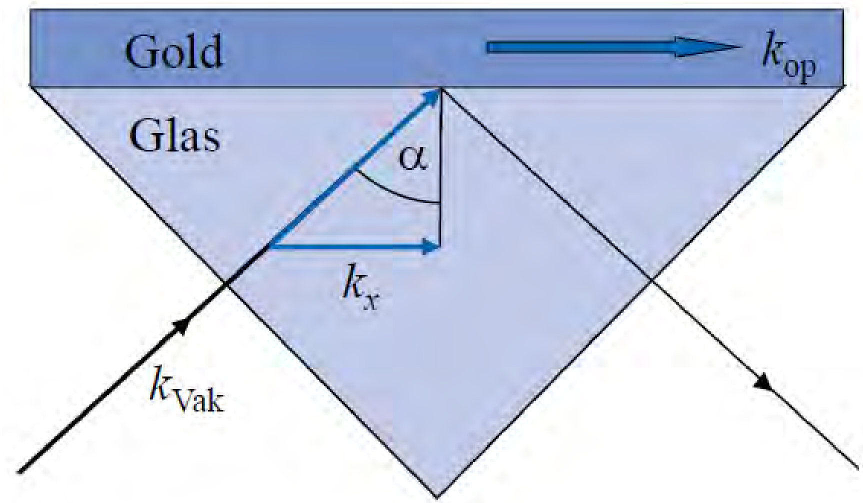
Volumen- und Oberflächenplasmonen



Hunklinger Bild 13.30: Energieverlust energiereicher Elektronen beim Durchgang durch dünne Aluminiumfolien. a) 20 keV-Elektronen. ω_p = 15,3 eV. Nach L. Marton et al., Phys. Rev. 126, 182 (1962) b) 2 keV-Elektronen. Nach C.J. Powell und J.B. Swan, Phys. Rev. 115, 869 (1959)

Oberflächenplasmonen

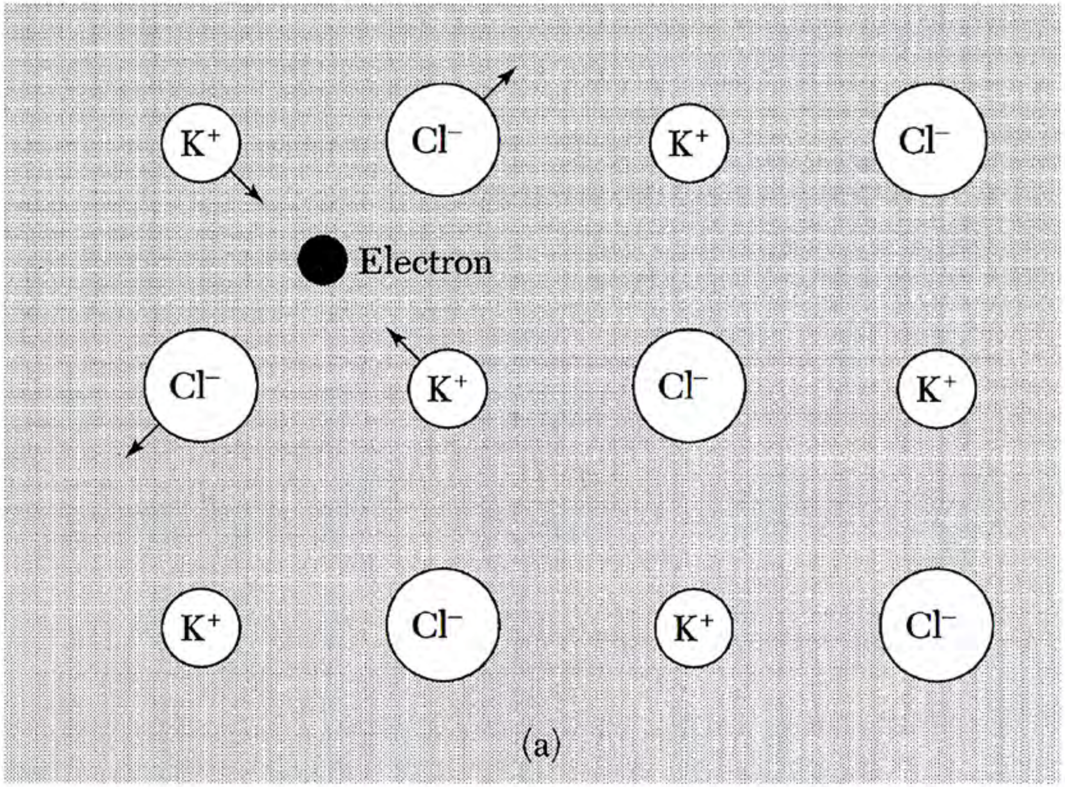


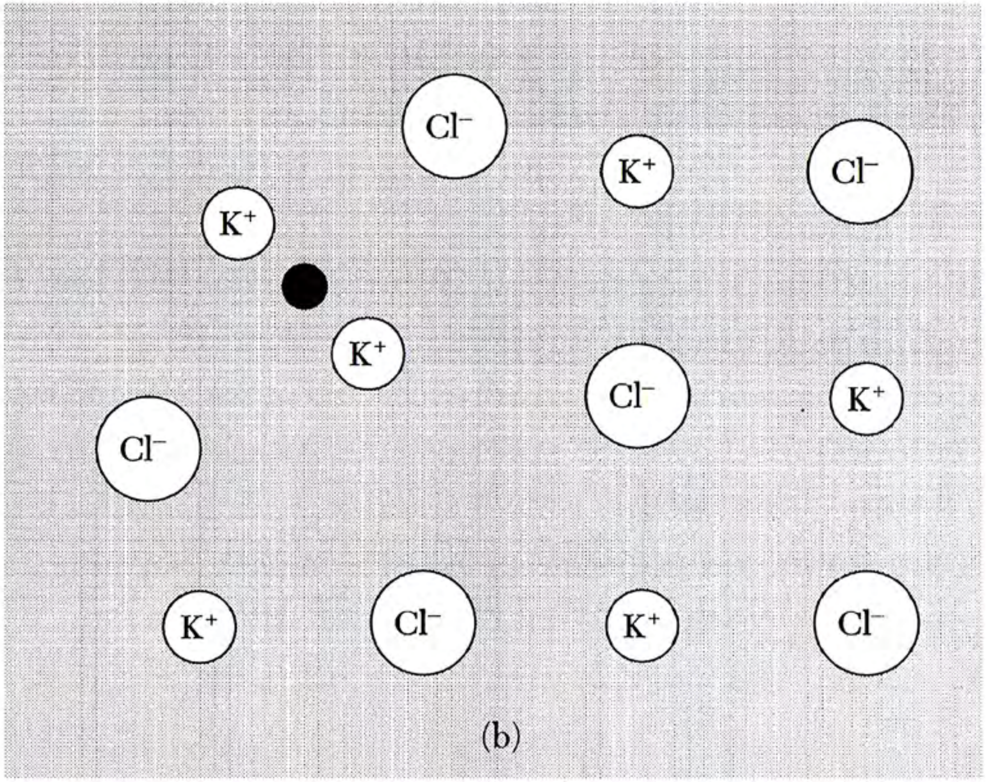


$$k_x(\alpha,\omega) = n(\omega/c)\sin\alpha = k_{\mathrm{op}}(\omega_0)$$

Hunklinger Bild 13.31: Links: Dispersion. Rechts Kretschmann-Geometrie zum Nachweis von Oberflächen-plasmonen. Durch die Anregung von Oberflächenplasmonen (dicker Pfeil) wird dem einfallenden Licht sehr effektiv Energie entzogen. Nach V. Temnov und U. Woggon, Physik Journal 9, 45 (2010)

Formation of a polaron





(a) A conduction electron is shown in a rigid lattice of an ionic crystal, KCl. (Kittel Fig. 14.19)

The forces on the ions adjacent to the electron are shown.

(b) The electron is shown in an elastic or deformable lattice.

The electron plus the associated strain field is called a polaron.

The displacement of the ions increases the effective inertia and, hence, the effective mass of the electron;

in KCl the mass is increased by a factor of 2.5 with respect to the band theory mass in a rigid lattice.

In extreme situations, often with holes, the particle can become selftrapped (localized) in the lattice.

In covalent crystals polaron deformations are small because the forces on the atoms from the electron are weaker than in ionic crystals.

Beispiel für...
e-Phonon-WW

SL, R(T)

Polaronen

Kombination von e^- und Verzerrungsfeld

zB KCl: m_e ca. ×2,5 erhöht bzgl. starren Gitter

extreme Form: Lokalisierung "self trapping"

Statische Abschirmung

Störladung → e^- verteilen sich neu → Feld abgesch.

Poissongl. $\quad -\vec{\nabla}^2 \phi = \rho / \varepsilon_0$

$$\rho = -e\left(n(\vec{r}) - n_0\right) = -e\,\delta n(\vec{r})$$

ohne Störpotential: $\underset{T=0}{\mu} = E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n_0\right)^{2/3}$

schwaches Störpotential

$$\delta n(\vec{r}) = -D(E_F)\, e\, \phi(\vec{r})$$

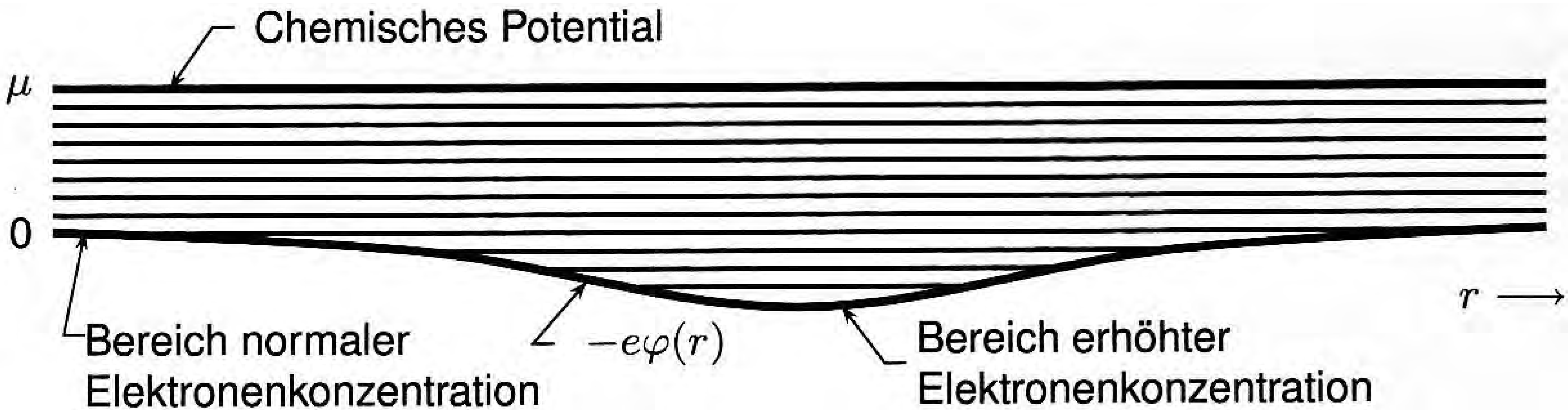


Bild 14.9: Im thermischen und im Diffusionsgleichgewicht ist das chemische Potential konstant. Damit es konstant bleibt, erhöhen wir dort, wo die potentielle Energie klein ist, die Elektronenkonzentration; dort, wo das Potential groß ist, erniedrigen wir sie.

- $$\nabla^2 \phi = -\frac{1}{\varepsilon_0} e\, \delta n = \frac{1}{\varepsilon_0} e^2 D(E_F)\, \phi(\vec{r})$$

$$D(E_F) = \frac{3}{2} \frac{n_0}{E_F}$$

$$\Rightarrow \underline{\nabla^2 \phi = \frac{1}{\lambda^2} \phi} \;; \quad \frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{e^2}{\varepsilon_0} \frac{n_0}{E_F}} = \sqrt{\frac{e^2}{\varepsilon_0} D(E_F)}$$

In Kugelkoordinaten: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r}$

$$\Rightarrow \boxed{\phi(r) = \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right) \frac{q}{r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}$$

λ: Thomas-Fermi-Abschirmlänge

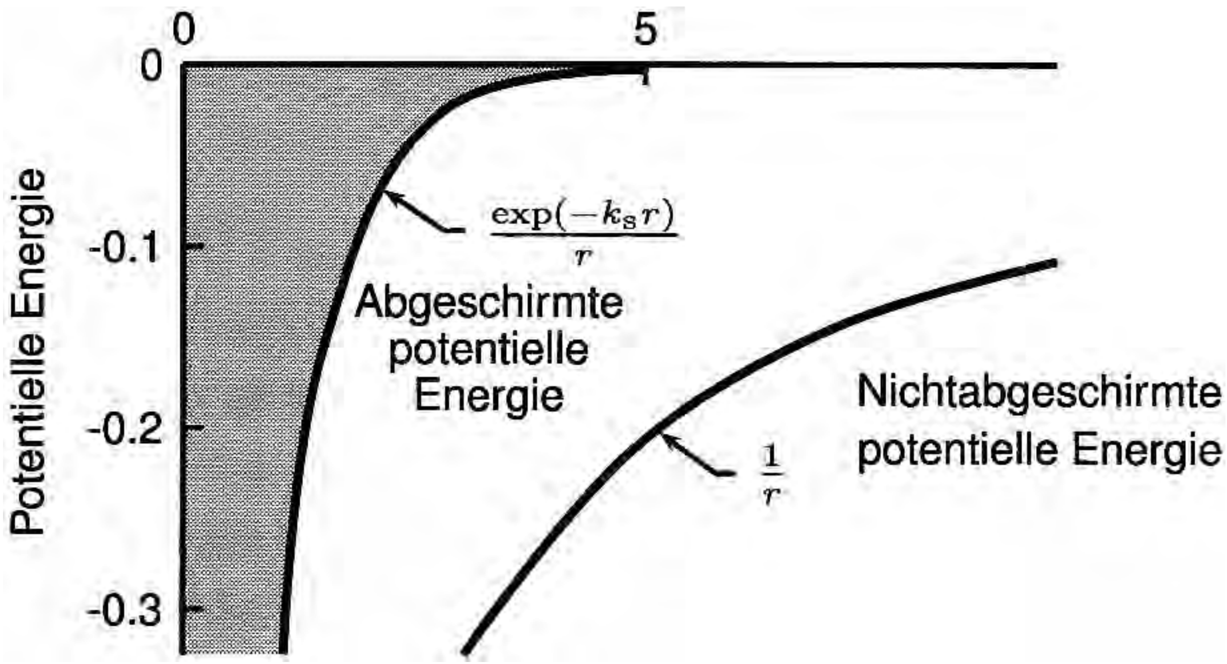


Bild 14.10a: Vergleich des abgeschirmten mit dem nicht abgeschirmten Potential einer positiven Einheitsladung. Die Abschirmlänge k_s^{-1} wurde gleich Eins gesetzt. Für die statische Abschirmwechselwirkung wurde die Thomas-Fermi-Näherung benutzt, die für $K \ll k_F$ gilt. Umfangreiche Rechnungen, in denen alle Wellenvektoren mitgenommen werden, führen zu räumlichen Oszillationen in $2k_F r$, den so genannten **Friedel-Oszillationen**. Sie sind in QTS, Seite 114, dargestellt.

Screening vs Electron density