Spin-Bahn-Wechselwirkung

Ruhesystem des e^-: Kern $\hat{=}$ Kreisstrom

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \qquad I = Ze\frac{v}{2\pi r} \qquad r \approx \frac{a_0}{Z}$$

$$v \approx Z\alpha c \qquad \alpha \approx 1/137$$

$$\Longrightarrow B \approx 12{,}5\,T \cdot Z^4$$

Abschätzung für Ü-Metalle:

	ℓ	$2(2\ell+1)$
3d	2	10 e^-
4f	3	14 e^-

Diese e^- "sehen" abgeschirmten Kern:

z.B. 3d:

$$Z_{eff} \approx Z - (Z - 10) = 10$$

$$\Rightarrow B \approx 10^5\,T$$

$$E_{SO} = - m B$$

$$= - \mu_0 \mu_B^2 \frac{1}{2\pi a_0^3} Z^4$$

$$= - \frac{e^2}{2a_0 4\pi\varepsilon_0} Z^2 \cdot \alpha^2 Z^2$$

Grob Fein

zB H-Atom: $n=1$ 13,6eV

$n=2$ $\frac{1}{4} \cdot 13,6eV$ $\alpha^2 Z^2 \approx 10^{-4}$

Grob Fein

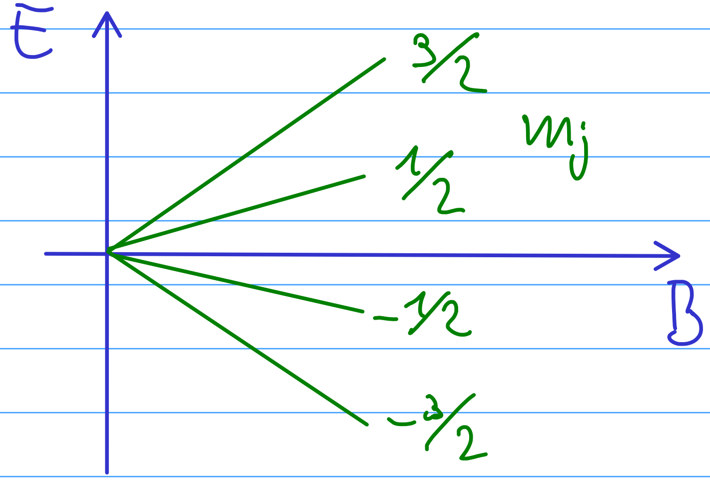
klein, aber wichtig, weil es s über l ans Gitter bindet

Einschub: LS nach Rev Mod Phys

Zeeman-Aufspaltung

$$\mu_{m_J} = -m_J \, g_J \, \mu_B$$

$$\Rightarrow E_{m_j}(B) = E_0 + \mu_{m_j} g_{m_j} \mu_B B$$



Hundsche Regeln

empirische Regeln, die Effekte von Coulombenergie, Antisymmetrie von Ψ und LS-Kopplung wiedergeben

1. S maximal — S groß ⇝ Spinwellenfkt sym. ⇝ Ortswellenfkt. antisym. ⇝ e^- meiden sich
2. L maximal — $L \nearrow$ ⇝ Abstand vom Kern $\nearrow$ ⇝ Abstand von anderen e^- $\nearrow$
3. J min bei $<$ halbvoll, max bei $>$ halbvoll — maximiert LS-Kopplung

Für magnet. Eigenschaften besonders wichtig:

$3d$, $4d$, $5d$ l=2

$4f$, $5f$ l=3

GROUND STATES OF IONS WITH PARTIALLY FILLED *d*- OR *f*-SHELLS, AS CONSTRUCTED FROM HUND'S RULES[a]

$^{2S+1}L_J$

***d*-shell ($l = 2$)**

n	$l_z = 2$,	1,	0,	-1,	-2	S	$L = \lvert\Sigma l_z\rvert$	J		SYMBOL
1	↓					1/2	2	3/2		$^2D_{3/2}$
2	↓	↓				1	3	2		$^3F_2$
3	↓	↓	↓			3/2	3	3/2	$J = \lvert L - S\rvert$	$^4F_{3/2}$
4	↓	↓	↓	↓		2	2	0		$^5D_0$
5	↓	↓	↓	↓	↓	5/2	0	5/2		$^6S_{5/2}$
6	⇅	↑	↑	↑	↑	2	2	4		$^5D_4$
7	⇅	⇅	↑	↑	↑	3/2	3	9/2	$J = L + S$	$^4F_{9/2}$
8	⇅	⇅	⇅	↑	↑	1	3	4		$^3F_4$
9	⇅	⇅	⇅	⇅	↑	1/2	2	5/2		$^2D_{5/2}$
10	⇅	⇅	⇅	⇅	⇅	0	0	0		$^1S_0$

***f*-shell ($l = 3$)**

n	$l_z = 3$,	2,	1,	0,	-1,	-2,	-3	S	$L = \lvert\Sigma l_z\rvert$	J		
1	↓							1/2	3	5/2		$^2F_{5/2}$
2	↓	↓						1	5	4		$^3H_4$
3	↓	↓	↓					3/2	6	9/2		$^4I_{9/2}$
4	↓	↓	↓	↓				2	6	4	$J = \lvert L - S\rvert$	$^5I_4$
5	↓	↓	↓	↓	↓			5/2	5	5/2		$^6H_{5/2}$
6	↓	↓	↓	↓	↓	↓		3	3	0		$^7F_0$
7	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	7/2	0	7/2		$^8S_{7/2}$
8	⇅	↑	↑	↑	↑	↑	↑	3	3	6		$^7F_6$
9	⇅	⇅	↑	↑	↑	↑	↑	5/2	5	15/2		$^6H_{15/2}$
10	⇅	⇅	⇅	↑	↑	↑	↑	2	6	8		$^5I_8$
11	⇅	⇅	⇅	⇅	↑	↑	↑	3/2	6	15/2	$J = L + S$	$^4I_{15/2}$
12	⇅	⇅	⇅	⇅	⇅	↑	↑	1	5	6		$^3H_6$
13	⇅	⇅	⇅	⇅	⇅	⇅	↑	1/2	3	7/2		$^2F_{7/2}$
14	⇅	⇅	⇅	⇅	⇅	⇅	⇅	0	0	0		$^1S_0$

[a] ↑ = spin $\frac{1}{2}$; ↓ = spin $-\frac{1}{2}$.

Einschub: Messmethoden

1.3 Dia- und Paramagnetismus

Diamagnet: magnetisches Momente nur in äußerem Feld

$\chi < 0$

Larmor-Diamagnetismus (atomar)

$|\chi| = 10^{-5} \dots 10^{-9}$

Landau-Diamagnetismus (freie Elektronen)

Paramagnet: magnetische Momente ohne äußeres Feld

$\chi > 0$

Langevin-Paramagnetismus (atomar)

$\chi \approx 10^{-4} \dots 10^{-6}$

Pauli-Paramagnetismus (freie Elektronen)

$\chi = \frac{M}{H} = \frac{\mu_0 M}{B}$

Paramagnetismus

- Atome mit ungerader Elektronen
- " " teilgefüllten inneren Schalen
- Leitungs e^- in Metallen

klass. Rechnung: $\vec{\mu}$ mit Winkel Θ zu $\vec{B}$

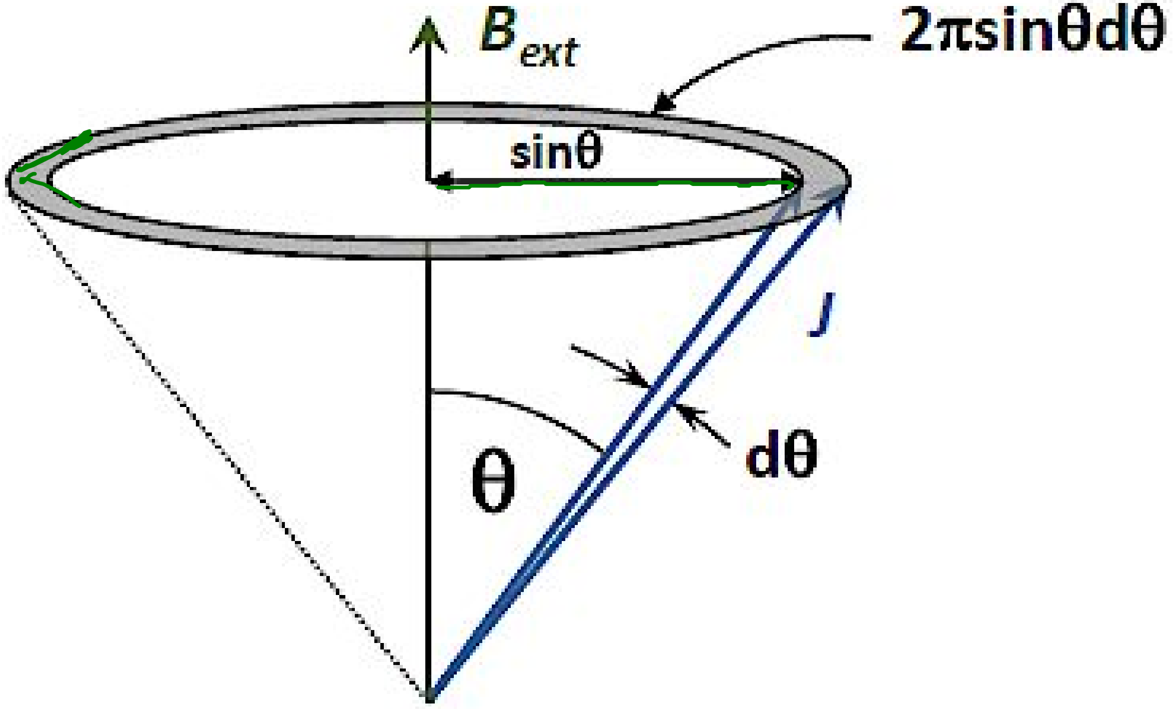
$$E_{pot}(\Theta) = -\mu B \cos\Theta$$

therm. Gleichgewicht:

$\Theta \ldots \Theta + d\Theta$: $\sim \exp\left(\frac{-E_{pot}(\Theta)}{k_B T}\right)$

$$M = \frac{N}{V}\mu \langle \cos\Theta \rangle$$

Langevin - Paramagnetismus



$$\langle \cos\Theta \rangle = \frac{\int_0^{\pi} \exp\left(\frac{\mu B \cos\Theta}{k_B T}\right) \cos\Theta \, 2\pi \sin\Theta \, d\Theta}{\int_0^{\pi} \exp\left(\frac{\mu B \cos\Theta}{k_B T}\right) 2\pi \sin\Theta \, d\Theta}$$

$$s := \cos\Theta \quad ; \quad x := \frac{\mu B}{k_B T}$$

$$\langle \cos\Theta \rangle = \frac{\int_{-1}^{1} \exp(sx)\, s \, ds}{\int_{-1}^{1} \exp(sx)\, ds} = \frac{d}{dx} \ln \int_{-1}^{1} \exp(sx)\, ds$$

$$= \frac{d}{dx} \ln\left(\left. \frac{e^{sx}}{x} \right|_{-1}^{s=1} \right) = \coth(x) - \frac{1}{x} = L(x)$$

Langevin fkt.

Bei großen T: $x \ll 1$

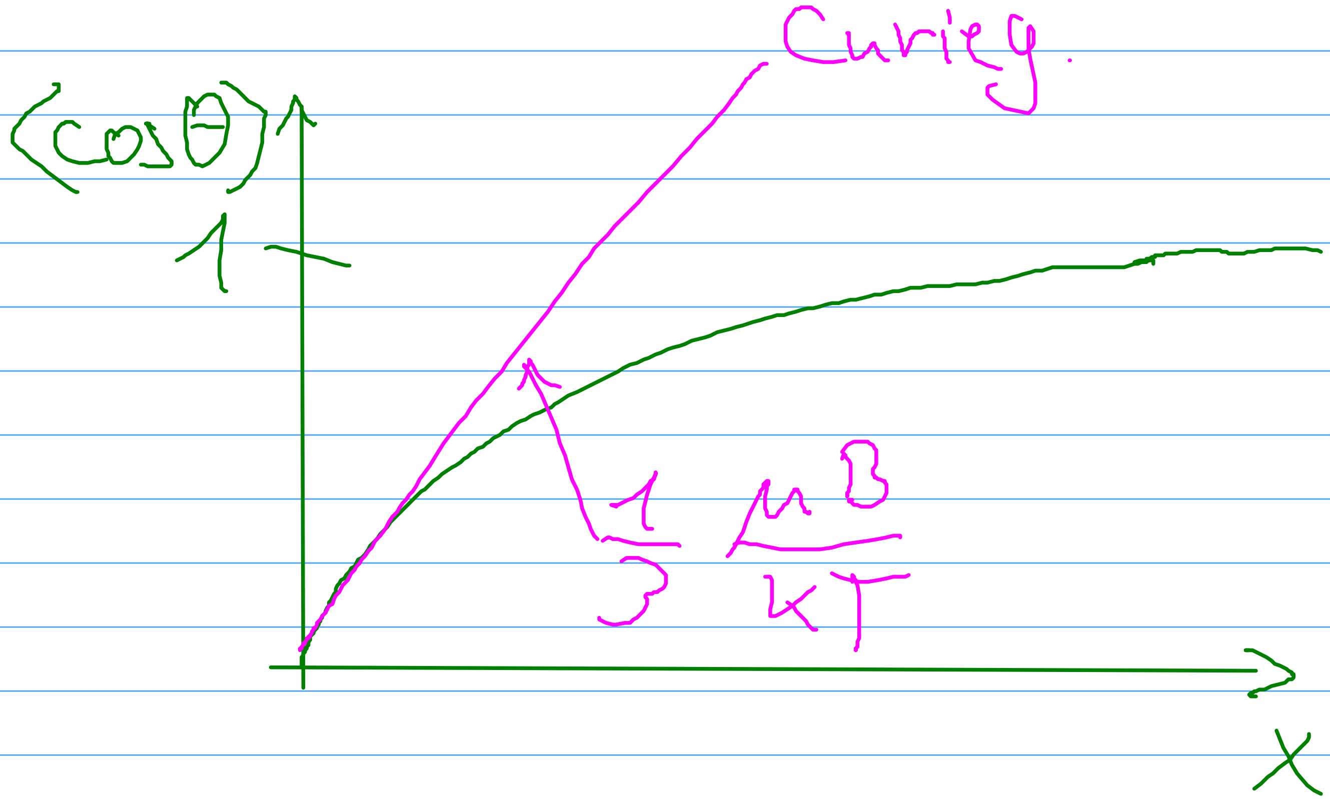
$$\coth(x) \approx \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \ldots$$

$$L(x) \approx \frac{x}{3} = \frac{\mu B}{3 k_B T}$$

$$M = \frac{N}{V} \mu L(x) = \frac{N}{V} \frac{\mu^2 B}{3 k_B T}$$

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B} = \frac{N}{V} \frac{\mu_0 \mu^2}{3 k_B T} = \frac{C}{T}$$

Curie-gesetz


⟨cos θ⟩
1
Curie
$\frac{1}{3}\frac{\mu B}{kT}$
x