

# Paramagnetismus: q.m.

weiterhin keine WW der Momente  
nur Statistik über Zeeman-  
Zustände

$$M = \frac{N}{V} \cdot \frac{\sum_{m_j = -j}^j -g_j m_j \mu_B \exp\left(\frac{-g_j m_j \mu_B B}{k_B T}\right)}{\sum_{m_j = -j}^j \exp\left(\frac{-g_j m_j \mu_B B}{k_B T}\right)}$$

Abk.  $y = -\frac{g_j \mu_B B}{k_B T}$

$$M = \frac{N}{V} \cdot g_j \mu_B \frac{\sum_{m_j} -m_j \exp(-m_j y)}{\sum_{m_j} \exp(-m_j y)}$$

$$\frac{d}{dy} \ln \underbrace{\sum_{m_j} \exp(-m_j y)}$$

$$\exp(-jy) \underbrace{\left(1 + e^y + e^{2y} + \dots + e^{2jy}\right)}_{\frac{1 - e^{(2j+1)y}}{1 - e^y}}$$

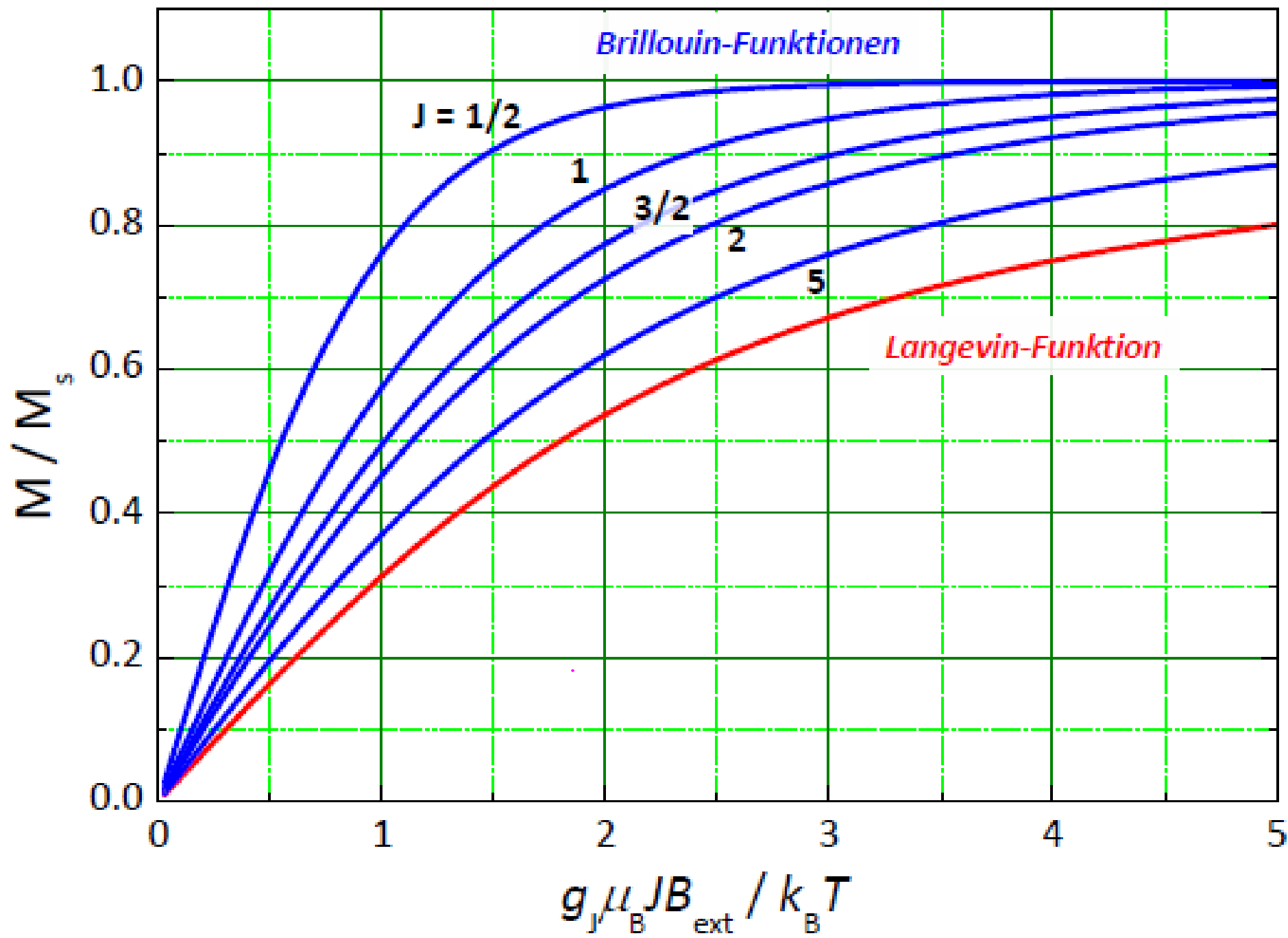
mit  $\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ :

$$M = \frac{N}{V} g_j \mu_B \frac{d}{dy} \ln \left( \frac{\sinh(y(2j+1)/2)}{\sinh(y/2)} \right)$$

$$= \frac{N}{V} g_j \mu_B j B_j(y)$$

$$B_j(y) = \frac{2j+1}{2j} \coth\left(\frac{2j+1}{2j} y\right) - \frac{1}{2j} \coth\left(\frac{y}{2j}\right)$$

Brillouin funktion



Näherung für "kleine  $B$ , große  $T$ ":  
( $k_B T \gg g_B \mu_B j B_{\text{ext}}$ )

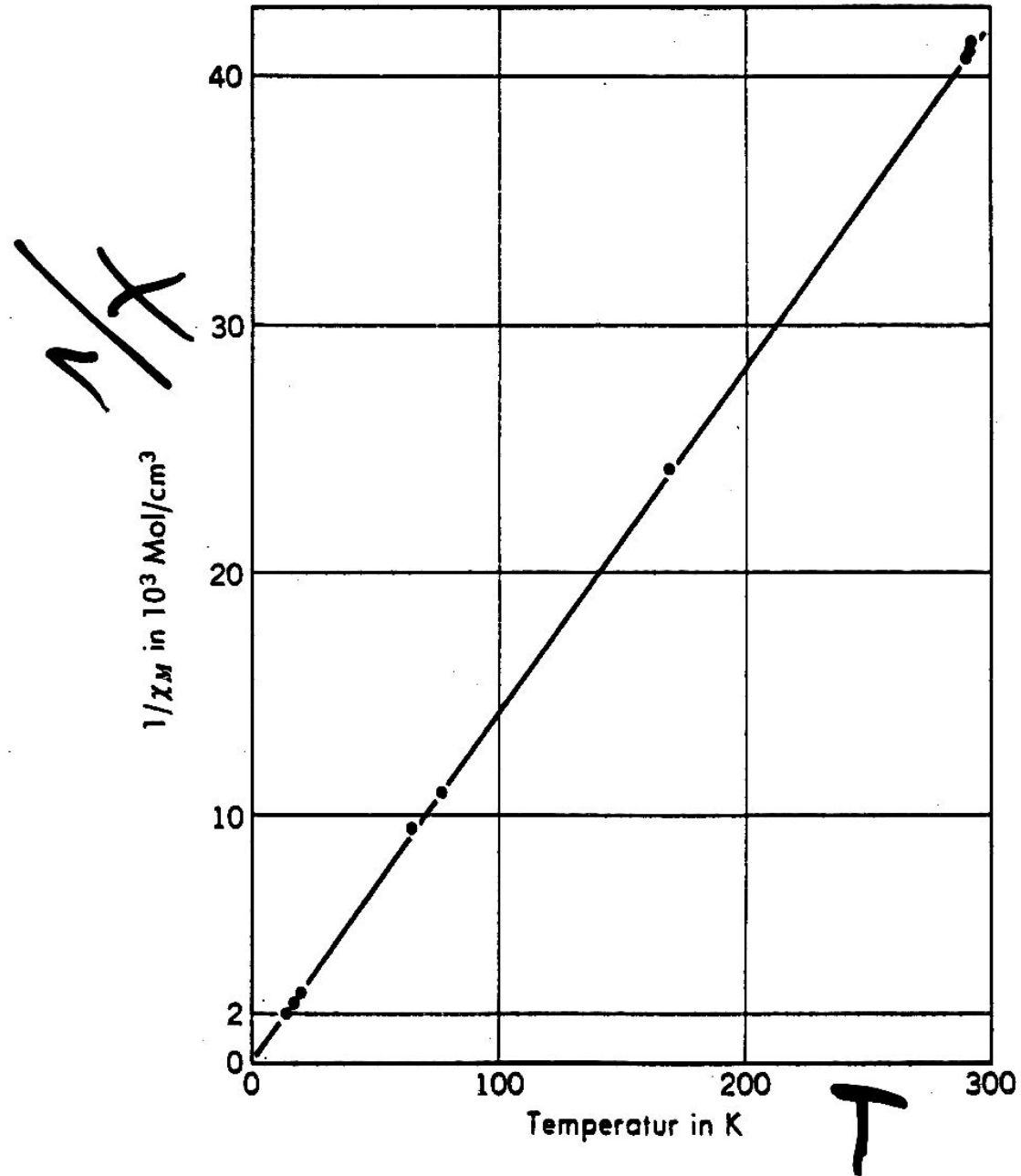
Idee der Rechnung:

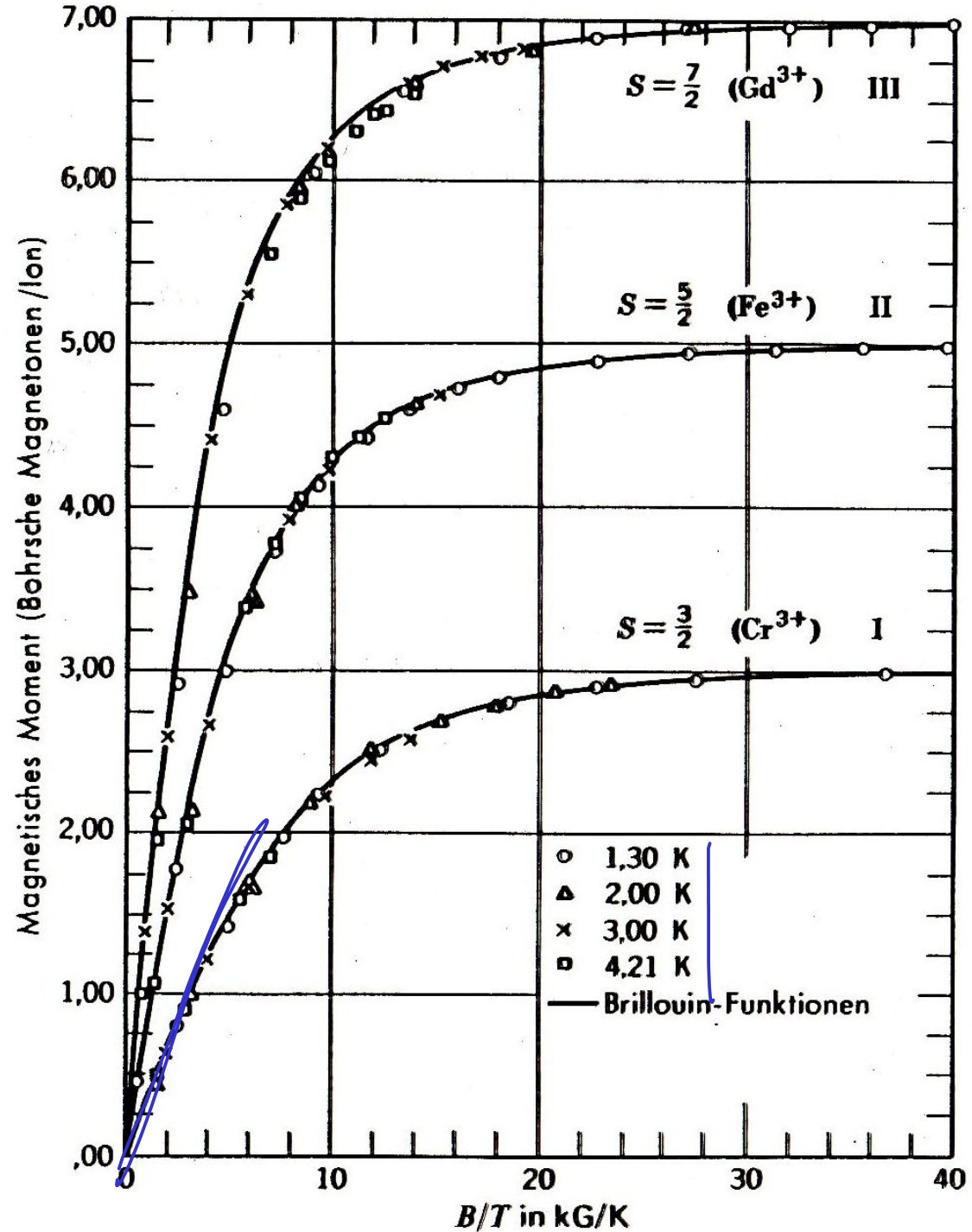
- ①  $e^x \approx 1+x$
- ②  $\sum_{m_j} m_j = 0$
- ③  $\sum_{m_j} m_j^2 = \frac{1}{3} j(j+1)(2j+1)$

$$\Rightarrow \chi = \mu_0 \frac{n}{B_{\text{ext}}} = \frac{N}{V} \mu_0 \frac{g_B^2 \mu_B^2 j(j+1)}{3 k_B T} =: \frac{C}{T}$$

Curiegesetz

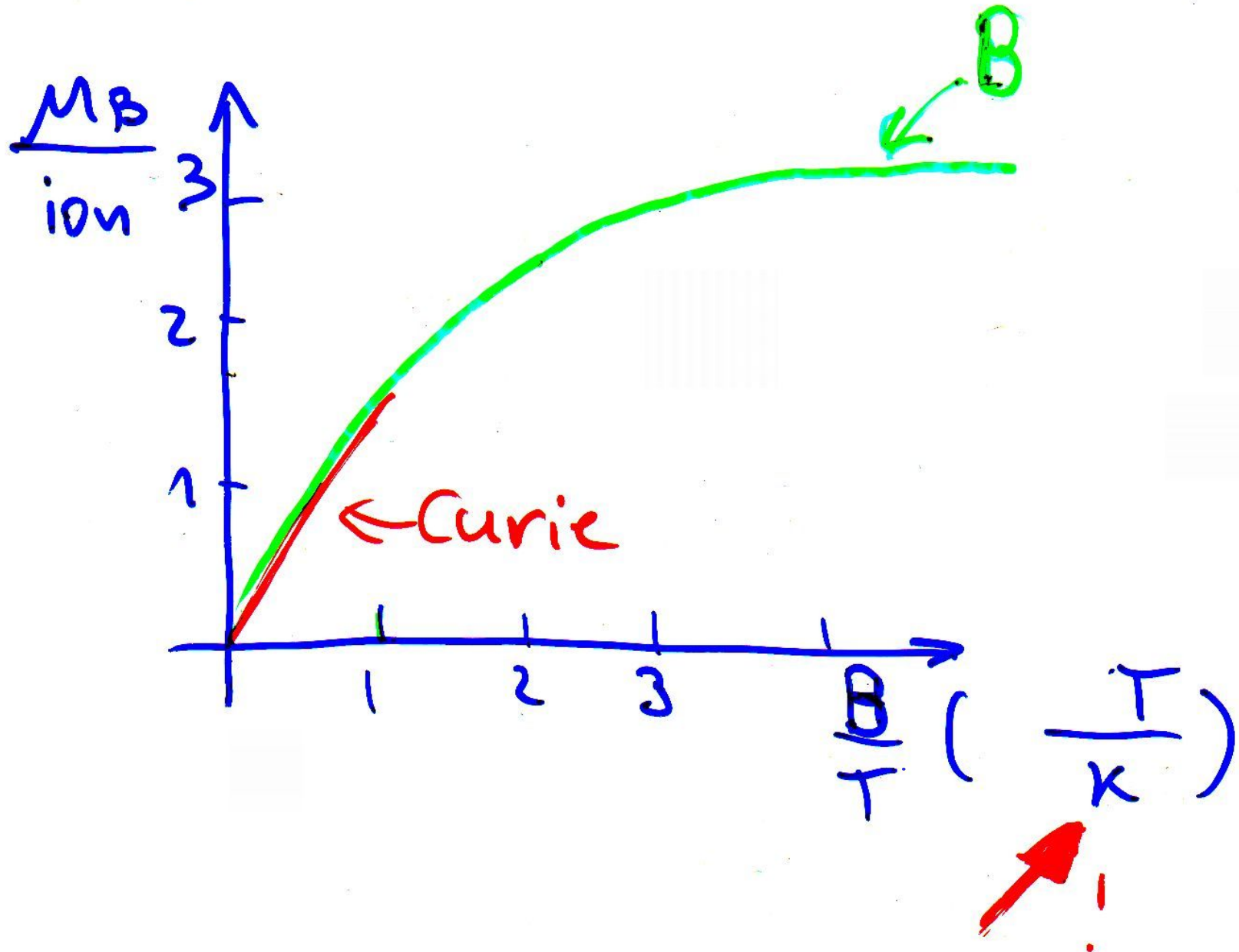
Temperaturabhängigkeit der reziproken Suszeptibilität  $1/\chi$  eines Gadoliniums Salzes  $Gd(C_2H_5SO_4)_3 \cdot 9H_2O$ . Die gerade Linie entspricht dem Curiegesetz (nach L. C. Jackson und H. Kamerlingh Onnes).





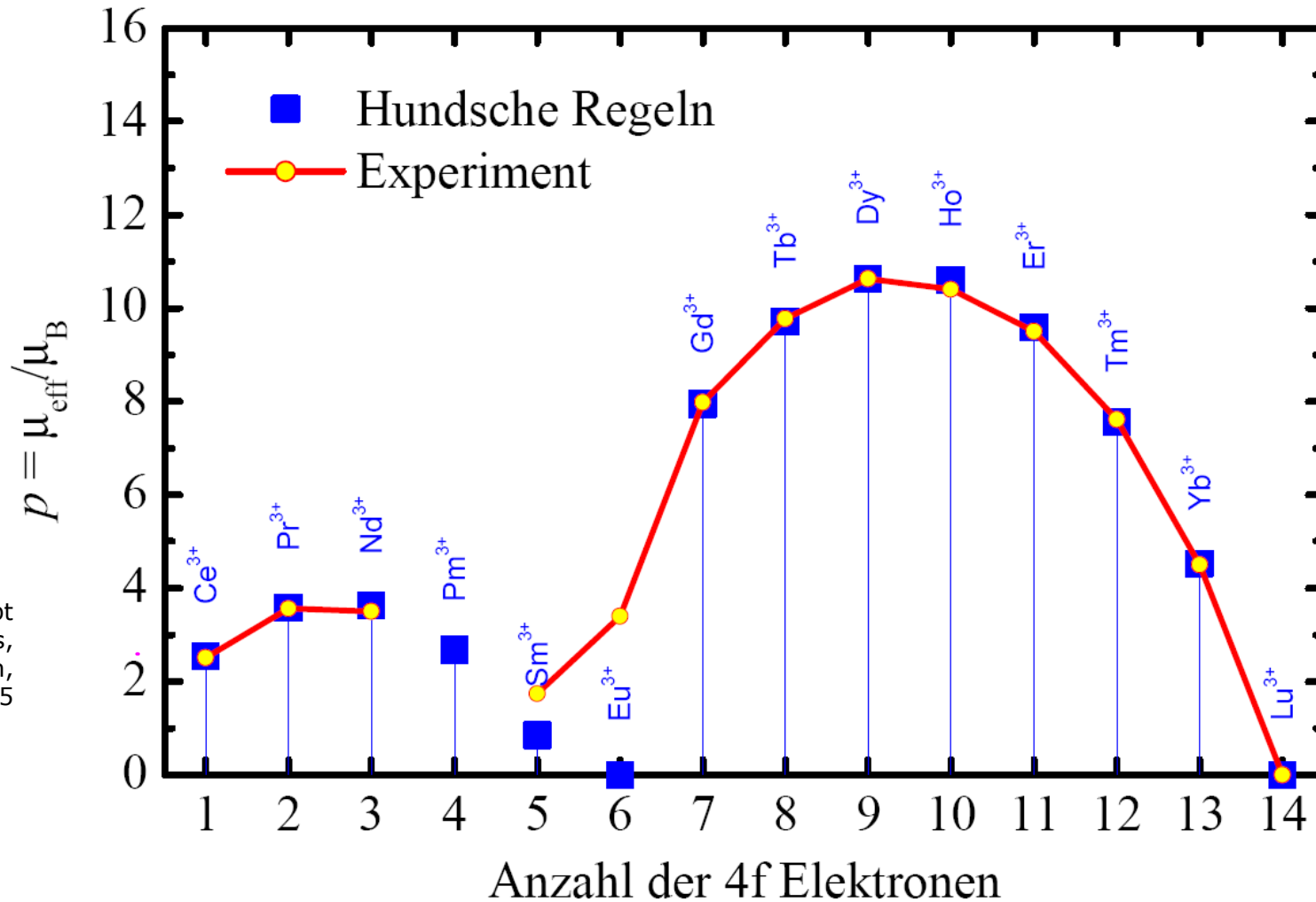
Abhängigkeit des magnetischen Moments von  $B/T$  für kugelförmige Proben aus (I) Kalium-Chrom-Alaun, (II) Eisen-III-Alaun und (III) Gadolinium-Sulfat-Oktahydrat. Bei 1,3 K und etwa 50 000 Gauß wird eine 99,5%ige magnetische Sättigung erreicht. [Nach

Zimmertemperatur = 293 K



# Effektive Magnetonezahl $p$ der 4f-Ionen

$$\chi = \frac{N}{V} \frac{\mu_B^2 \mu_0}{3k_B T} g_j^2 j(j+1) = \frac{N}{V} \frac{\mu_B^2 \mu_0}{3k_B T} p^2 \quad p = g_j \sqrt{J(J+1)}$$



Skript  
Magnetismus,  
TU München,  
WS 2004/5

Seltene Erden: Erwartetes  $p$  passt gut zu experimentellen Werten, denn die magnetisch relevanten 4f-Elektronen werden durch 5sp-Elektronen gut von den Nachbarn abgeschirmt. Verhalten sich fast wie einzelne Ionen.



# Effektive Magnetonezahl: 3d-Ionen

			Exp.	$\mu(J= L+S )$	$\mu(J=S)$
Cr <sup>3+</sup>	3d <sup>3</sup>	<sup>4</sup> F <sub>3/2</sub>	3.7	0.77	3.87
Fe <sup>2+</sup>	3d <sup>6</sup>	<sup>5</sup> D <sub>4</sub>	5.4	6.7	4.9
Co <sup>2+</sup>	3d <sup>7</sup>	<sup>4</sup> F <sub>9/2</sub>	4.8	6.54	3.87
Ni <sup>2+</sup>	3d <sup>8</sup>	<sup>3</sup> F <sub>4</sub>	3.2	5.59	2.83
Cu <sup>2+</sup>	3d <sup>9</sup>	<sup>2</sup> D <sub>5/2</sub>	1.9	3.55	1.73

Schlechte Übereinstimmung bei Übergangsmetallen

Ursache: <sup>als LS-Kopplung</sup> größere Kristallfeldaufspaltung;

Ausgangslage "Zeemaneffekt hebt  $m_j$ -Entartung auf"  
nicht mehr gegeben

# Kristallfeld-Wechselwirkung

Atomare Zustände bzgl.  $m_j$  entartet

WW mit Nachbarn im Kristall hebt das auf.

Seltene Erden (4f) : Aufspaltung wenige meV

$\bar{u}$ -Metalle (3d) : Aufspaltung  $\approx$  eV

$\Rightarrow$  In  $\bar{u}$ -Metallen bricht WW die Rotationssymmetrie um  $z$

$\Rightarrow$  Mittelung über alle  $L_z \approx 0$

$\Rightarrow$  Unterdrückung ("quenching") des Bahndrehimp.

Exkurs: adiabatische

Entmagnetisierung

& NMR

# Pauli-Paramagnetismus der Leitungs $e^-$

Leitungs  $e^-$   $\mu = \mu_B \rightarrow$  ~~Curiegesetz?~~

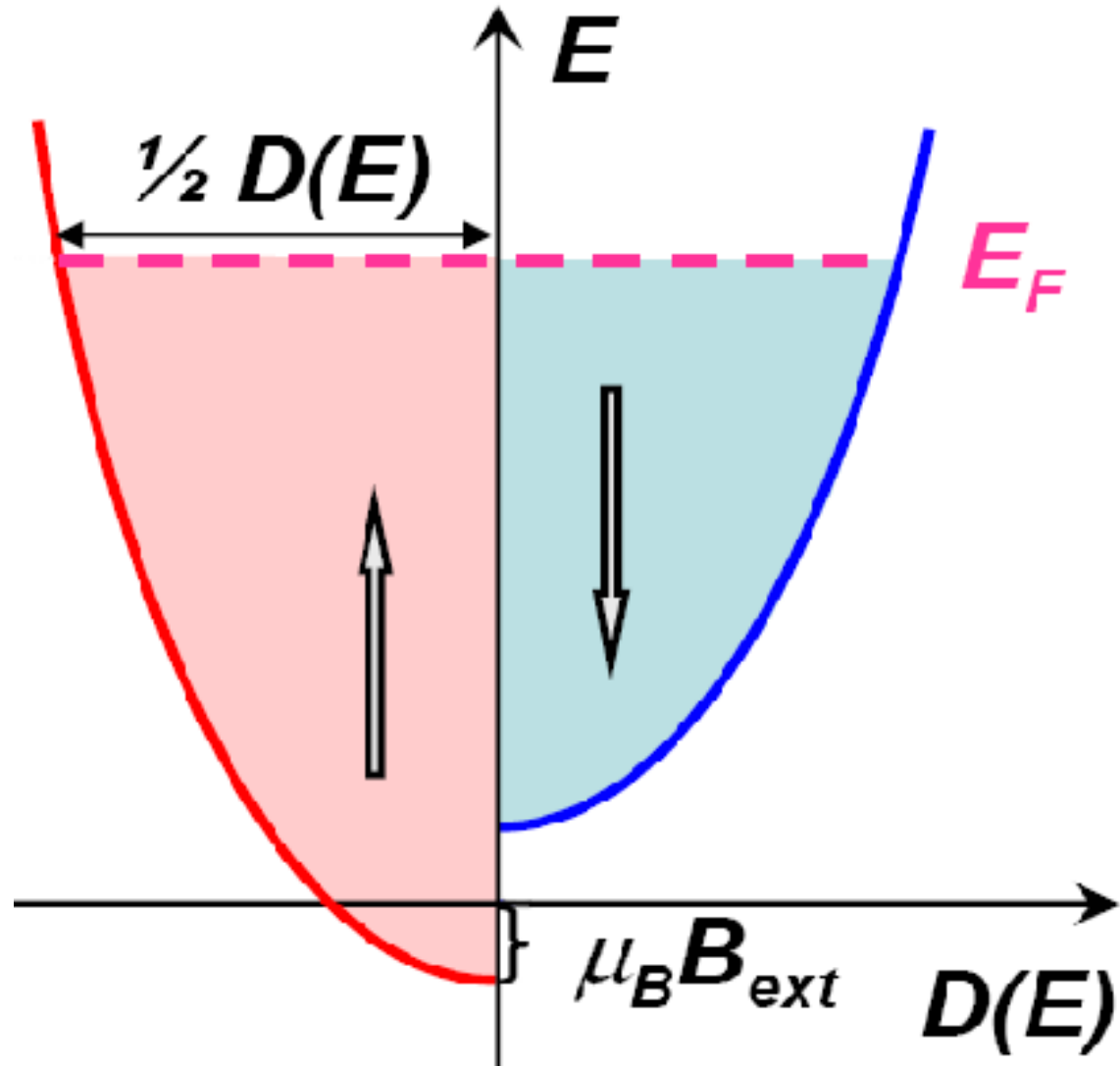
Exp:  $\chi(T) \approx \text{const.}$

Ursache: Fermi-Dirac-Verteilung  
nur  $E \approx E_F$  - Elektronen reagieren auf Best

Abschätzung: Aufweichungszone  $\sim k_B T$

$$\chi_{\text{Metall}} \approx \chi_{\text{Curie}} \cdot \frac{T}{T_F} \approx \frac{1}{T} \cdot \frac{T}{T_F} = \text{const.}$$

# Paulischer Paramagnetismus - etwas genauer



Niveaueaufspaltung im B-Feld:  $g \mu_B B$   
Zustandsdichte  $\frac{1}{2} D(E_F)$

Zahl der Elektronen deren Spin nicht  
kompensiert wird:  $\frac{1}{2} D(E_F) g \mu_B B$

Moment eines  $e^-$ :  $\frac{1}{2} g \mu_B$

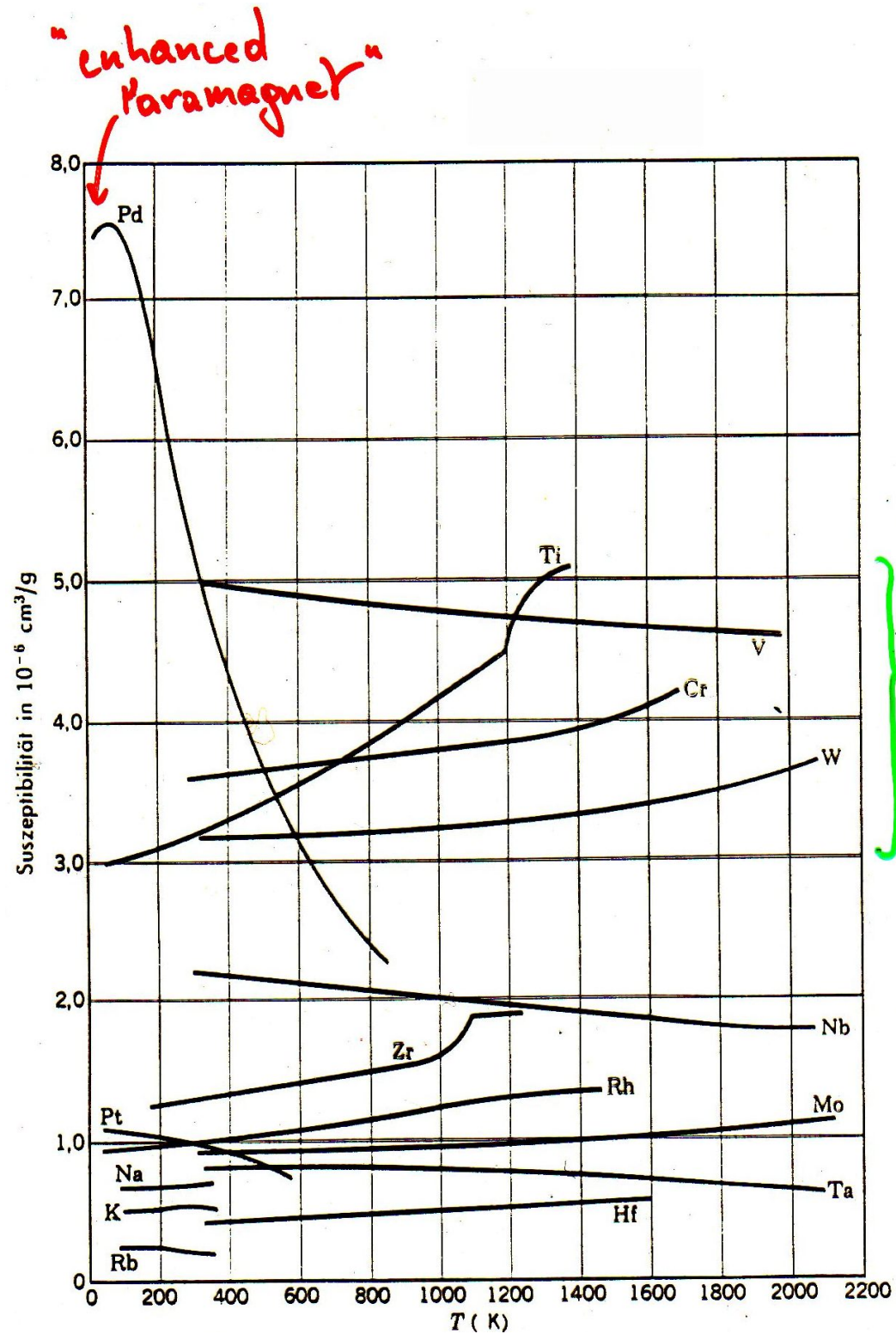
$$\Rightarrow M = \frac{1}{4} D(E_F) g^2 \mu_B^2 B$$

$$\Rightarrow \chi_{\text{Pauli}} = \frac{M}{H} = \frac{1}{4} D(E_F) g^2 \mu_B^2 \mu_0 \quad ; g \approx 2$$

$$\Rightarrow \chi_{\text{Pauli}} = \underline{D(E_F)} \mu_0^2 \mu_0 = \text{const.}$$

# Suszeptibilität von Metallen

- "T-unabhängig"
- $D(E_F)$



*für  $D(E_F)$*

# Diamagnetismus

Leitungselektronen zeigen auch  
Diamagnetismus

$$\chi = \chi_{\text{Pauli}} + \chi_{\text{Dia}} = \mu_0 \mu_0^2 D(E_F) \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{m}{m^*} \right)^2 \right]$$