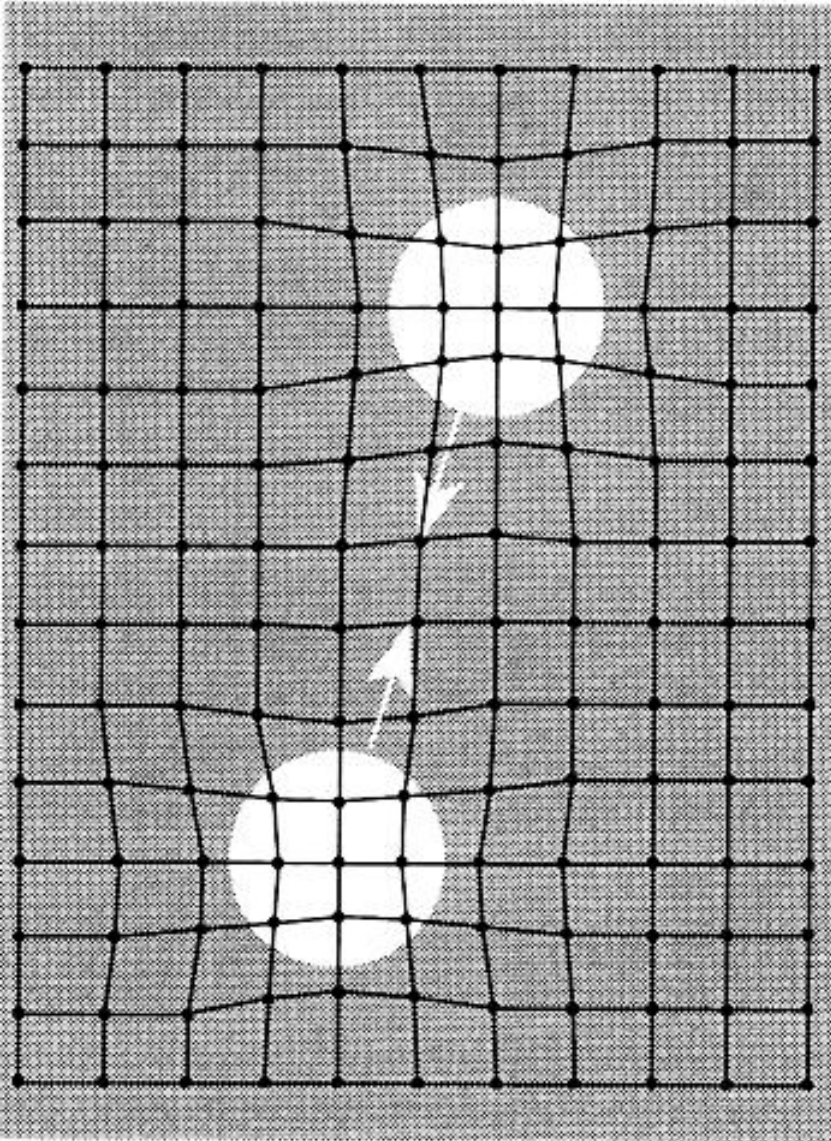


# BCS Theory



John Bardeen, Leon Cooper,  
John Schrieffer, Nobel Prize in  
Physics 1972



Attractive electron-electron interaction

Phonon-mediated

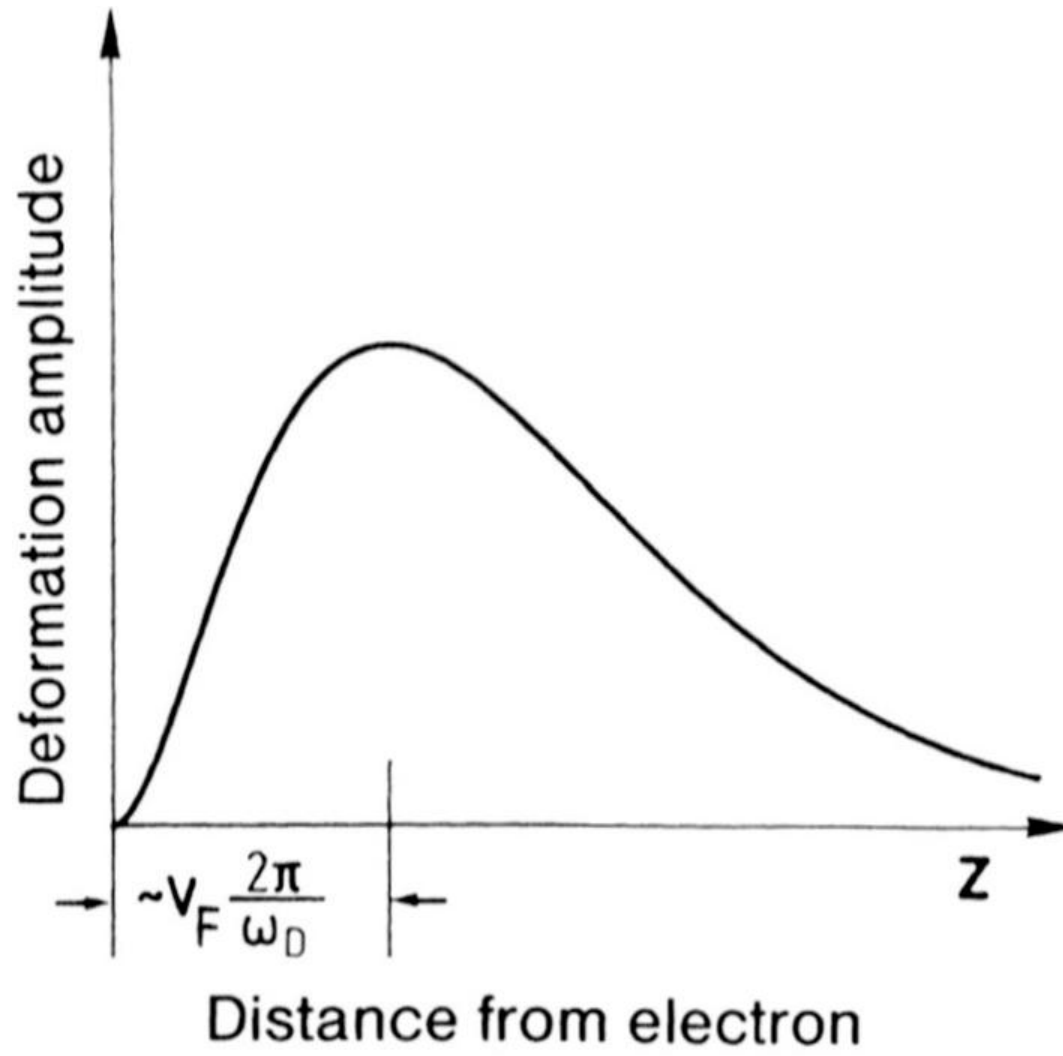
leads to bound state

Cooper pairs

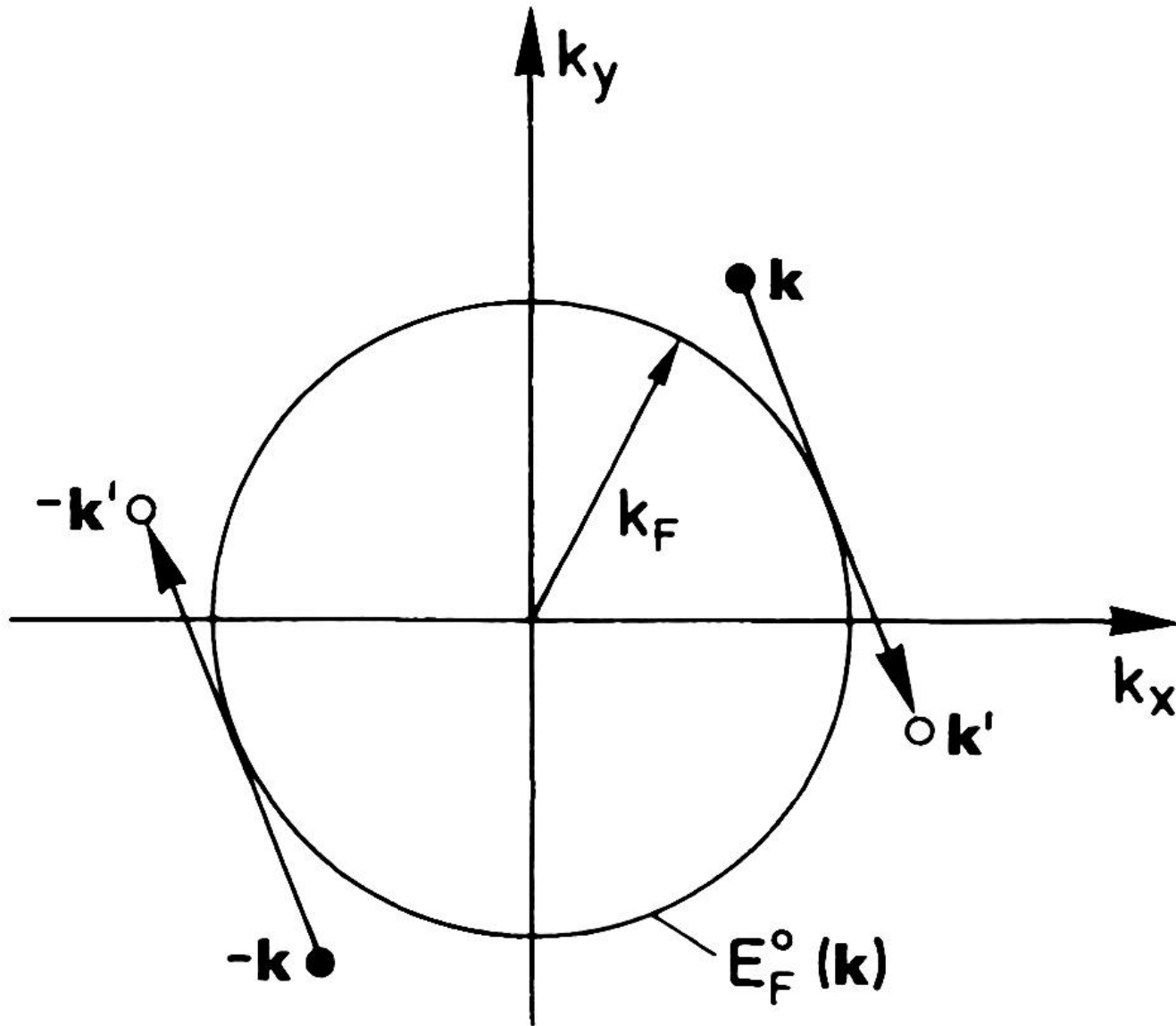
$$\text{at } U=0: \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = 0 \quad \& \quad \boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2 = 0$$

Symmetry:  $s$

# Fast electron - slow lattice

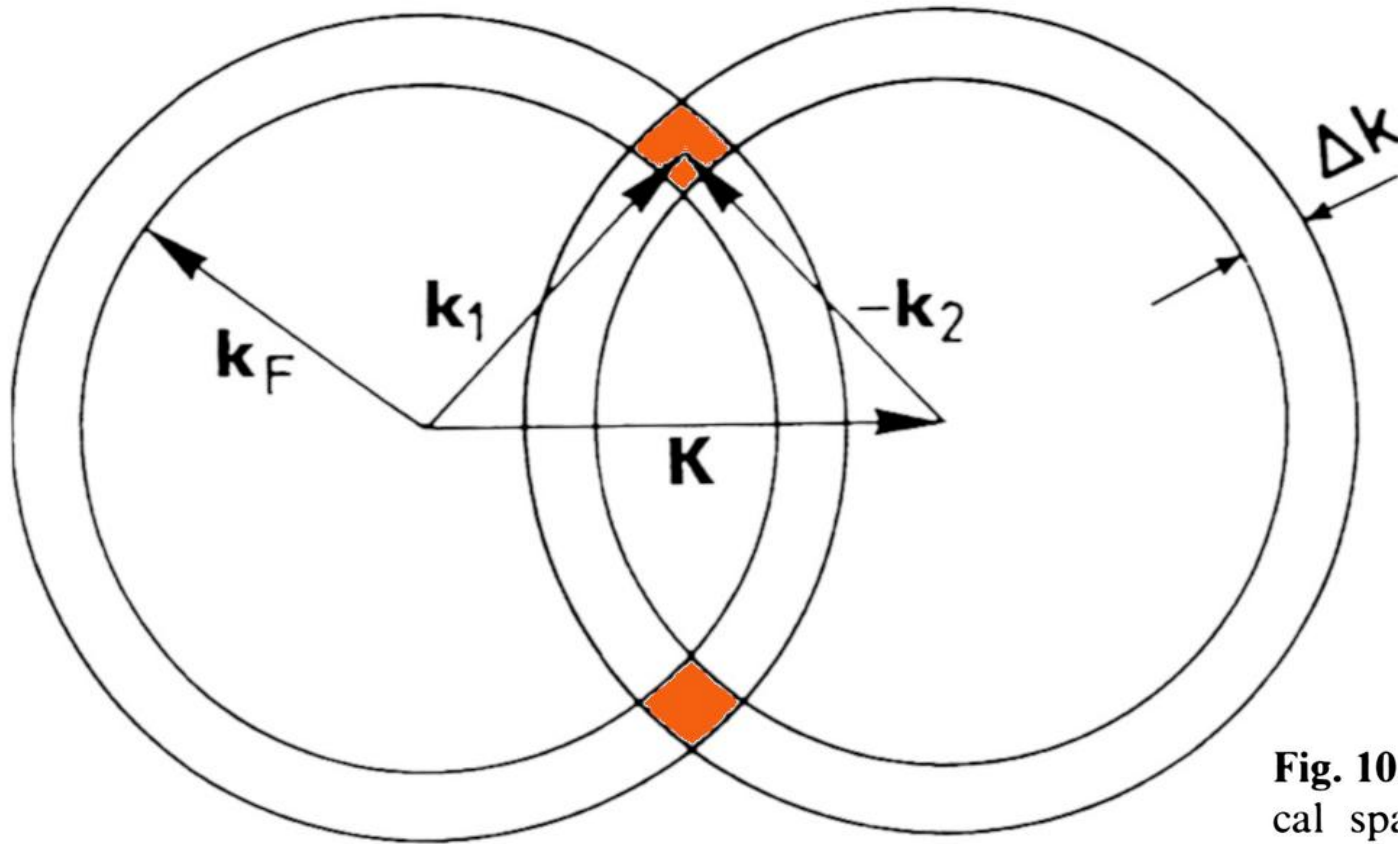


# Superconductivity



**Fig. 10.10.** Representation in  $k$  space of the scattering of an electron pair with wave vectors  $(\mathbf{k}, -\mathbf{k})$  to the state  $(\mathbf{k}', -\mathbf{k}')$

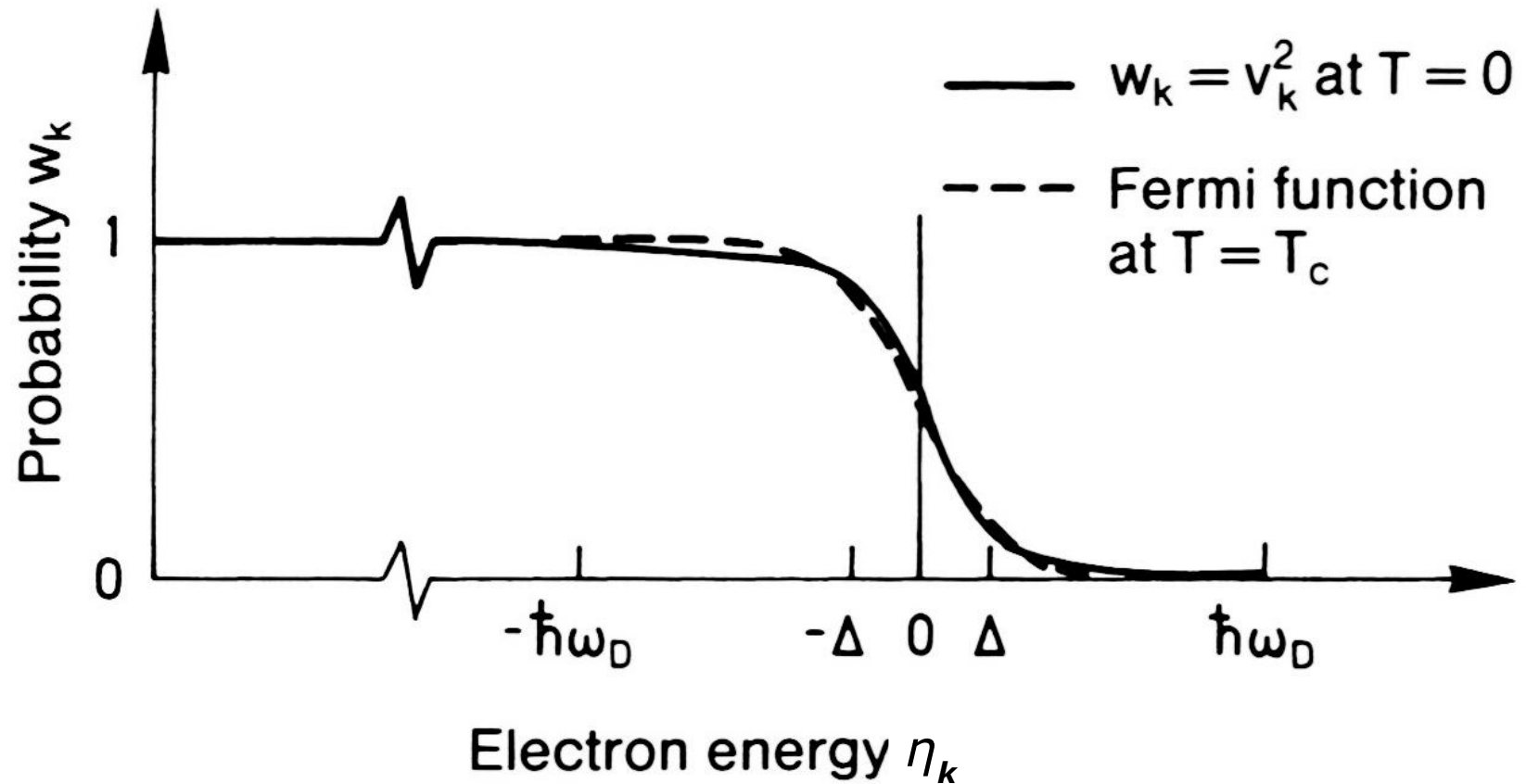
# Superconductivity



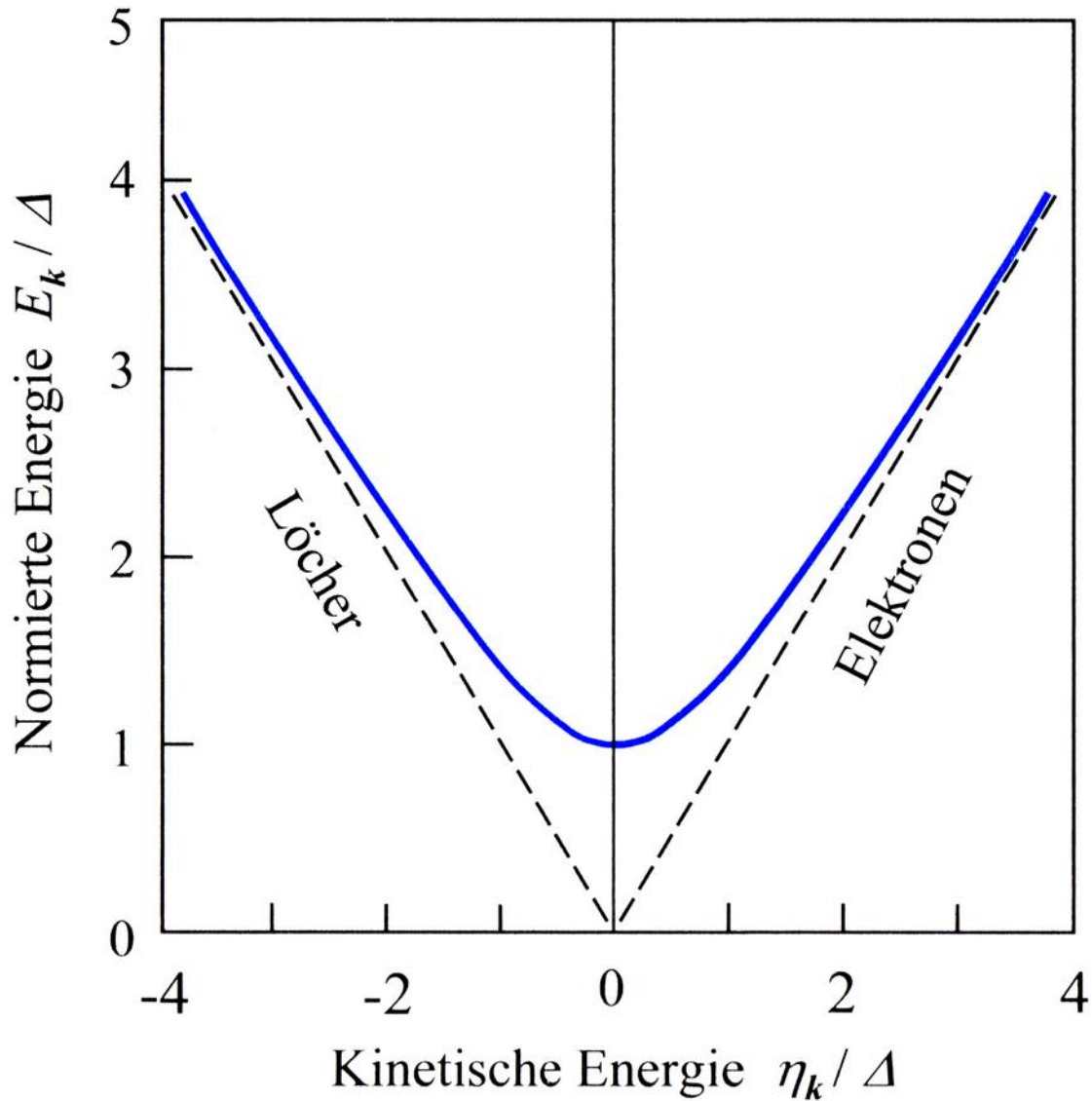
**Fig. 10.8.** Representation (in reciprocal space) of electron pair collisions for which  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}'_1 + \mathbf{k}'_2 = \mathbf{K}$  remains constant. Two spherical shells with Fermi radius  $k_F$  and thickness  $\Delta k$  describe the pairs of wave vectors  $\mathbf{k}_1$  and  $\mathbf{k}_2$ . All pairs for which  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{K}$  end in the shaded volume (rotationally symmetric about  $\mathbf{K}$ ). The number of pairs  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$  is proportional to this volume in  $\mathbf{k}$  space and is maximum for  $\mathbf{K} = 0$



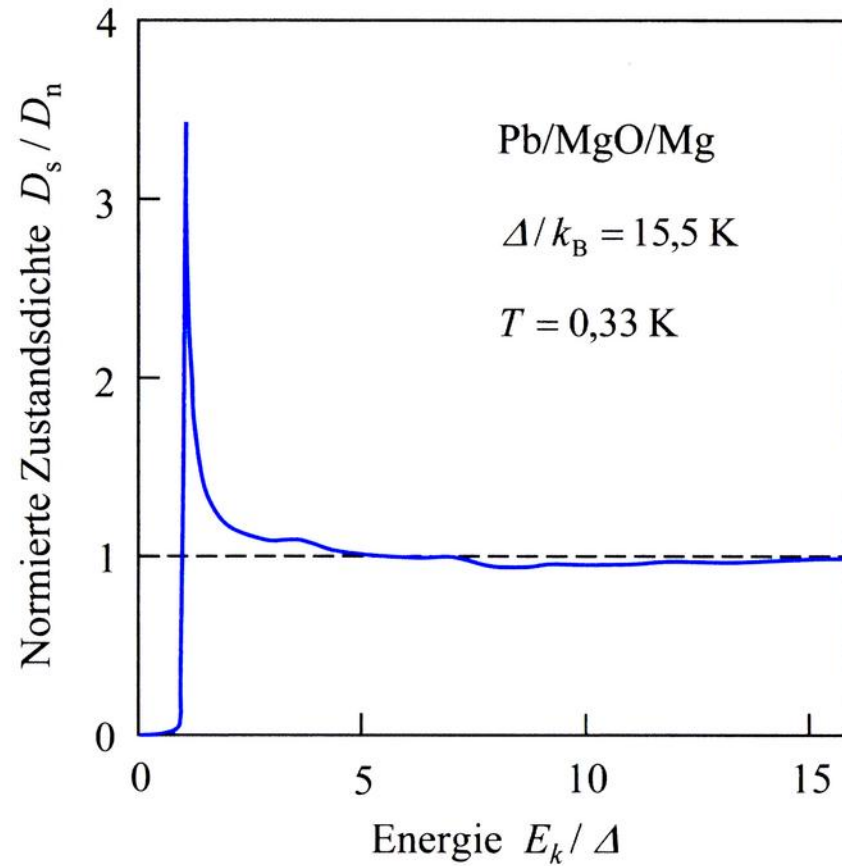
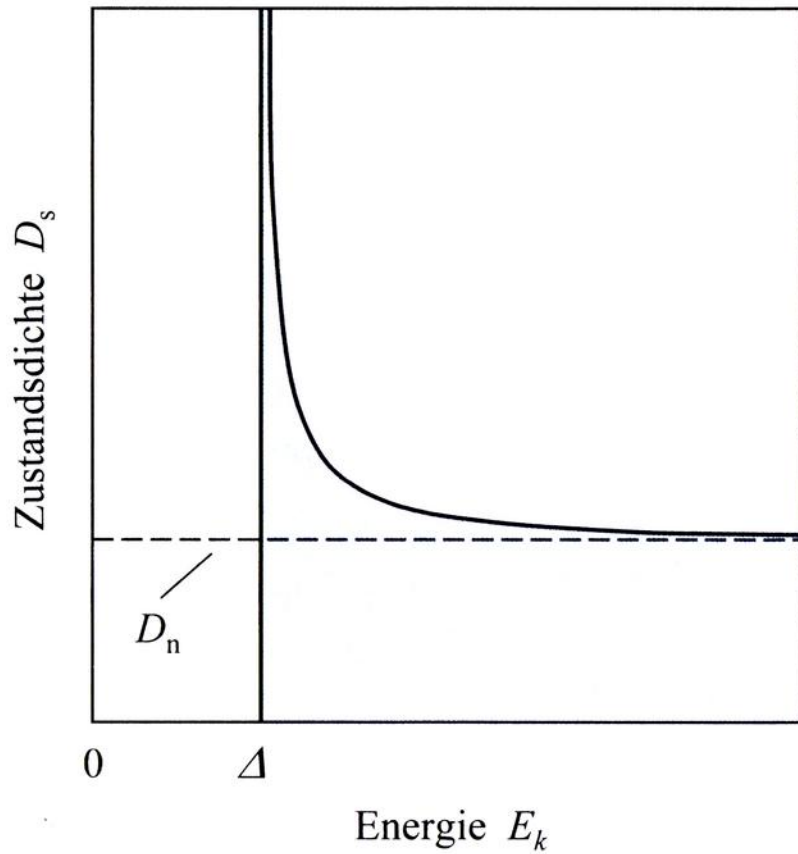
# Superconductivity



**Fig. 10.11.** The BCS occupation probability  $v_k^2$  for Cooper pairs in the vicinity of the Fermi energy  $E_F^0$ . The energy is given as  $\eta_k = E(k) - E_F^0$ , i.e., the Fermi energy ( $\zeta_k = 0$ ) serves as a reference point. Also shown for comparison is the Fermi-Dirac distribution function for normally conducting electrons at the critical temperature  $T_c$  (*dashed line*). The curves are related to one another by the BCS relationship between  $\Delta(0)$  and  $T_c$  (10.67)



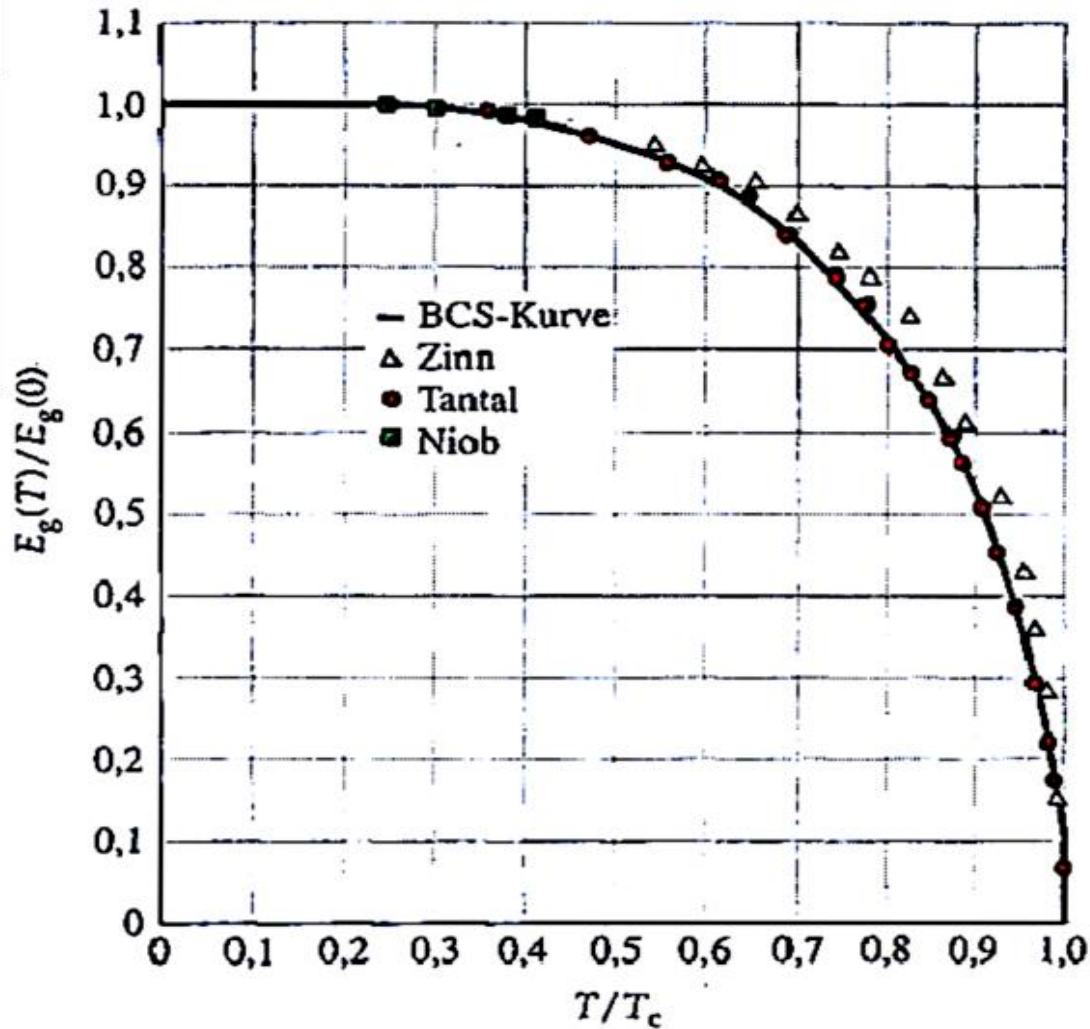
**Bild 11.14:** Anregungsenergie der Quasiteilchen in der Nähe der Fermi-Energie. Lochartige Zustände befinden sich auf der linken, elektronartige Zustände auf der rechten Seite des Nullpunkts. Die gestrichelten Geraden geben die Anregungsenergie der Elektronen im Normalleiter wieder.



**Bild 11.15:** a) Zustandsdichte der Quasiteilchen als Funktion der Anregungsenergie. b) Experimentell gemessene Zustandsdichte von Blei als Funktion der Einteilchenenergie normiert auf die Zustandsdichte bei der Fermi-Energie. Diese Messung wurde mit einem Pb/MgO/Mg-Tunnelkontakt durchgeführt. (Nach I. Giaever et al., Phys. Rev. **126**, 941 (1962)).

# Superconducting gap

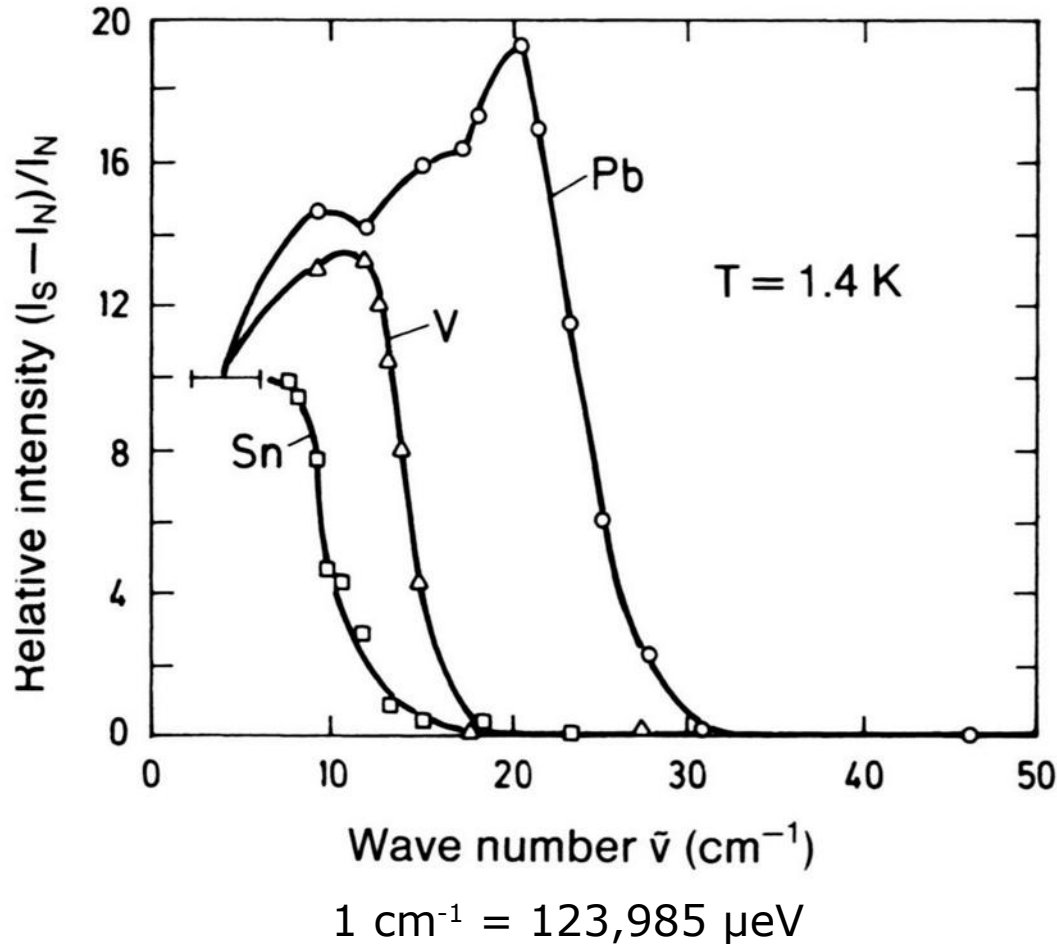
- tunneling data
- microwave or IR absorption



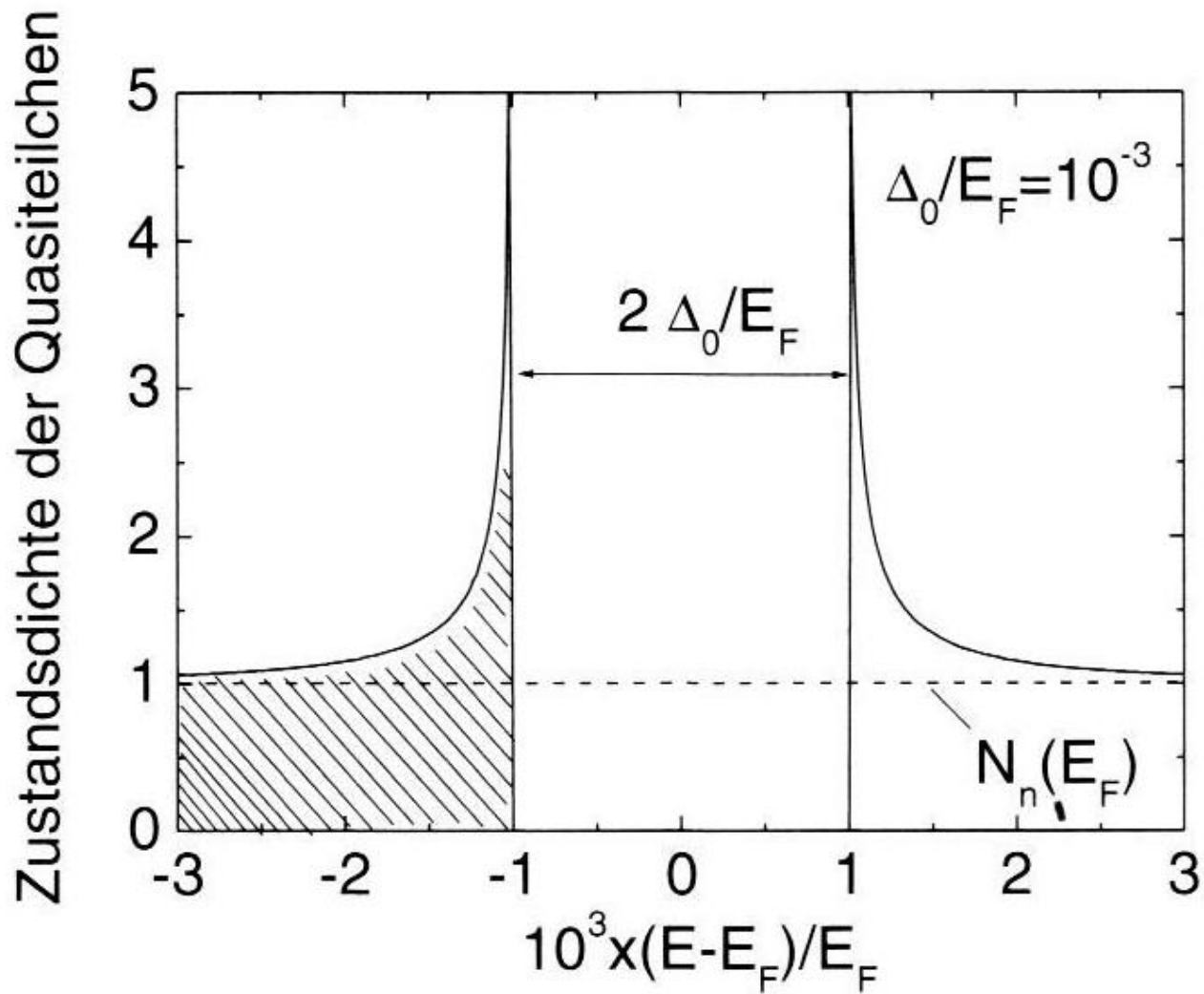
$E_G(T) \rightarrow 0$  for  $T \rightarrow T_C$ : 2<sup>nd</sup> order phase transition  
(1<sup>st</sup> order would imply discontinuity of  $E_G$ )



# Infrarot-Reflektivität

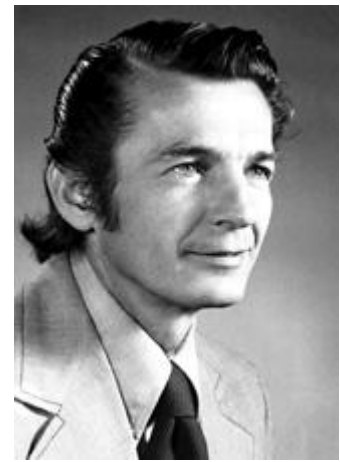


**Fig. 10.15.** Infrared reflectivity of various materials, determined from the intensity  $I$  of multiply reflected microwave radiation. The intensities  $I_S$  and  $I_N$  refer respectively to the superconducting and normal states of the material. The curves thus represent the difference between the infrared reflectivity of the superconducting and normally conducting states.

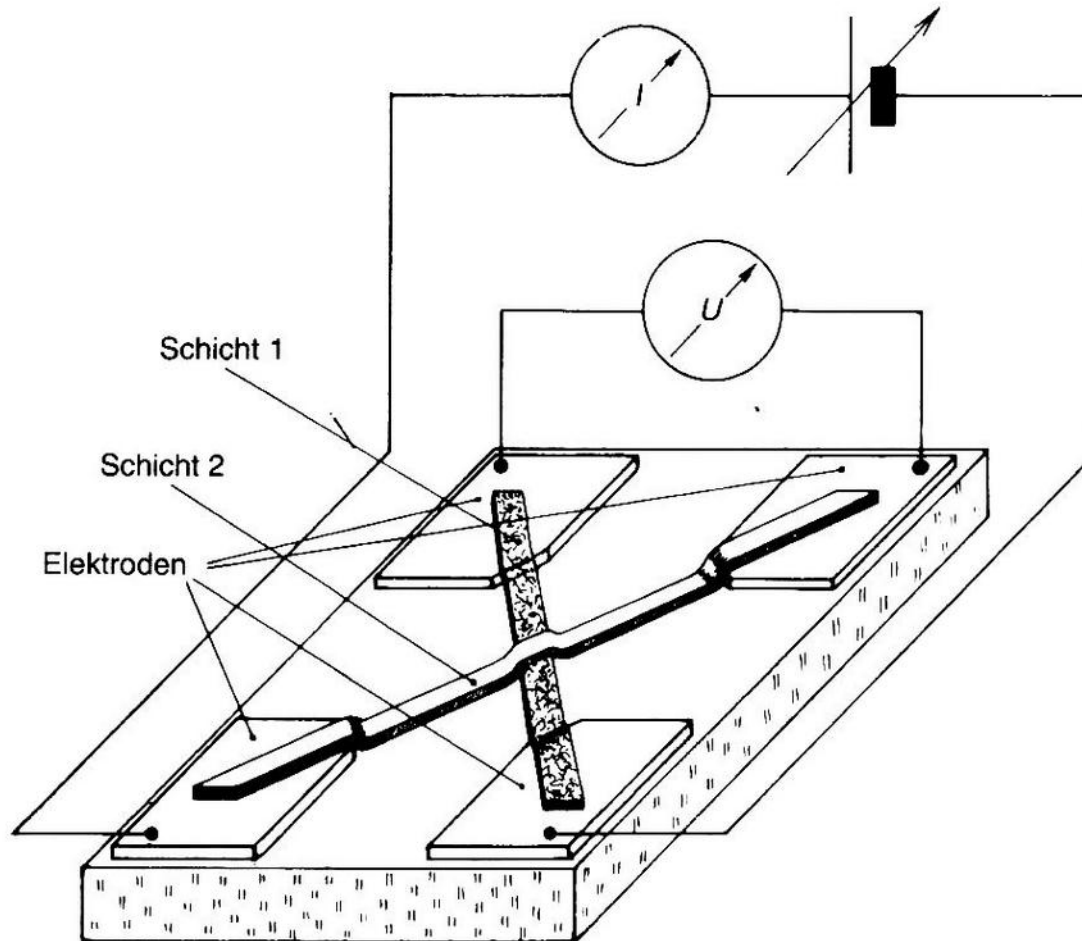


**Abb. 3.7** Normierte Zustandsdichte  $N_s(E)/N_n(E_F)$  der Quasiteilchen im Supraleiter entsprechend der BCS-Theorie. Für das Verhältnis  $\Delta_0/E_F$  wurde  $10^{-3}$  gewählt. Bei der Temperatur  $T=0$  sind alle Zustände unterhalb der Fermi-Energie  $E_F$  besetzt (schraffierter Bereich).

# Superconductor Tunnelling



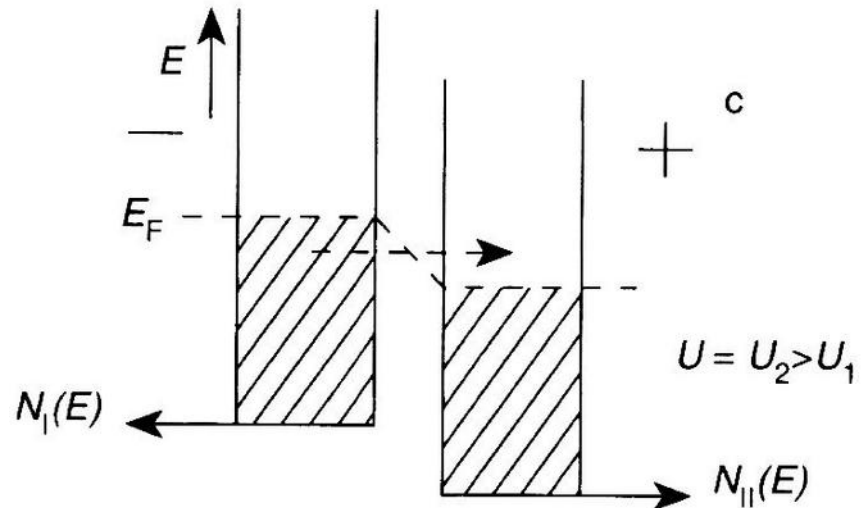
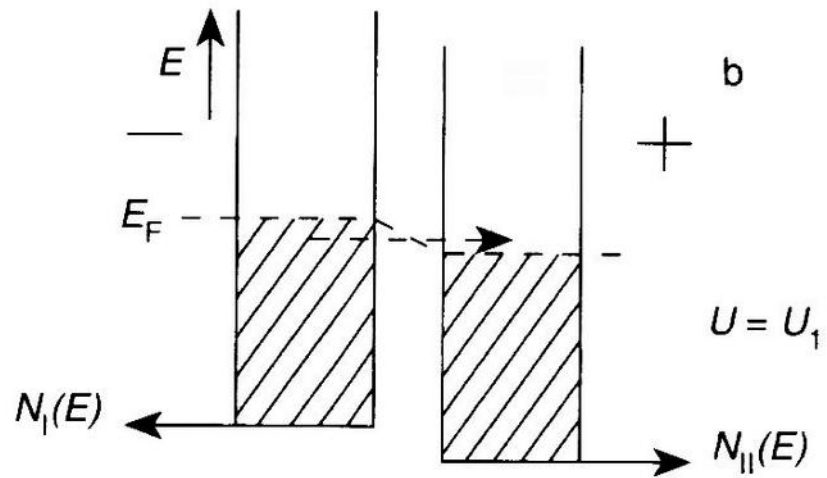
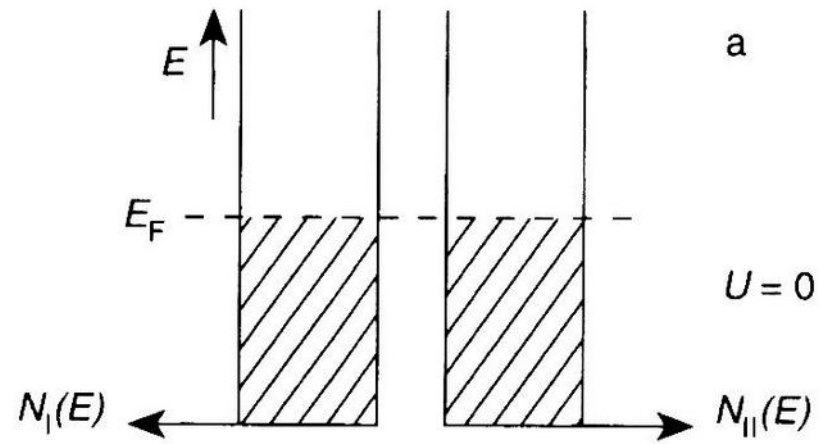
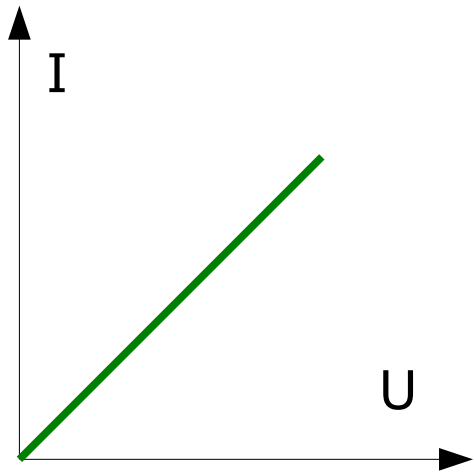
Ivar Giaever



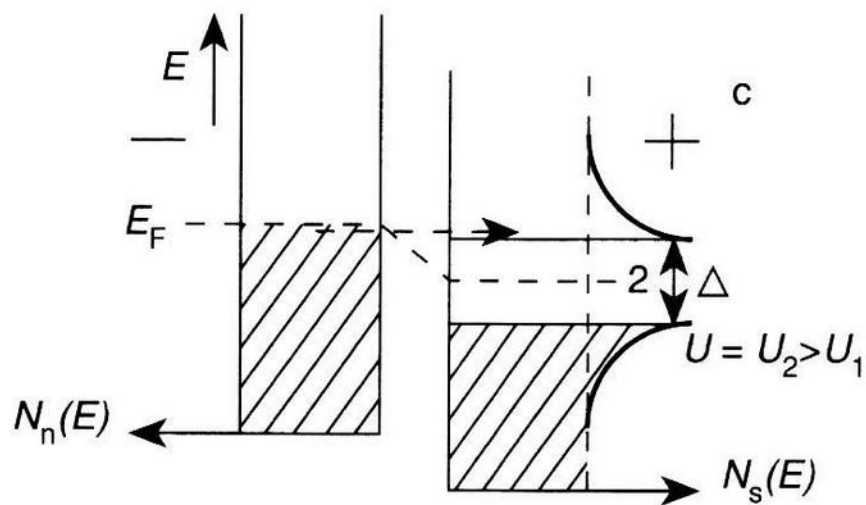
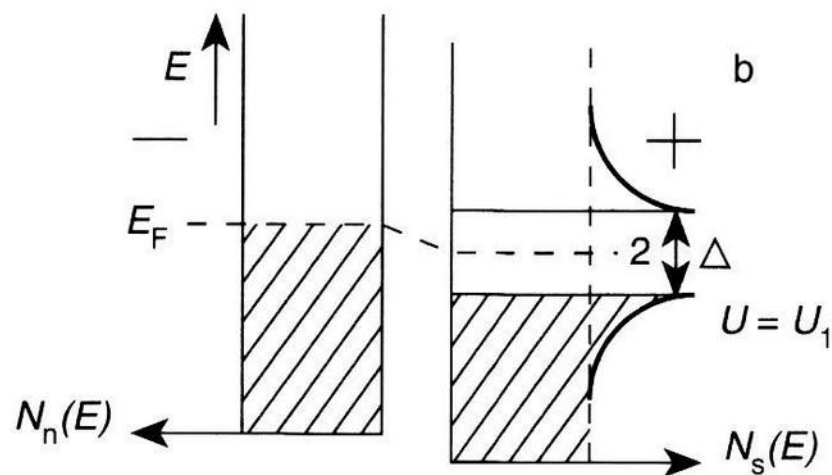
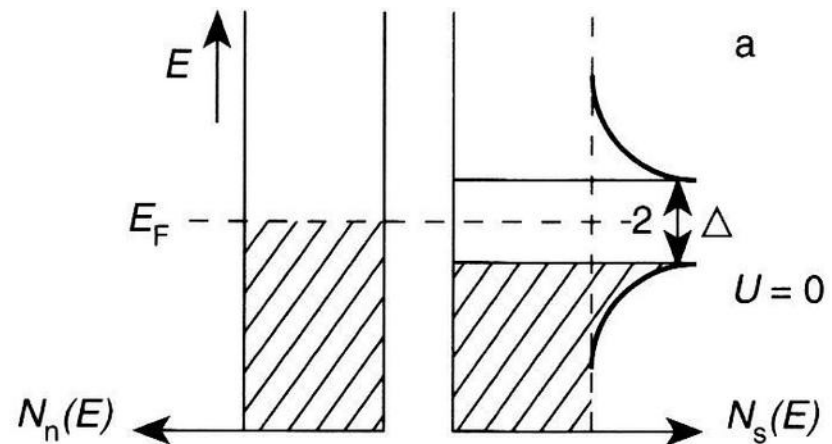
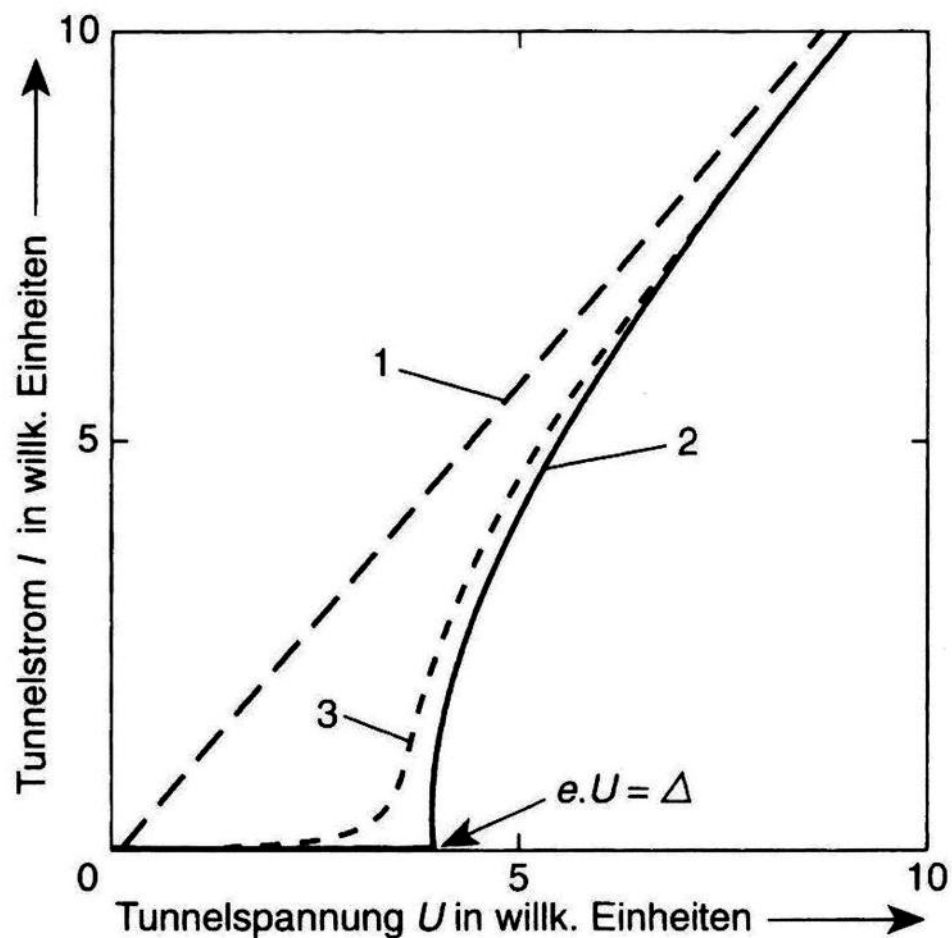
Nobel prize 1973

**Abb. 3.16** Tunnelkontakt aus zwei Schichten. Schicht 1 wurde vor der Kondensation von Schicht 2 oxidiert. Die Schichtdicken sind für die Darstellung stark vergrößert. Sie sind meist kleiner als  $1 \mu\text{m}$ . Für die Oxidbarrieren sind Dicken von ca.  $3 \text{ nm}$  zweckmäßig.

# Normalleiter - Normalleiter Tunnelkontakt

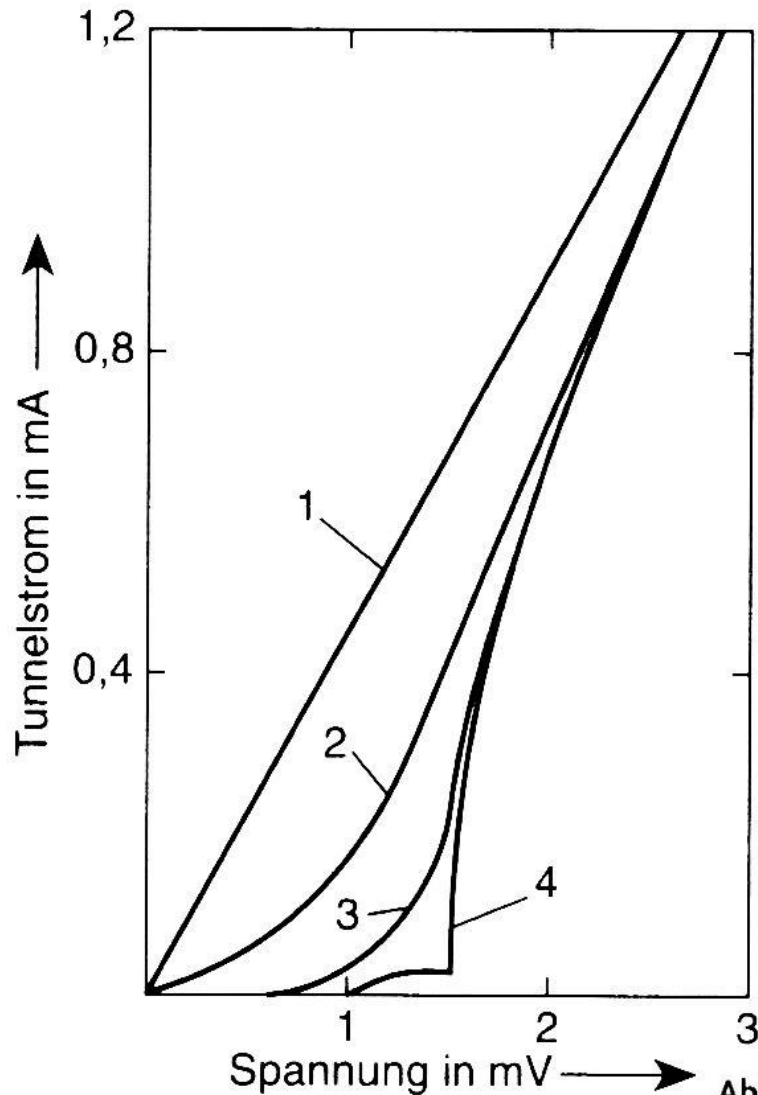


# Normalleiter- Supraleiter Tunnelkontakt



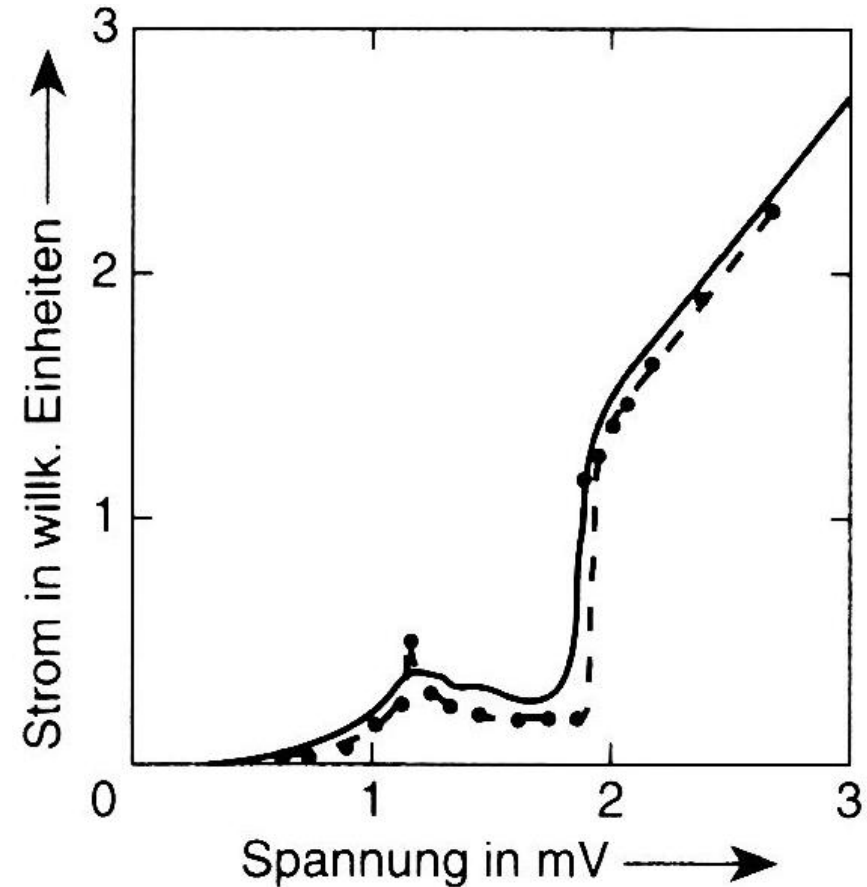


# Experimentelle Daten

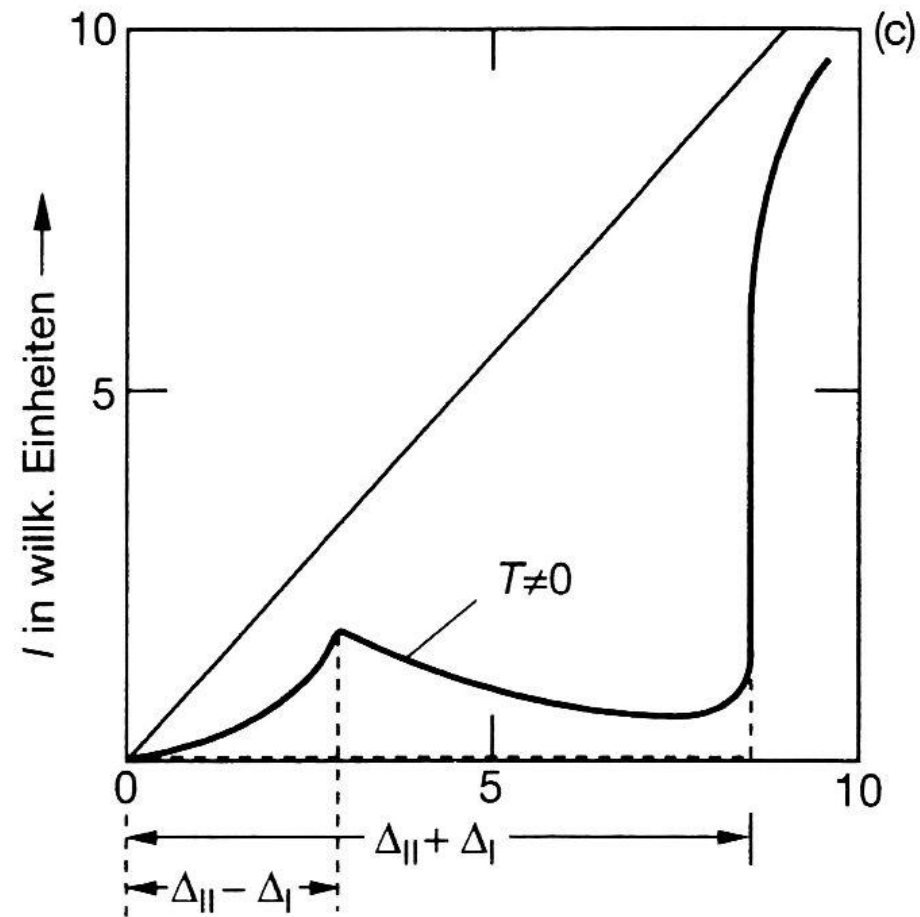
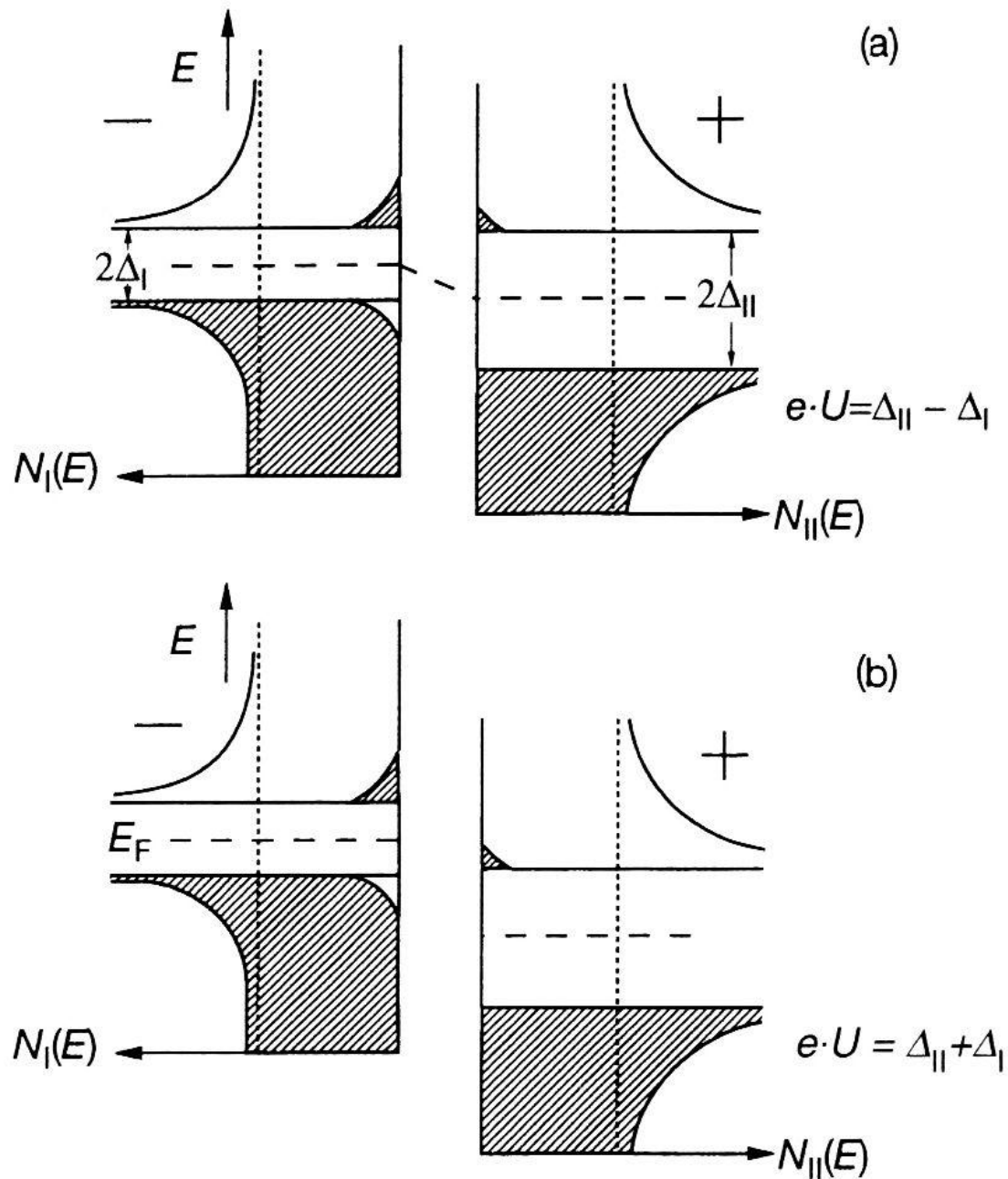


**Abb. 3.17** Strom-Spannungs-Kennlinien eines Tunnelkontaktes Al-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Pb. Kurve 1:  $T = 10$  K; Kurve 2:  $T = 4,2$  K; Kurve 3:  $T = 1,64$  K; Kurve 4:  $T = 1,05$  K; bei 1,05 K ist auch das Al supraleitend. Der steile Anstieg bei  $e \cdot U = \Delta_I + \Delta_{II}$  ist deutlich sichtbar. Übergangstemperaturen: Pb 7,2 K; Al 1,2

**Abb. 3.18** Strom-Spannungs-Kennlinie eines Tunnelkontaktes Niob-Isolator-Zinn bei  $T = 3,38$  K. Die ausgezogene Kurve ist eine Registrierkurve des Experiments. Die vollen Punkte sind nach Gleichung (3-13) berechnet mit  $2\Delta_{Sn} = 0,74$  meV und  $2\Delta_{Nb} = 2,98$  meV (nach [33]).



# Supraleiter-Supraleiter Tunnelkontakt



**Abb. 3.15** Zum Tunnelstrom zwischen zwei Supraleitern.  $0 < T < T_c$ .

# DC Josephson effect: Cooper pair tunnelling

1962: 22-year-old Welsh student Brian D. Josephson predicted two effects which could experimentally verified shortly afterwards



Nobel prize laureate 1973

$\text{Al}/\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Sn}$ .

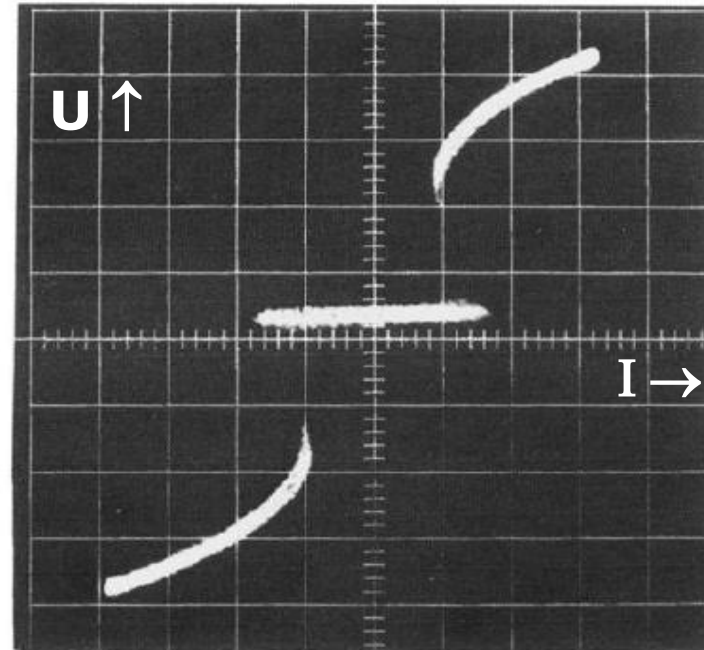
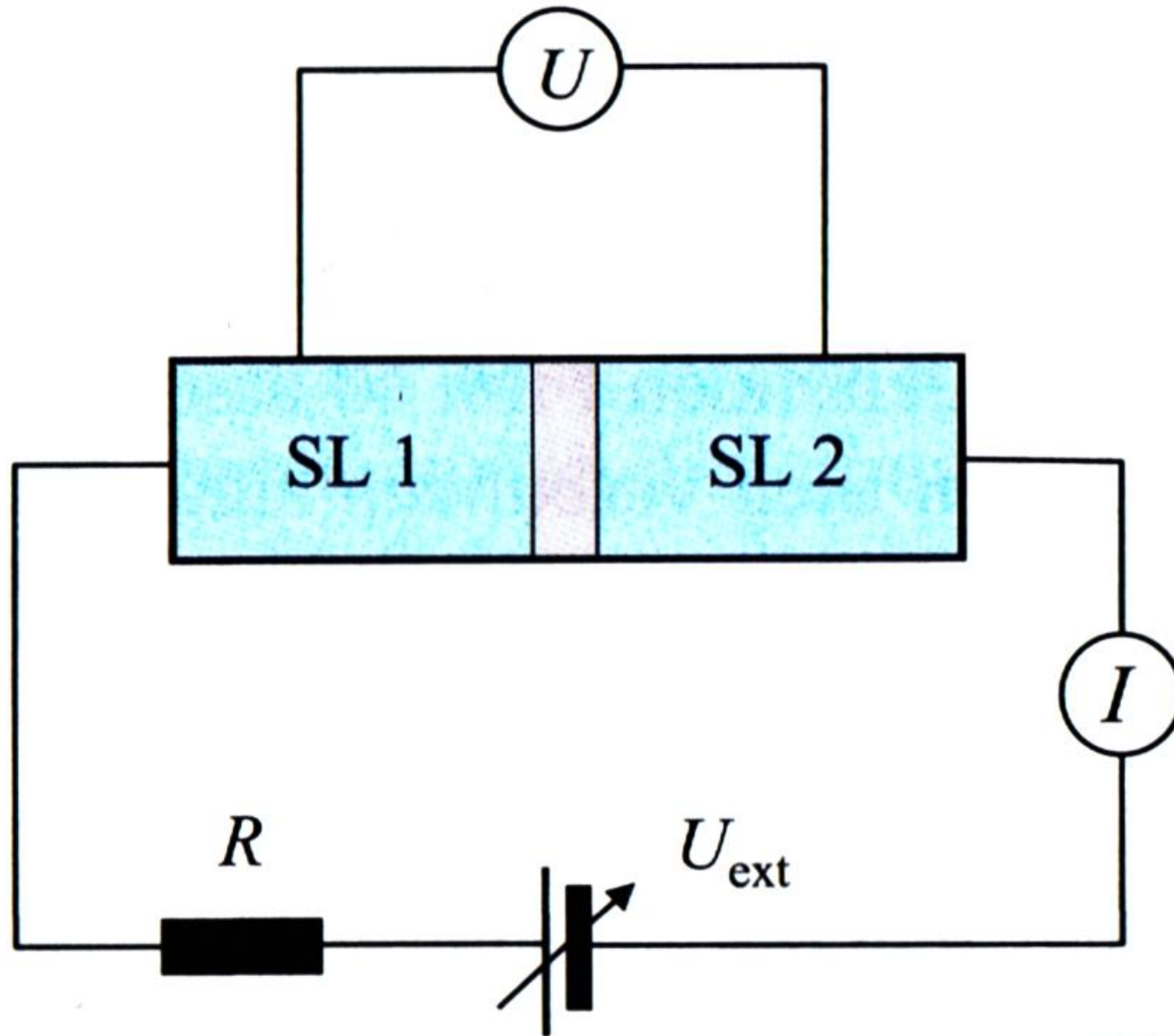
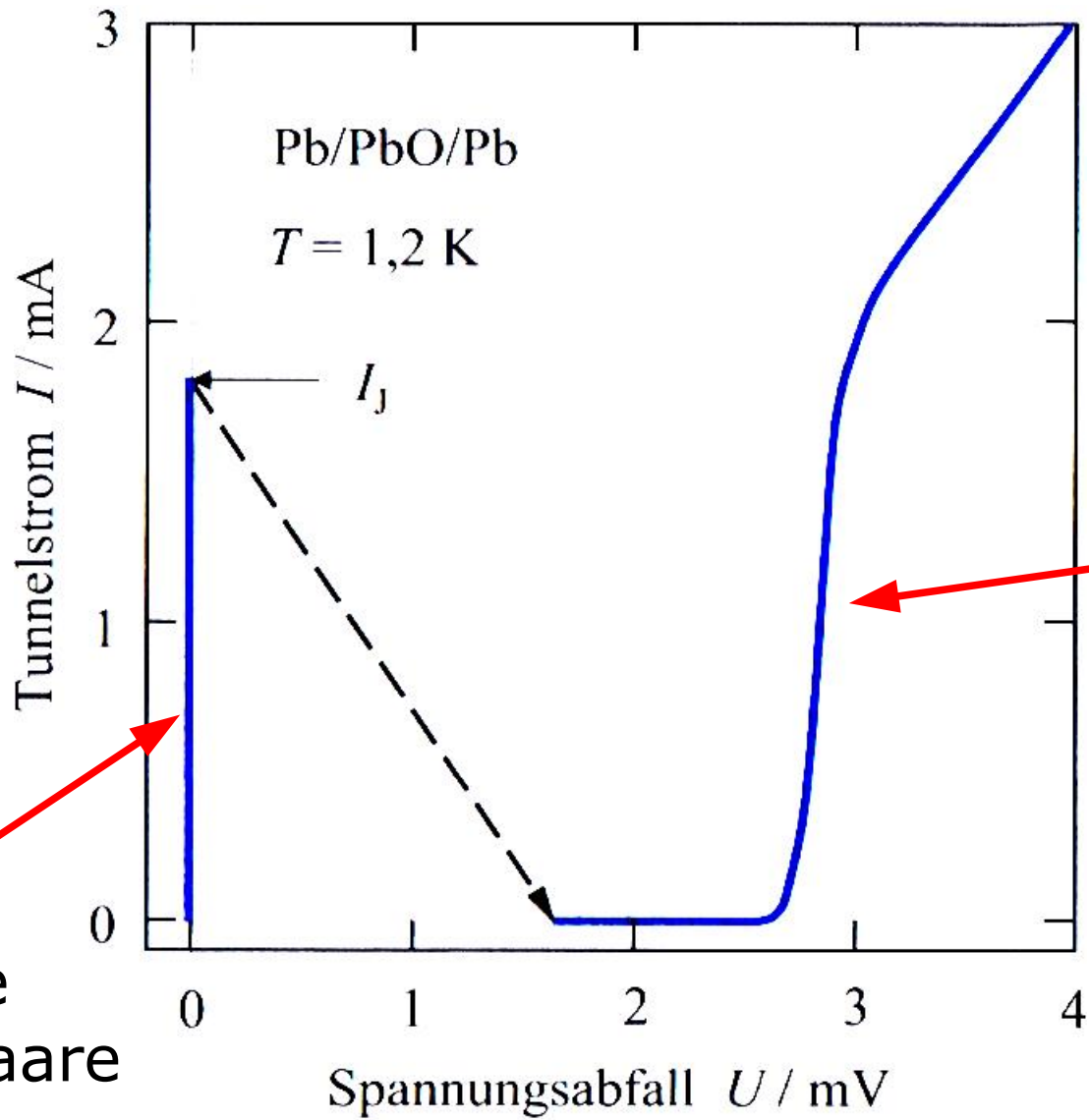


FIG. 1.  $I$ - $V$  characteristic near origin showing zero-voltage Josephson current and negative resistance switching trace. Vertical scale  $58.8 \mu\text{V}/\text{cm}$ , horizontal scale  $130 \text{ nA}/\text{cm}$ .

# Josephson - Effekt



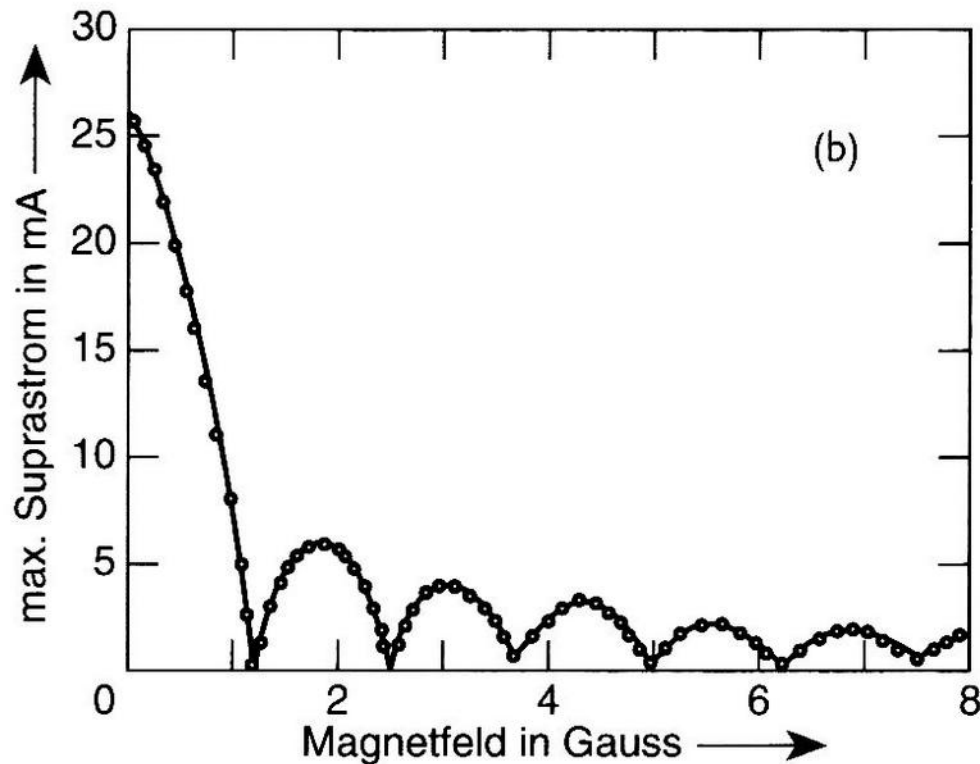
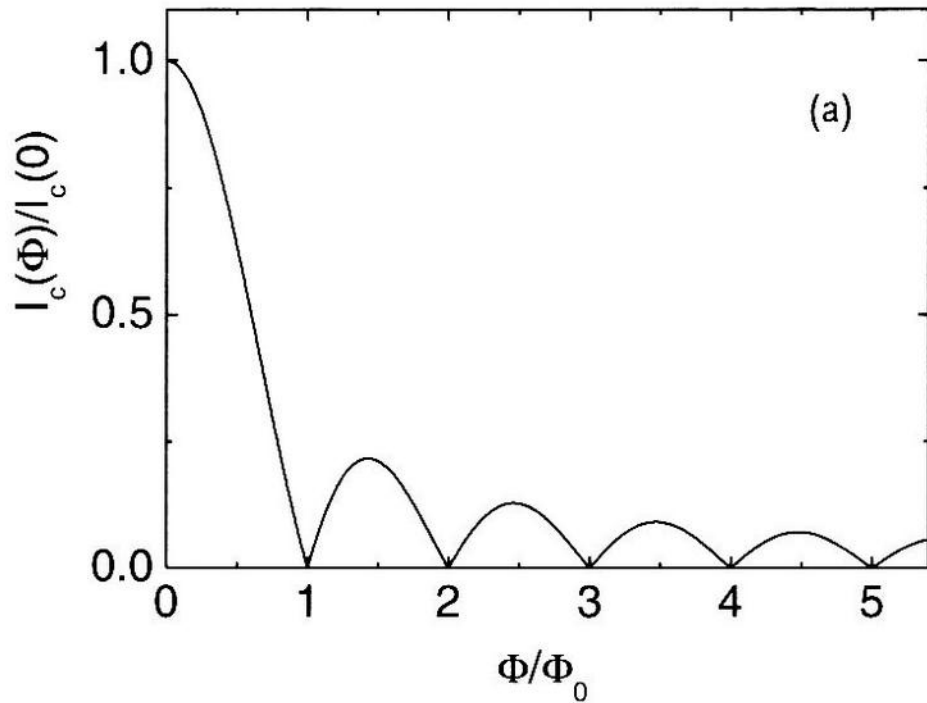


tunnelnde  
Cooper-Paare

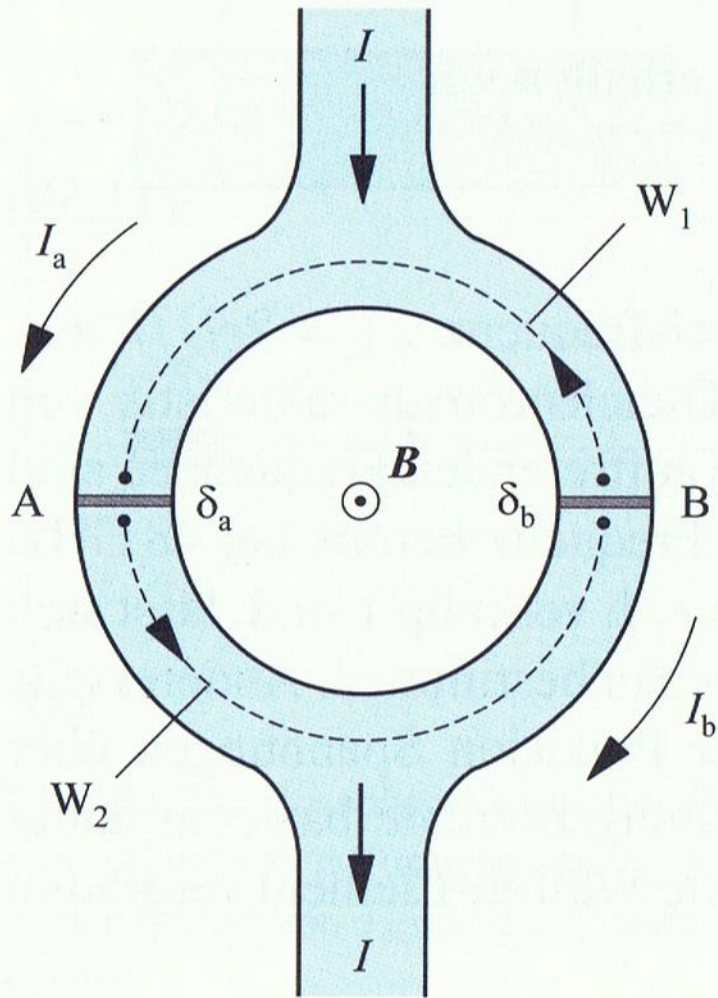
tunnelnde  
Quasiteilchen



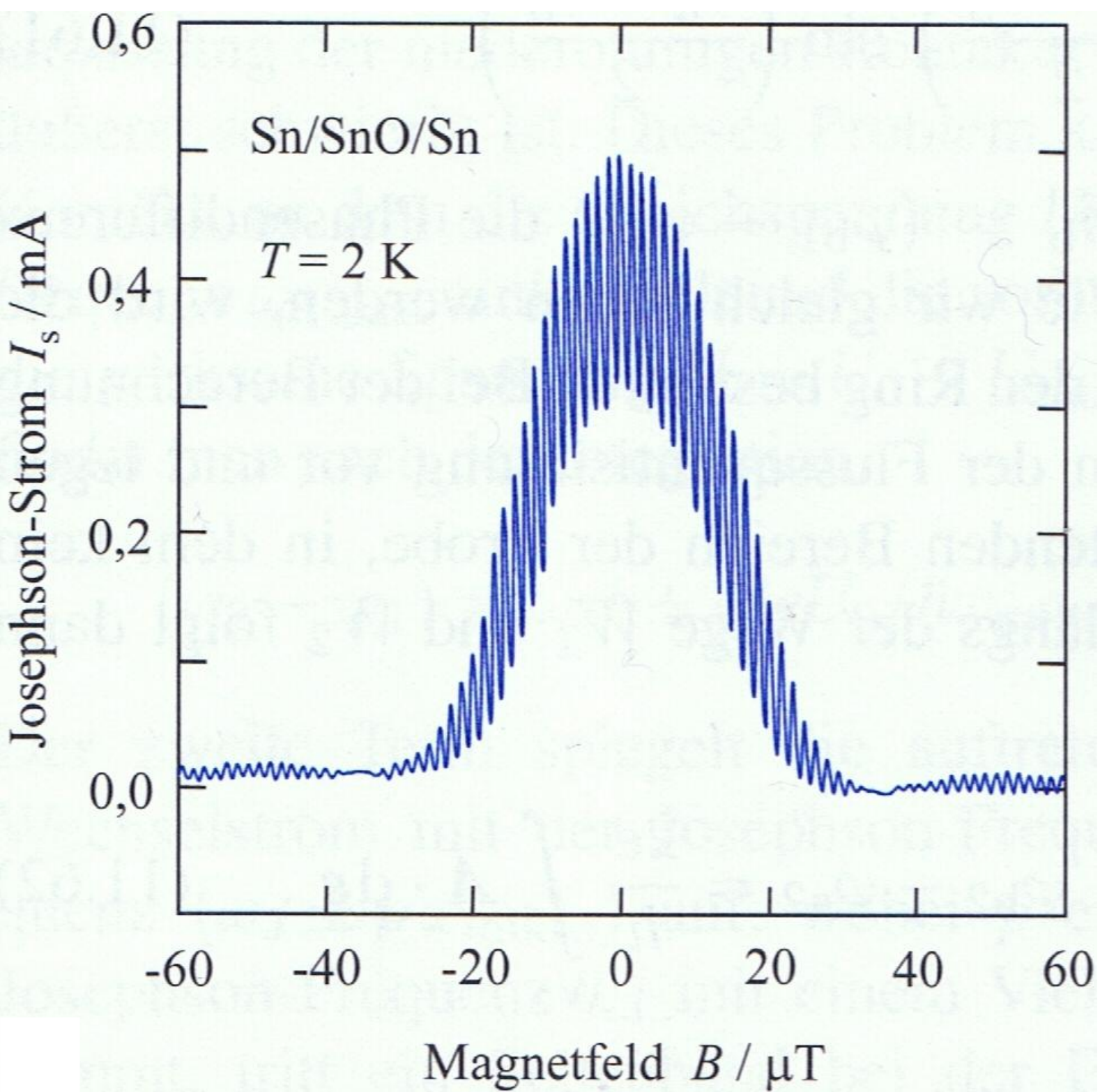
# Josephson effect



**Abb. 1.27** Abhängigkeit des maximalen Josephsonstromes von einem Magnetfeld parallel zur Barrierenschicht. (a) Theoretische Kurve nach Gleichung (1-73); (b) Messung an einem Sn-SnO-S Tunnelkontakt ( $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ) (nach [53]).



**Bild 11.25:** Stromfluss durch zwei parallel geschaltete, identische Josephson-Kontakte A und B. Senkrecht zur Zeichenebene soll das Magnetfeld  $B$  anliegen. An den Kontaktstellen treten die Phasendifferenzen  $\delta_a$  bzw.  $\delta_b$  auf. Die Phasenunterschiede werden längs der gestrichelt eingezeichneten Wege  $W_1$  und  $W_2$  berechnet.



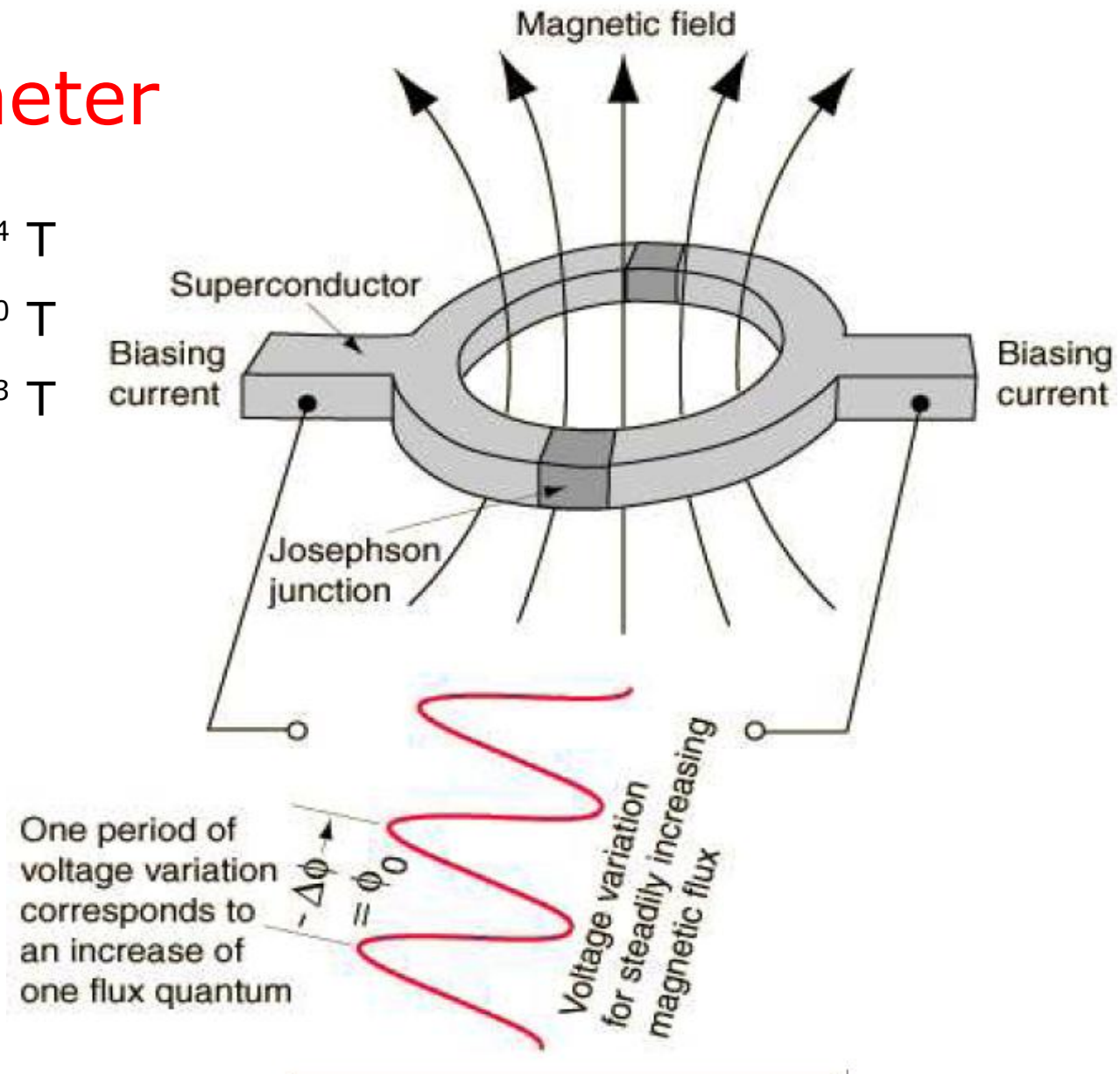


# SQUID Magnetometer

Threshold for SQUID:  $10^{-14}$  T

Magnetic field of heart:  $10^{-10}$  T

Magnetic field of brain:  $10^{-13}$  T

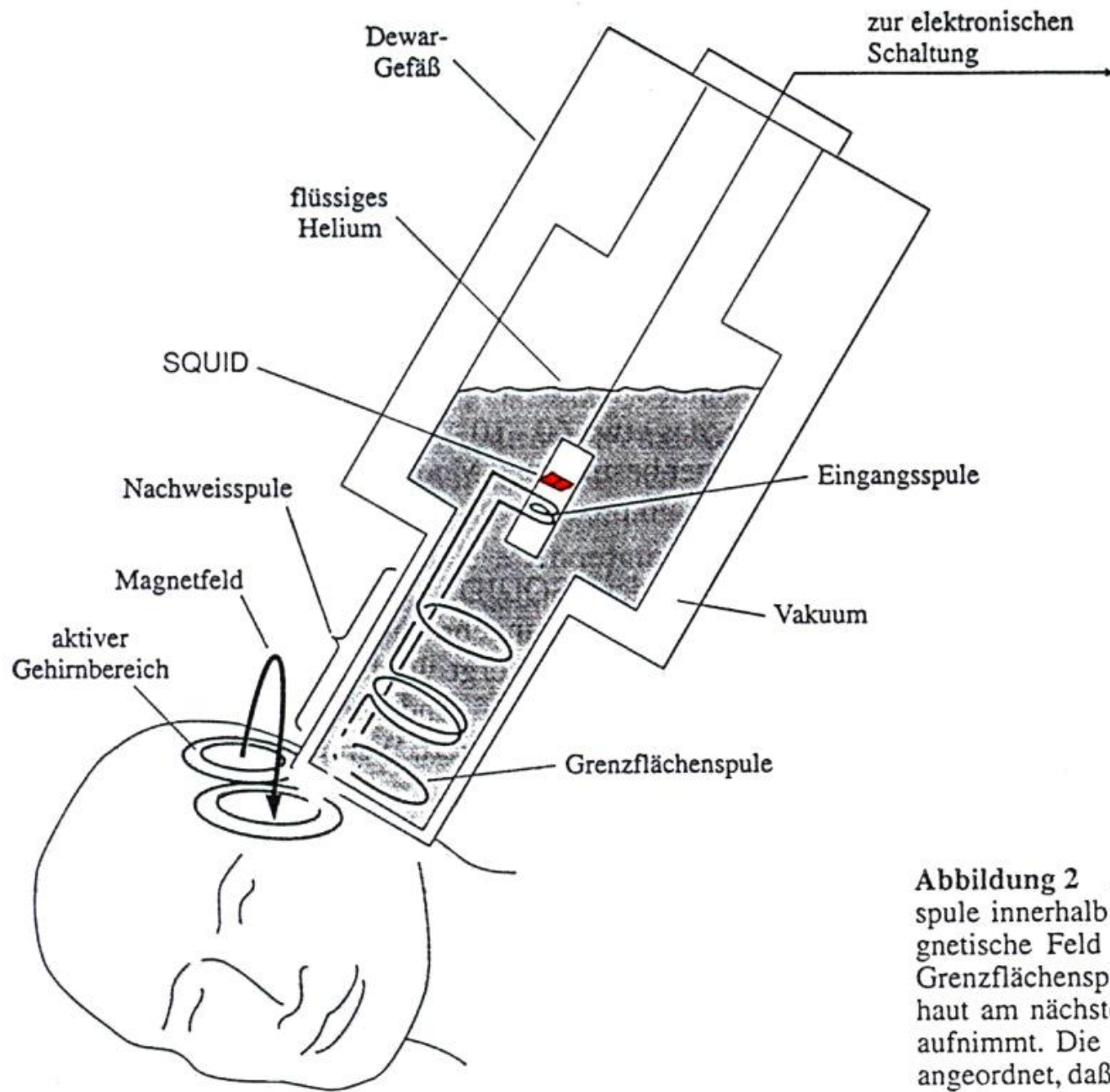


constant bias current

measured  $V$  oscillates with  $\Delta\phi$  at junctions

depends upon flux change

oscillation count corresponds to flux change

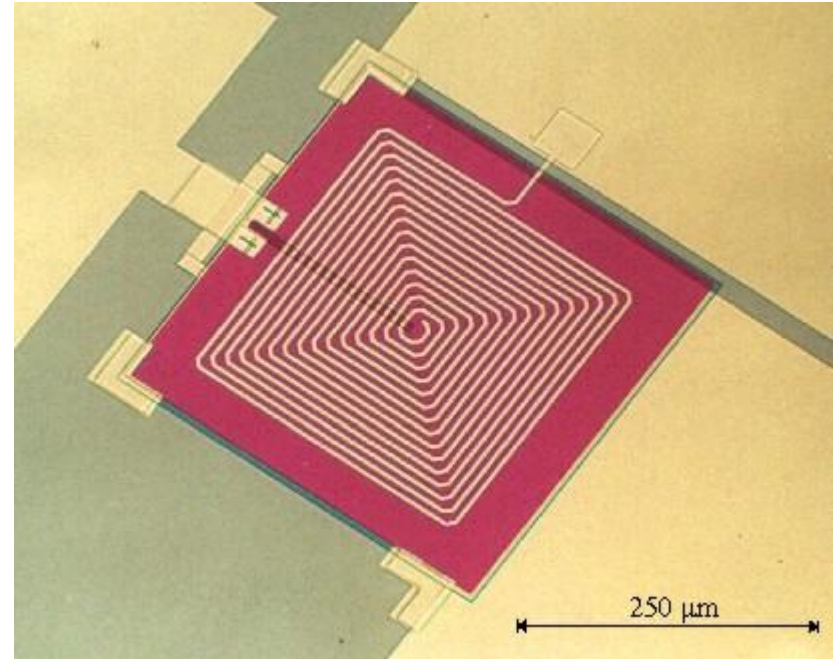


**Abbildung 2** Anordnung eines SQUIDs und einer Nachweisspule innerhalb eines Dewargefäßes. Hiermit läßt sich das magnetische Feld eines aktiven Gehirnbereichs nachweisen. Die Grenzflächenspule ist der Teil der Nachweisspule, die der Kopfhaut am nächsten ist und die das stärkste biomagnetische Feld aufnimmt. Die anderen Windungen der Nachweisspule sind so angeordnet, daß der gesamte magnetische Fluß homogener Felder oder homogener Feldgradienten der Umgebung null wird.



# Gleichstrom-SQUID

dc squid



SQUID:  
**s**uperconducting **q**uantum  
**i**nterferometer **d**evice

# Cuprates

1983: copper-oxides

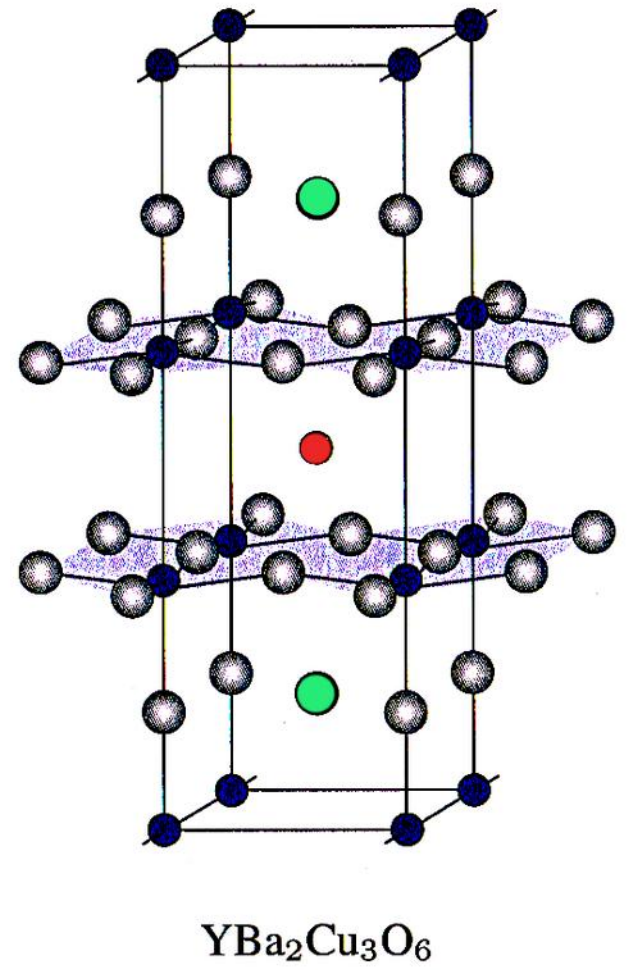
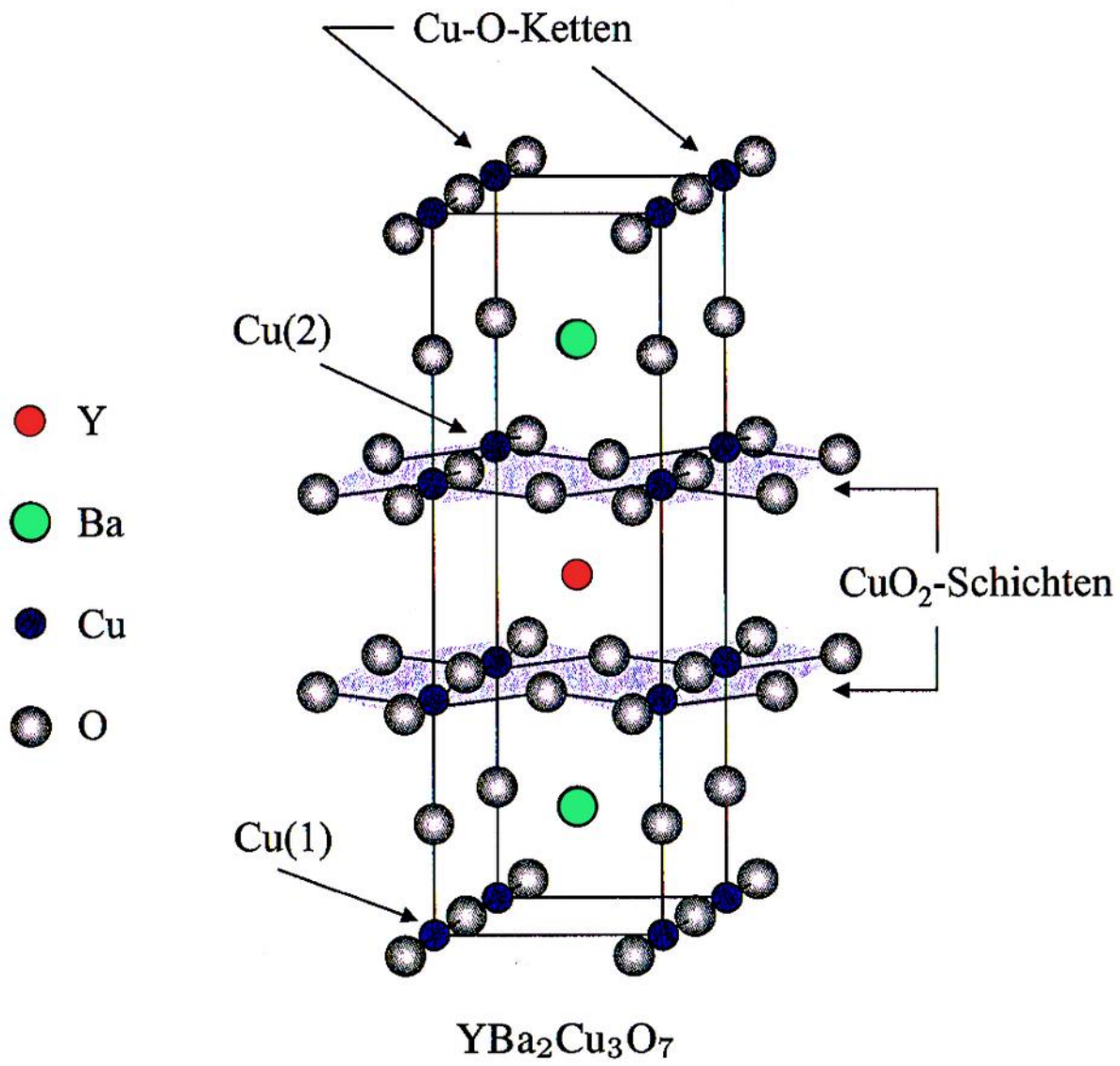
insulating ceramics

Nobel prize 1987



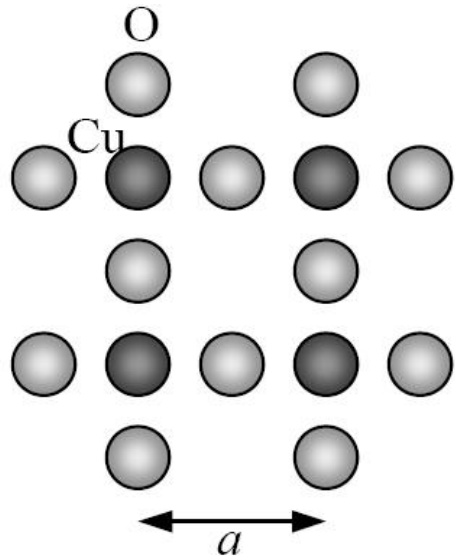
Courtesy of IBM Zurich Research Laboratory

Alex Müller, Georg Bednorz



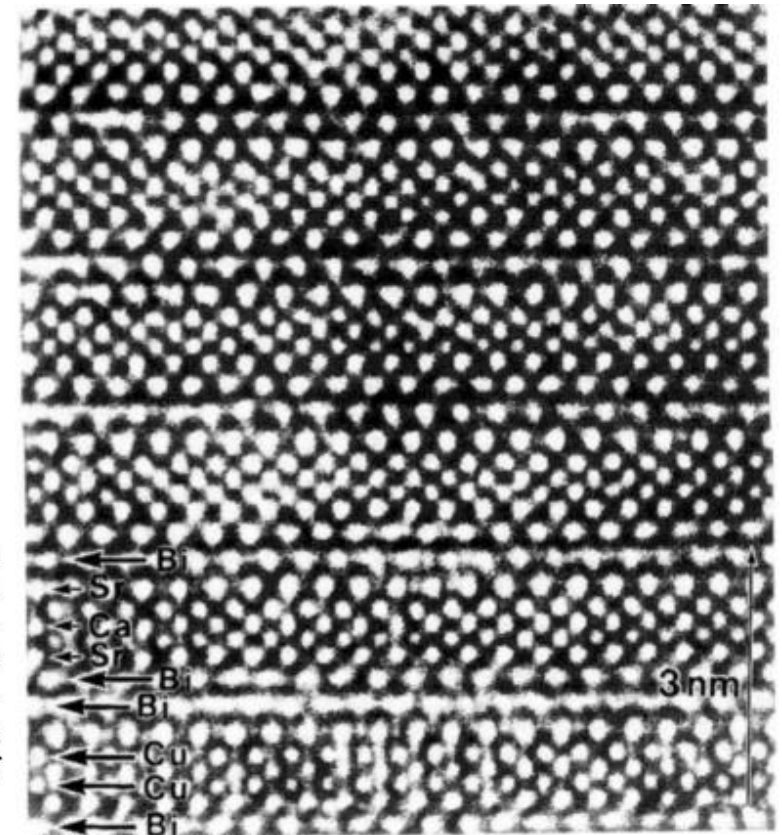
# High Temperature Superconductors (HiTc)

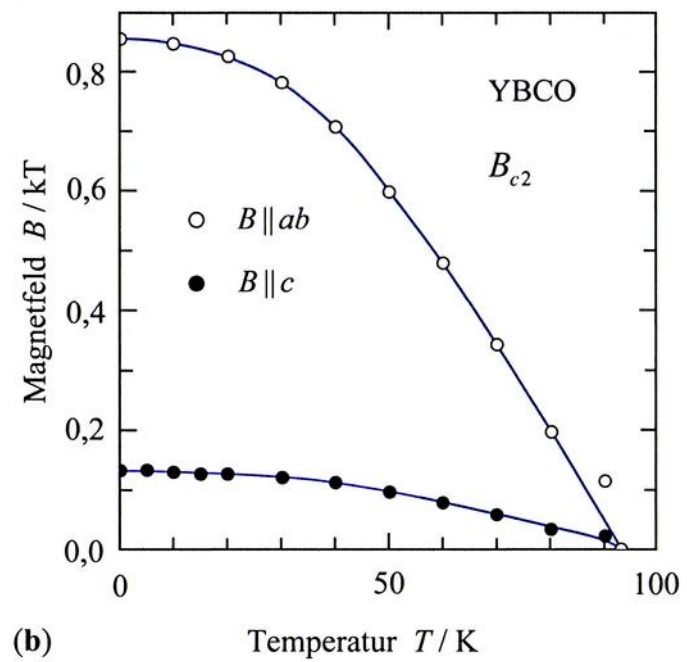
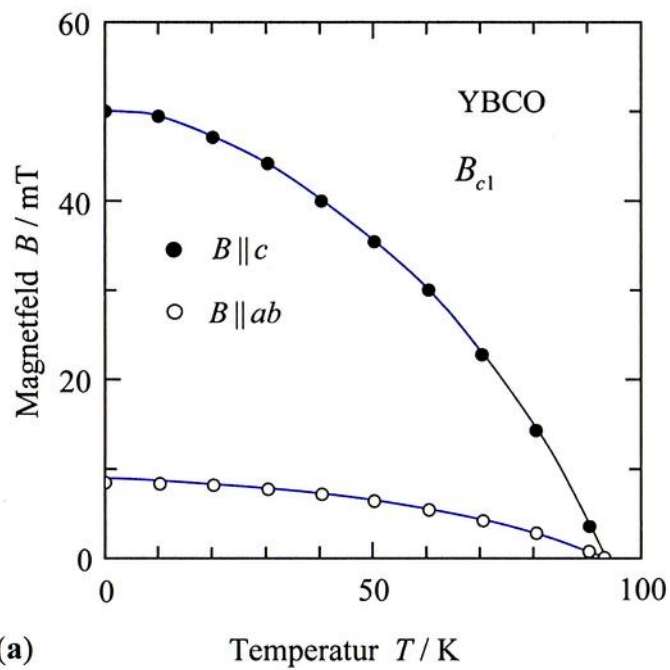
Superconductivity occurs in  $\text{Cu}^{2+}\text{O}^{2-}$  planes,  
which are stabilized by an ionic lattice



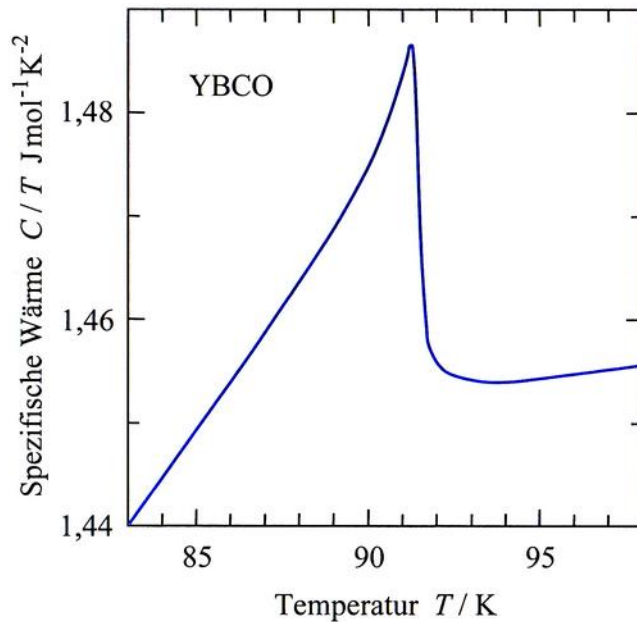
Adapted from F. Himpsel

**Fig. 10.29.** High-resolution transmission electron microscope (TEM) picture of a  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$  film. For transmission perpendicular to the  $c$ -axis of the crystal the layer structure of the superconductor is visible. Light and dark points correspond to the positions of rows of atoms. (After [10.24].)





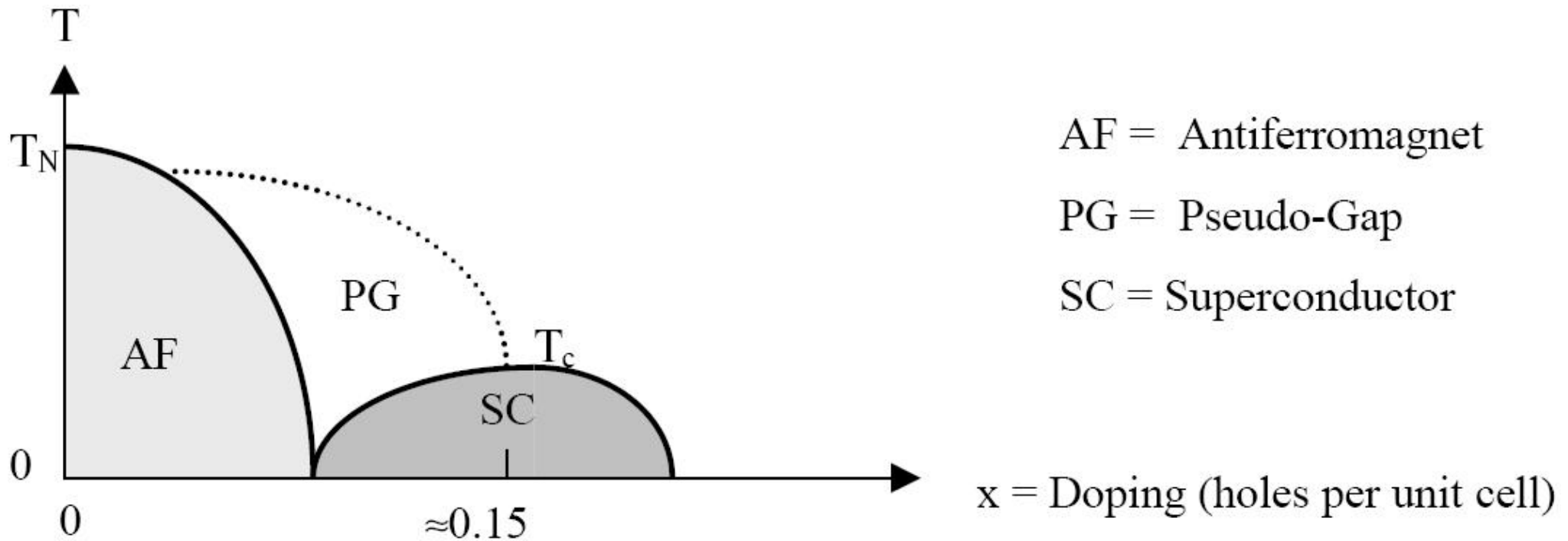
**Bild 11.34:** Kritische Magnetfelder in YBCO parallel und senkrecht zur  $c$ -Achse. Die Daten wurden aus Messungen der spezifischen Wärme und der Eindringtiefe errechnet. **a)** Untere kritische Feldstärke  $B_{c1}$ , **b)** obere kritische Feldstärke  $B_{c2}$ . (Nach D.N. Zheng et al., Phys. Rev. B **49**, 1417 (1994)).



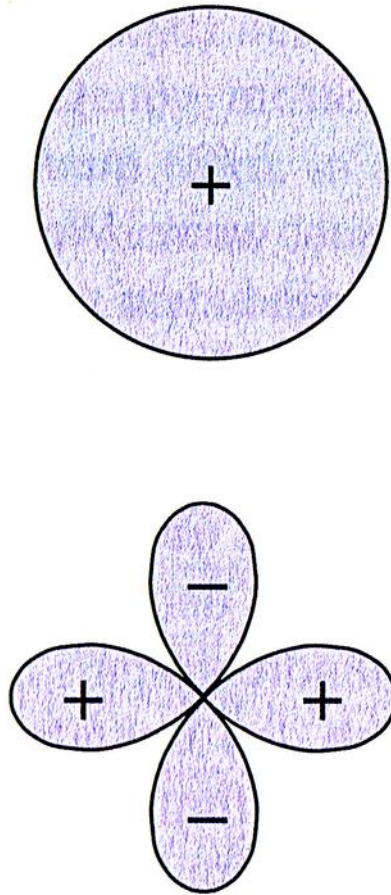
**Bild 11.35:** Spezifische Wärme von  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  in der Nähe des Sprungpunkts. Man beachte, dass der Nullpunkt der Ordinate unterdrückt ist. (Nach N. Overend et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 3238 (1994)).



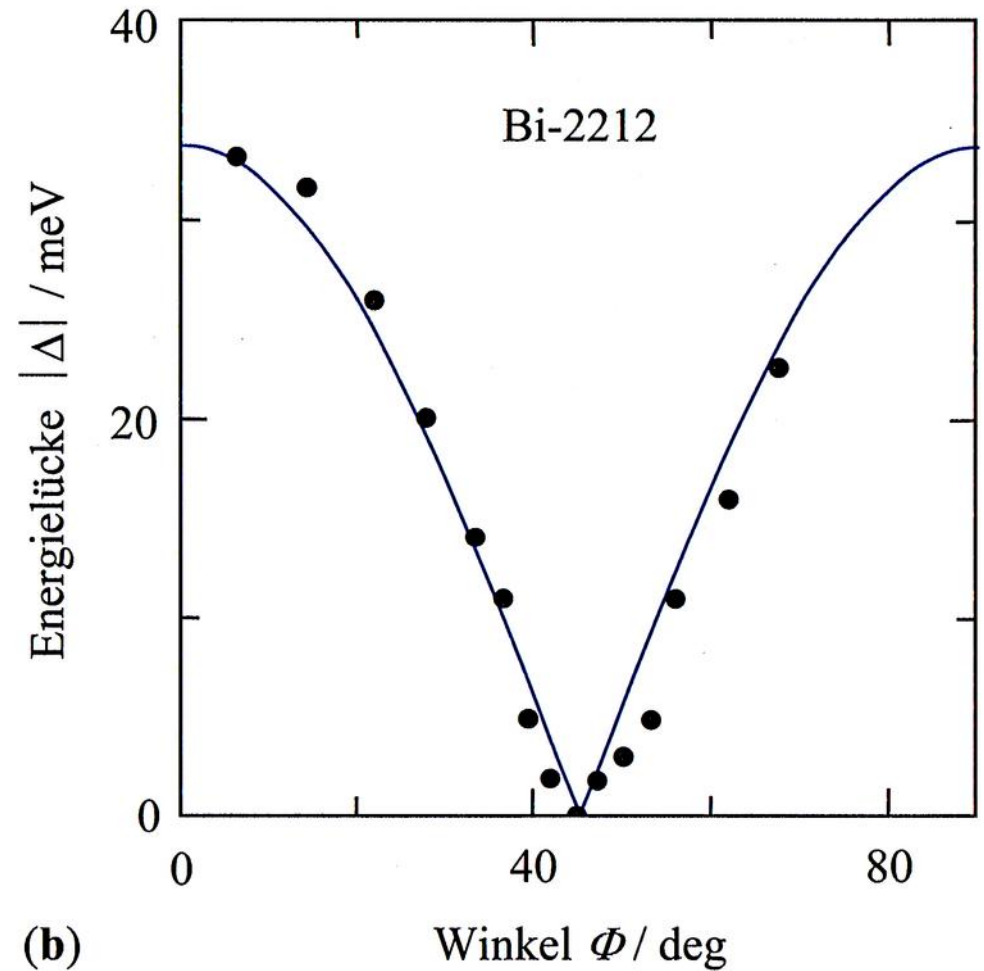
Superconducting carriers are **holes** introduced by **doping**



Big open question: Nature of the Boson that gives rise to pairing ?



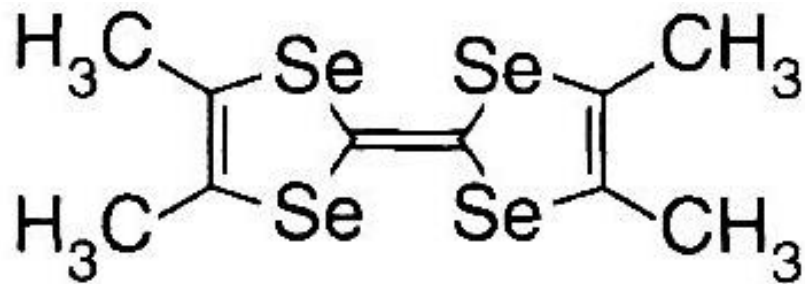
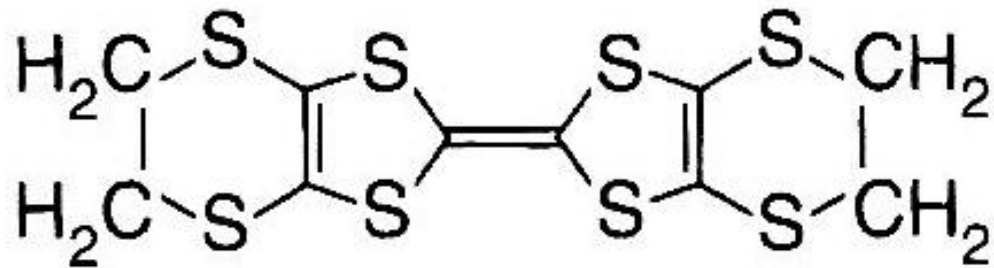
(a)



(b)

**Bild 11.36:** a) Schematische Darstellung der Gap-Funktion bei einem *s*-Wellen-Supraleiter (oben) und einem *d*-Wellen-Supraleiter (unten). b) Winkelabhängigkeit der Energielücke von Bi-2212, gemessen mit Hilfe der Photoemissionsspektroskopie. Die durchgezogene Kurve gibt die Gleichung (11.84) wieder. (Nach H. Ding et al., Phys Rev. B **54**, R9678 (1996)).

# Organic superconductors



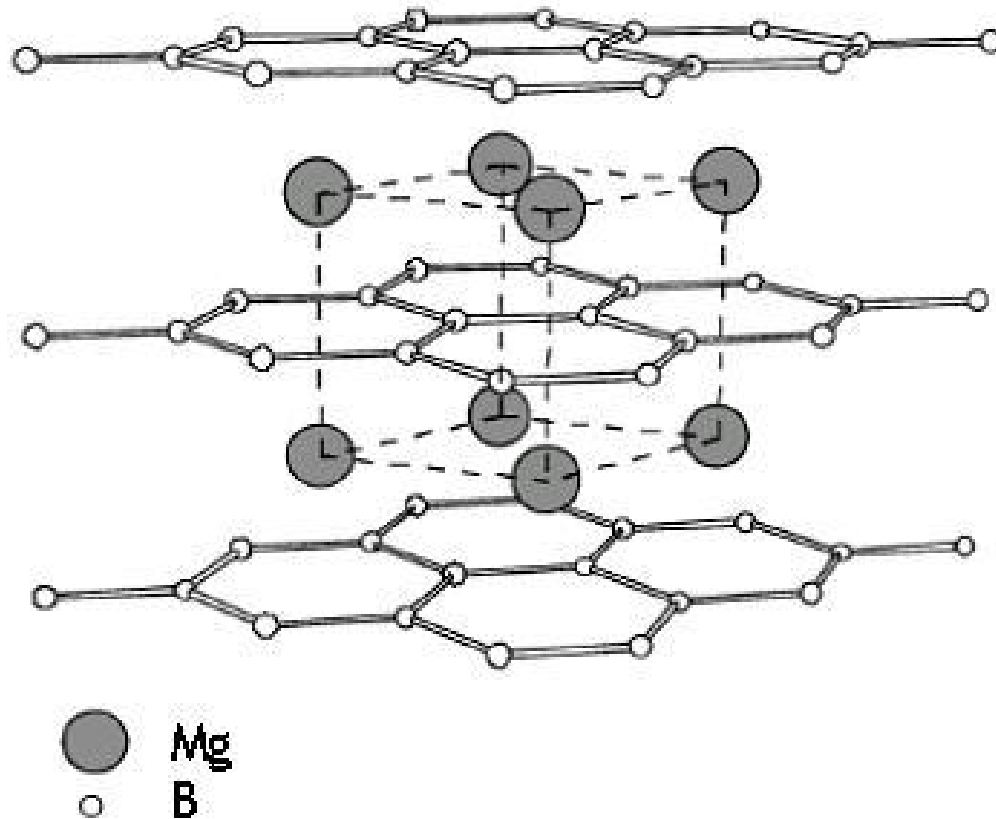
**Abb. 2.17** Strukturformeln organischer Supraleiter. (a) TMTSF (= Tetramethyl-tetraselenafulvalen); (b) BEDT-TTF (= Bisethylen-dithia-tetrathiafulvalen).

# 2001 MgB<sub>2</sub>

$T_c = 39 \text{ K}$

non-oxide

"will outperform NbTi & Nb<sub>3</sub>Sn in high B-applications"



# Rapid Single-Flux-Quantum (RSFQ) devices

Ultrafast Josephson junction circuitry

proposed by Likharev, Mukhanov, Semenov (then @ Moscow State U.)

bits coded by single flux quanta

picosecond pulses for switching

estimated LSI clock frequency > 100 GHz

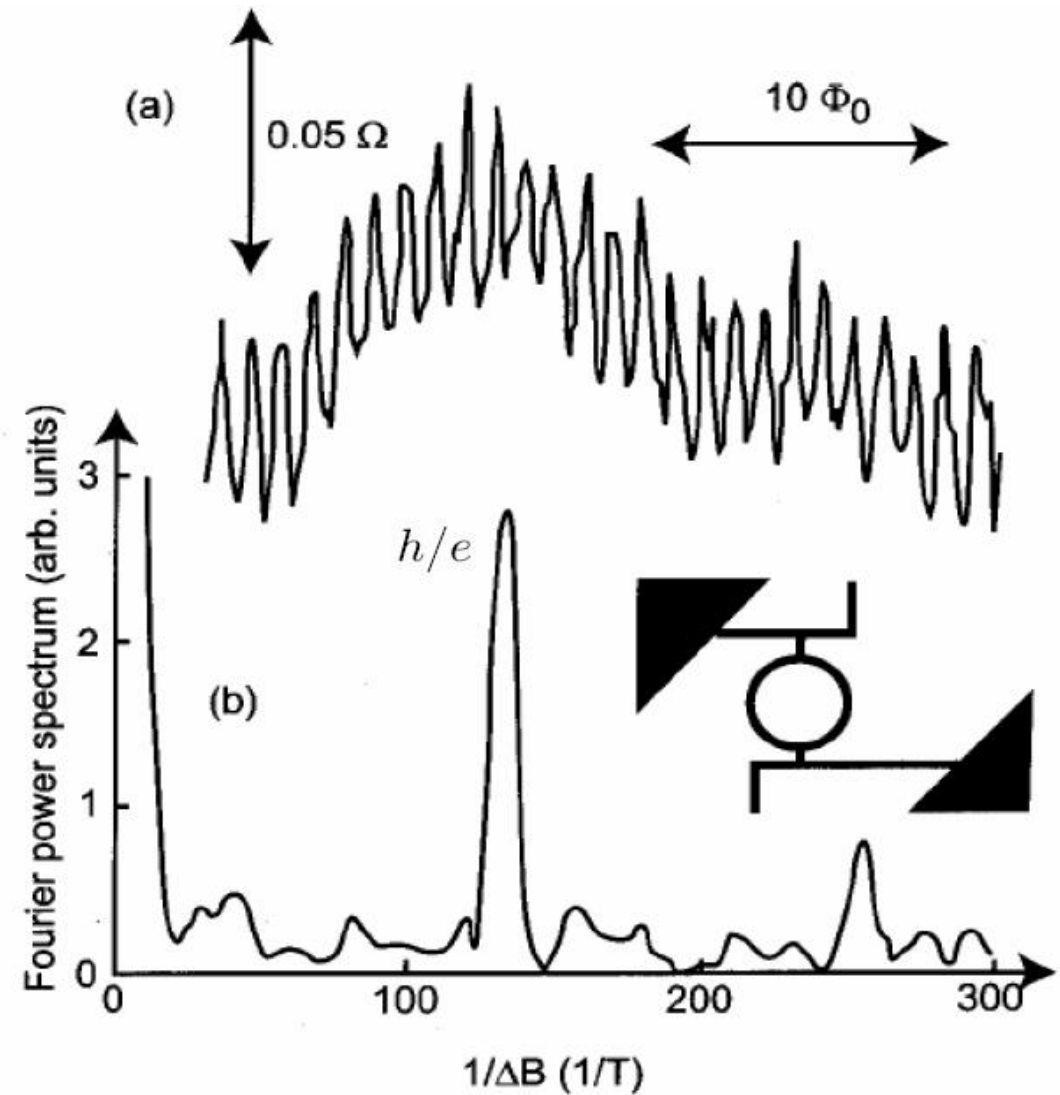
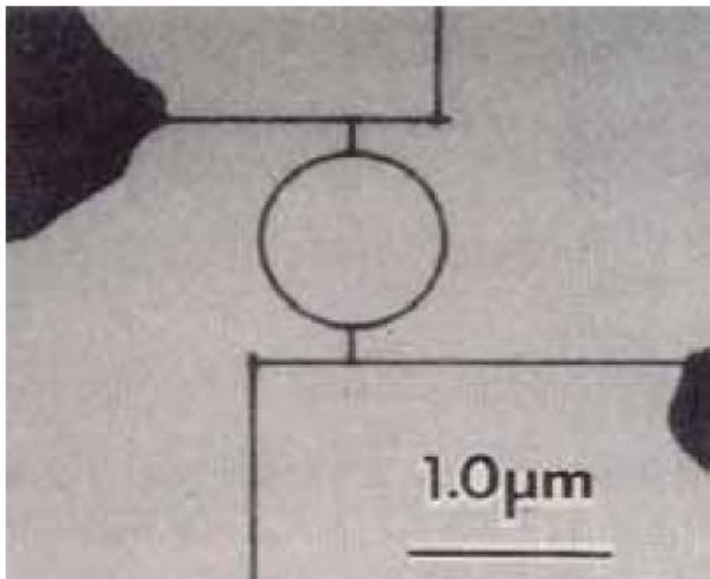
i.e. > 300 times > than fastest complex semiconductor circuits



# Aharonov-Bohm-Effekt

$$T = 2T_0 \left[ 1 + \cos \left( \frac{\Phi}{\Phi_0} + \phi \right) \right]$$

kleiner Gold-Ring



# Weak Localization

