

Elektronentransport im Bändermodell

Zustände charakterisiert durch \mathbf{k} : unendlich ausgedehnte Welle

Transport = Bewegung von Elektronen \rightarrow Wellenpakete

$$\Psi(\mathbf{x}, t) \propto \int_{k-\frac{1}{2}\Delta k}^{k+\frac{1}{2}\Delta k} a(k) \exp(i(kx - \omega t)) dk$$

Gruppengeschwindigkeit: $d\omega/dk$ in 3D: $\vec{v} = \nabla_{\vec{k}} \omega(\vec{k})$ (a)

(passt für freie e: $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ $\vec{v} = \frac{1}{m} \hbar \vec{k} = \vec{p}/m$)

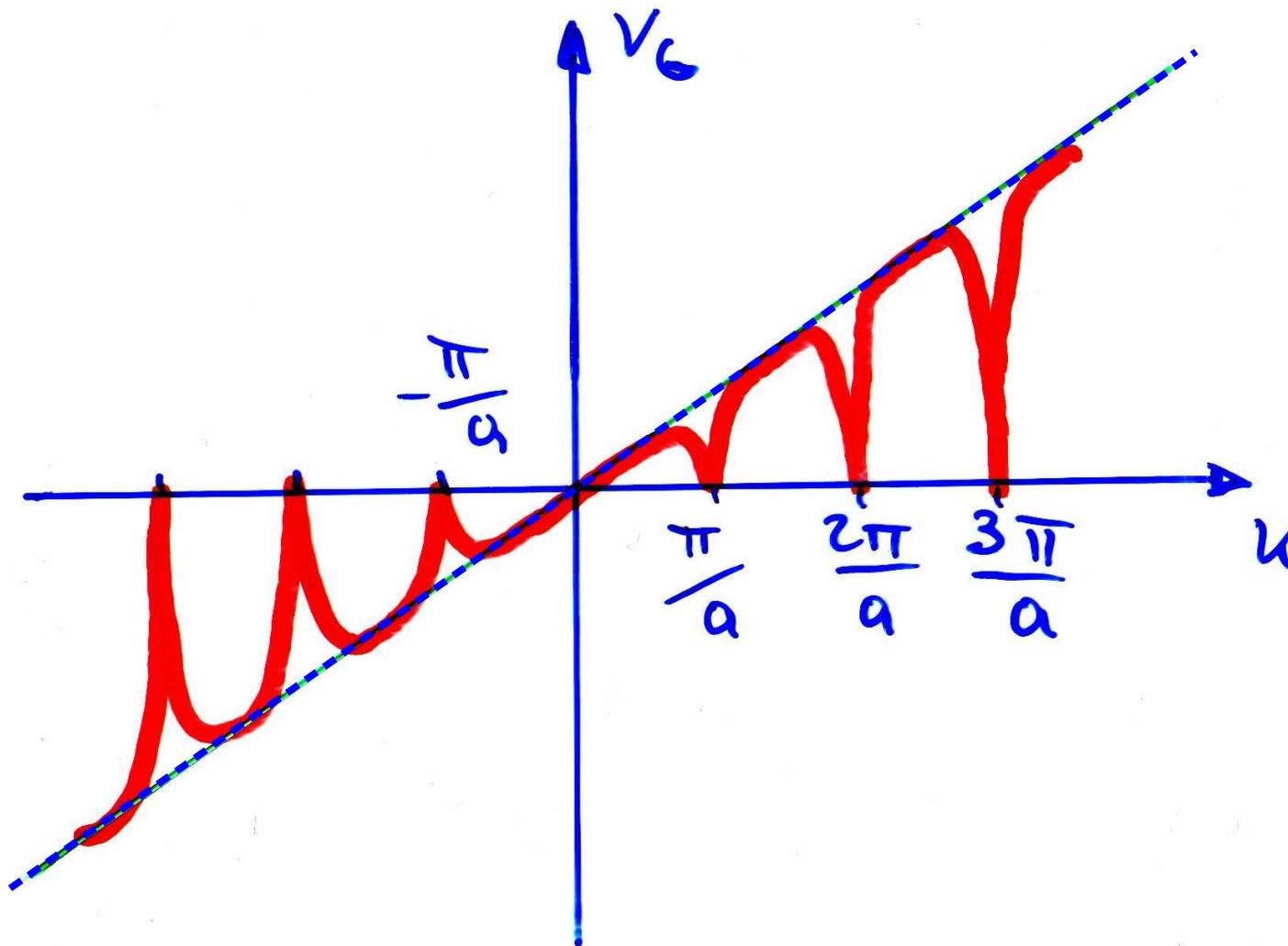
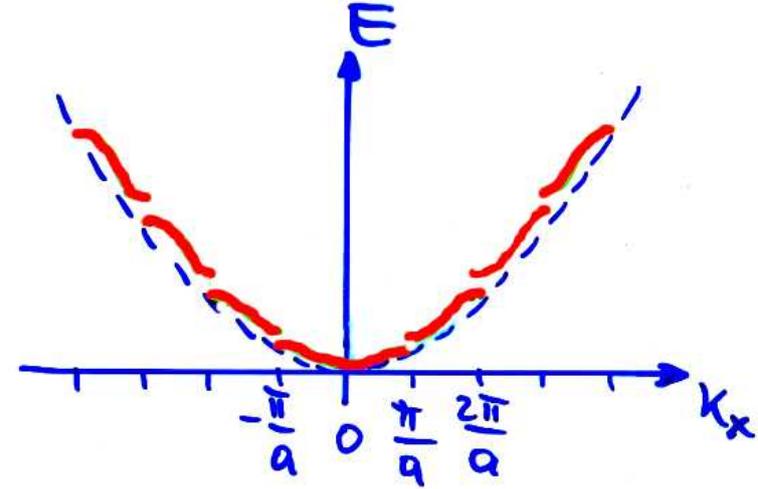
$\boldsymbol{\varepsilon}$ -Feld ändert e-Energie: $\delta E = -e \vec{\varepsilon} \vec{v} \delta t$

Taylorreihe: $\delta E = \nabla_{\vec{k}} E \delta \vec{k}$

$$\Rightarrow \nabla_{\vec{k}} E \delta \vec{k} \stackrel{(a)}{=} \hbar \vec{v} \delta \vec{k} = -e \vec{\varepsilon} \vec{v} \delta t \Rightarrow \hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e \vec{\varepsilon} \quad \text{halbklassische Bewegungsgleichung}$$

Gruppengeschwindigkeit

$$v_G = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$



$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e\vec{\varepsilon}$$

d/dt (a), komponentenweise: $\frac{d}{dt} v_i = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} (\nabla_{\vec{k}} E)_i$

nutze: $\frac{d}{dt} \frac{d}{dk} E = \frac{d^2 E}{dk^2} \frac{dk}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} v_i = \frac{1}{\hbar} \sum_j \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \frac{dk_j}{dt}$$

$$= \frac{1}{\hbar^2} \sum_j \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} (-e \varepsilon_j)$$

analog zu: $\frac{d}{dt} v_i = \frac{1}{m} (-e \varepsilon_i)$

m^* : Tensor der effektiven Masse

~ Bandkrümmung

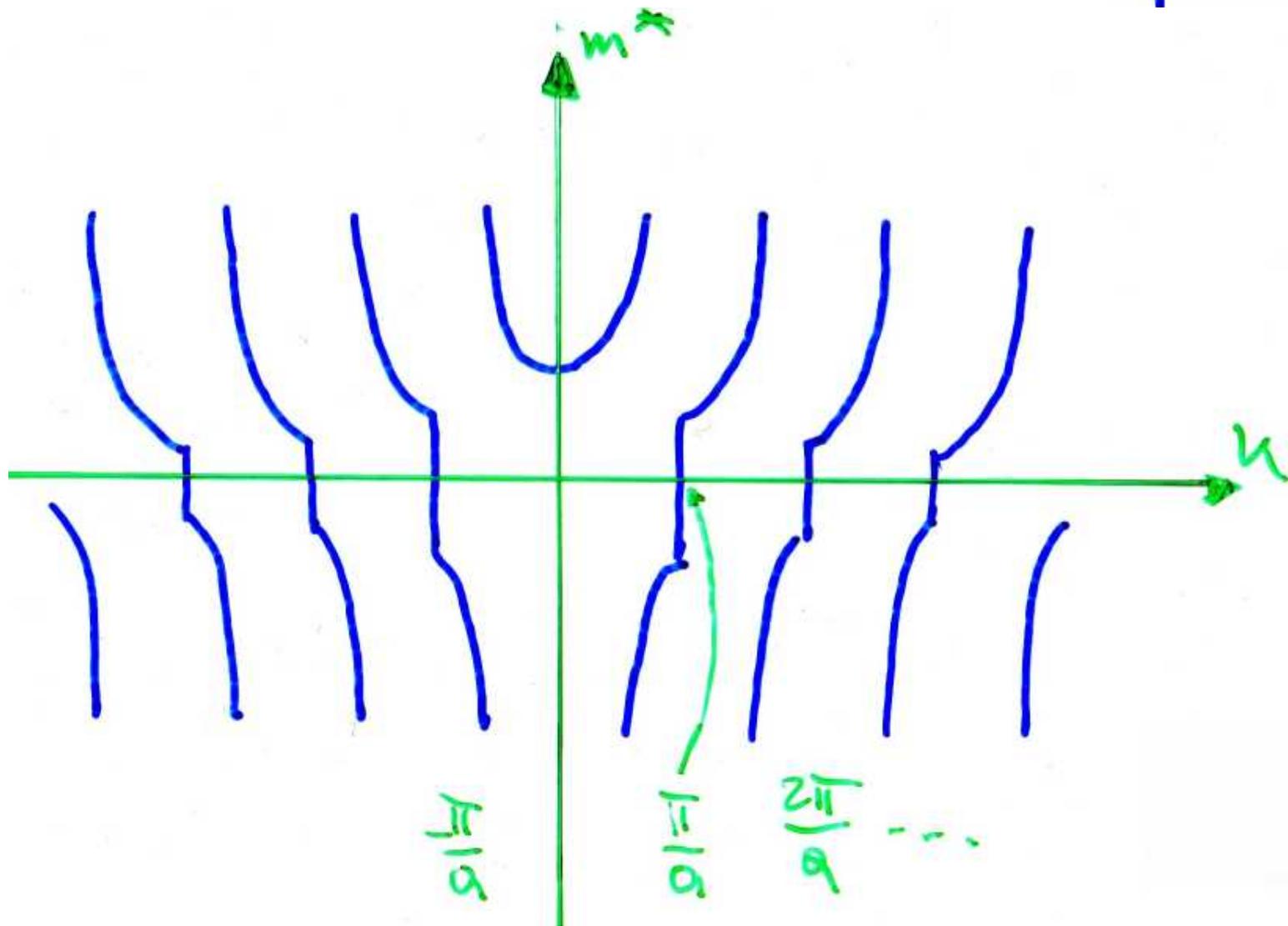
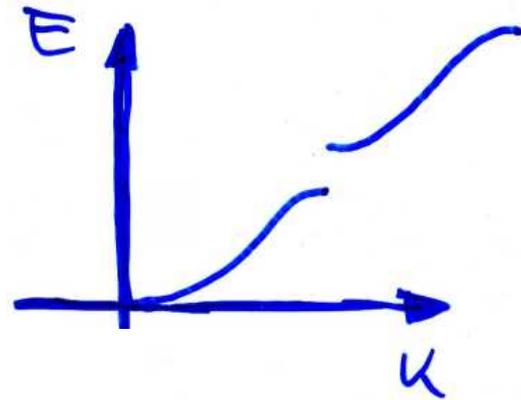
hängt von k , i.e. Bewegungszustand, ab

Feld in Richtung i kann \mathbf{a} in Richtung j bewirken

Test: für freies e ist $m^*=m$; ok!

$$\left(\frac{1}{m^*} \right)_{ij} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j}$$

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right)^{-1}$$



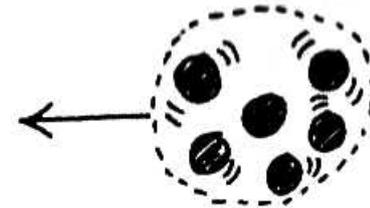
Effektive Masse (bei E_F)

Metall	m^*/m
Li	1,2
Be	1,6
Na	1,2
Al	0,97
Co	14
Ni	28
Cu	1,01
Zn	0,85
Ag	0,99
Pt	13
heavy fermions	~ 1000

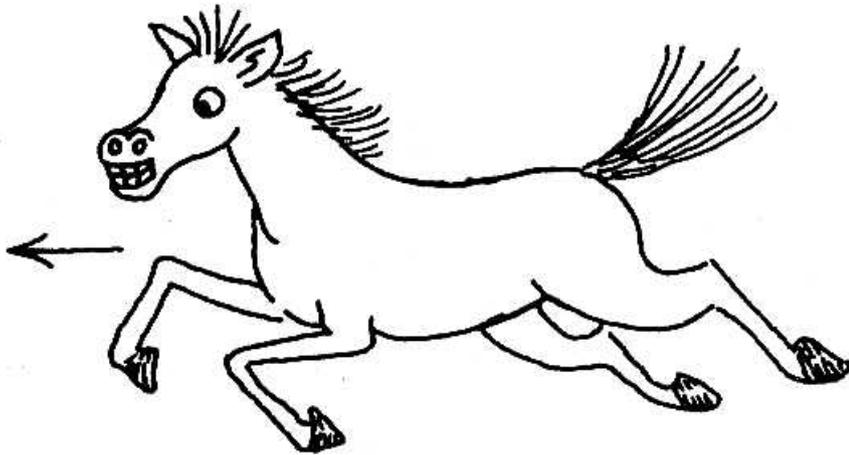
The Quasiparticle Concept



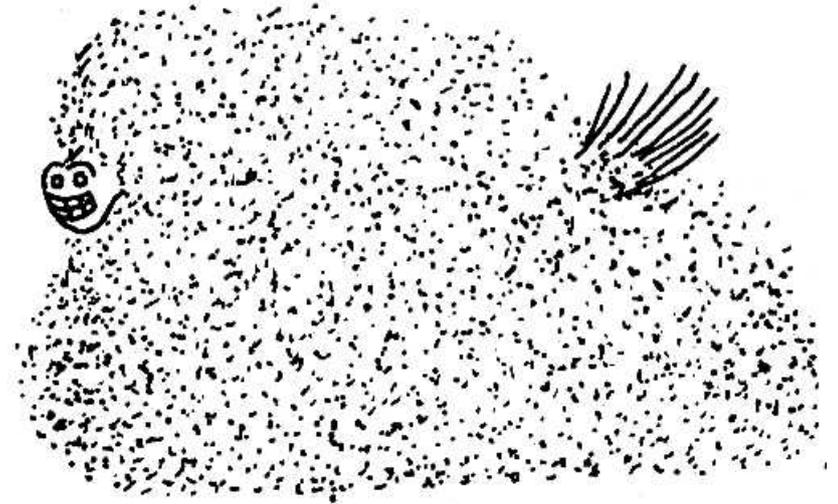
real particle



quasi particle



real horse



quasi horse

R.D. Mattuck

A Guide to Feynman Diagrams in the Many-Body Problem
(Dover, 1992)

Blochoszillationen

Sei $\mathbf{F} = \text{const.} = -e \boldsymbol{\varepsilon}$ und Streuzeit τ sehr groß

→ glm. Beschleunigung im \mathbf{k} -Raum

E und Ψ sind im \mathbf{k} -Raum periodisch

→ periodische Änderung der Geschwindigkeit

→ periodische Änderung des Ortes = Blochoszillation

("Anschaulich":
wenn k gegen
Zonenrand läuft, tritt
Braggreflektion auf)

Periode der Blochoszillation?

$|\dot{\mathbf{k}}| = e \boldsymbol{\varepsilon} / \hbar$ ist Geschwindigkeit im \mathbf{k} -Raum, BZ hat Abmessung $2\pi/a$

$$\text{Also: } T_{\text{Bloch}} = \frac{2\pi}{a} \div \frac{e \boldsymbol{\varepsilon}}{\hbar} = \frac{h}{a e \boldsymbol{\varepsilon}}$$

Für $\boldsymbol{\varepsilon} = 1 \text{ kV/m}$, $a = 200 \text{ pm}$: $T_{\text{Bloch}} \approx 20 \text{ ns}$, $f_{\text{Bloch}} \approx 50 \text{ MHz}$

mit $v \approx 10^6 \text{ m/s}$: $\delta_x = v T_{\text{Bloch}} / 4 \approx 5 \text{ mm}$

Wenn das genau so wäre, gäbe es keinen DC-Strom!

Aber: Stöße, ca. alle 10 nm

Blochoszillationen also unsichtbar in Metallen

Halbleiterheterostrukturen:

Übergitter mit $a \approx 10$ nm

→ schmale Minibänder

→ v_F viel kleiner

→ Blochoszillationen nachweisbar

Nachweis: e synchron bewegt → Brechungsindex oszilliert

→ Reflektivität oszilliert

OBSERVATION OF BLOCH OSCILLATIONS IN A SEMICONDUCTOR SUPERLATTICE

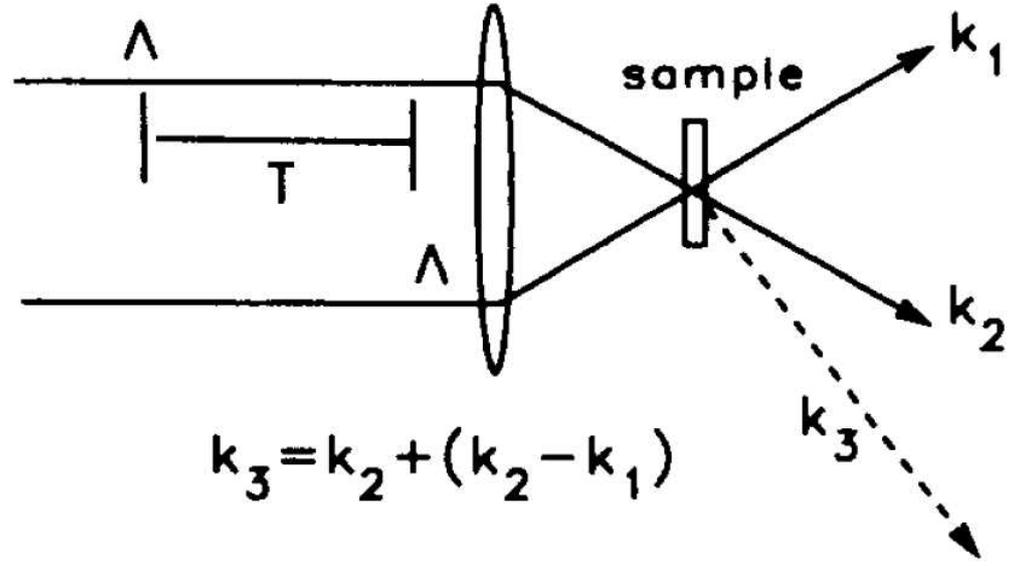
Karl Leo, Peter Haring Bolivar, Frank Brüggemann, and Ralf Schwedler

Institut für Halbleitertechnik, RWTH Aachen,
Sommerfeldstrasse 24, W-5100 Aachen, Germany

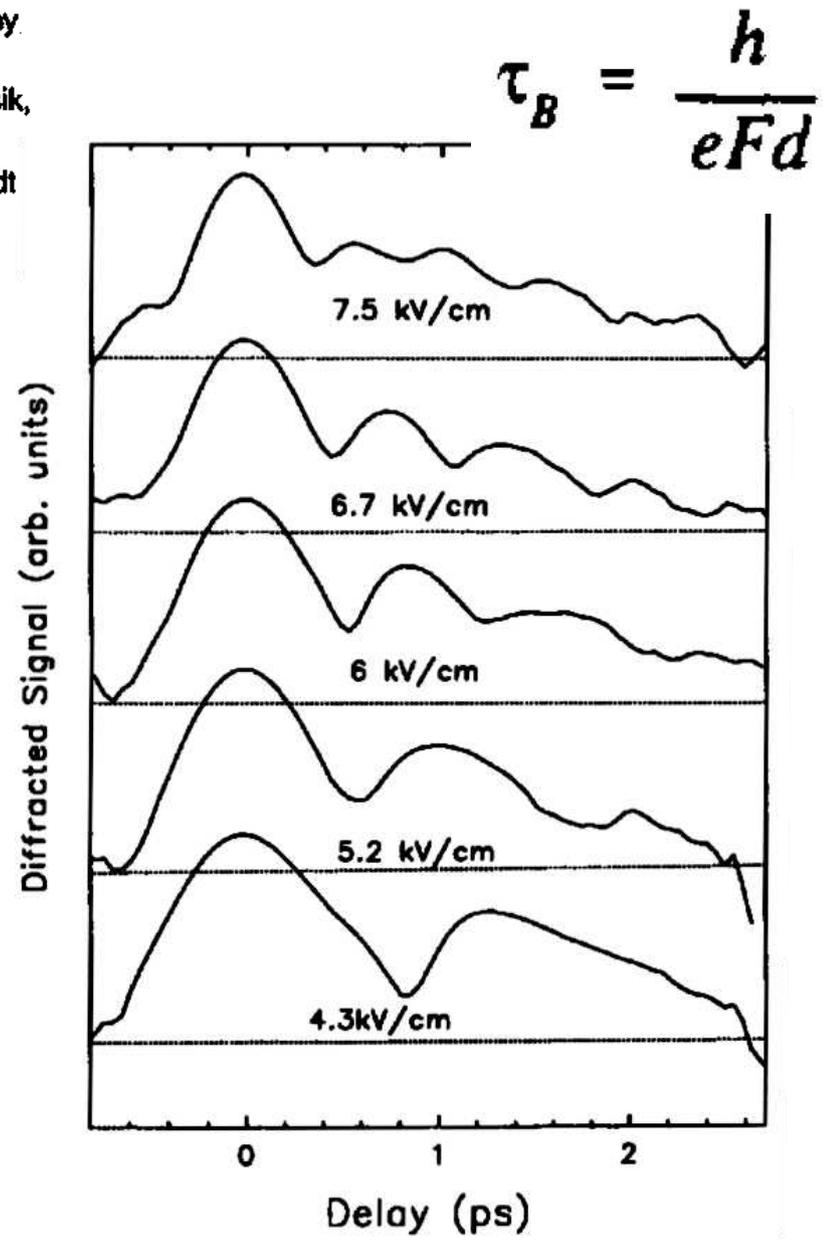
Klaus Köhler

Fraunhofer-Institut für angewandte Festkörperphysik,
Tullastrasse 72, W-7800 Freiburg, Germany

Received 29 September 1992 by G. Güntherodt



Application: THz source



Elektronen und Löcher

$$\vec{j} = qn\vec{v} = -eV^{-1} \sum_{\vec{k}} \vec{v}(\vec{k})$$

$$D(\vec{k}) = 2 \frac{V}{8\pi^3}$$

$$\Rightarrow \vec{j} = -\frac{e}{4\pi^3} \int_{\text{besetzt}} \vec{v}(\vec{k}) d^3k$$

Strombeitrag eines vollen Bands: (kein Spin)

$$E(\vec{k}) = E(-\vec{k}) \Rightarrow \vec{v}(-\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(-\vec{k}) = -\frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) = -\vec{v}(\vec{k})$$

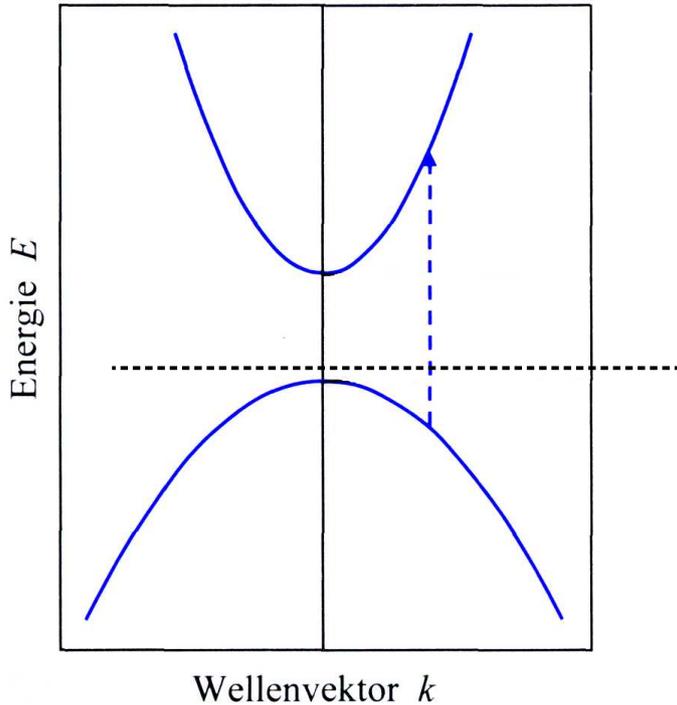
$$\Rightarrow \sum_{\vec{k}} \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{j} = 0$$

Strombeitrag in teilgefülltem Band:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= -\frac{e}{4\pi^3} \int_{\text{besetzt}} \vec{v}(\vec{k}) d^3k = -\frac{e}{4\pi^3} \left[\int_{BZ} \vec{v}(\vec{k}) d^3k - \int_{\text{leer}} \vec{v}(\vec{k}) d^3k \right] \\ &= +\frac{e}{4\pi^3} \int_{\text{leer}} \vec{v}(\vec{k}) d^3k \end{aligned}$$

Strom beschreibbar durch Elektronen oder Löcher (Defektelektronen)

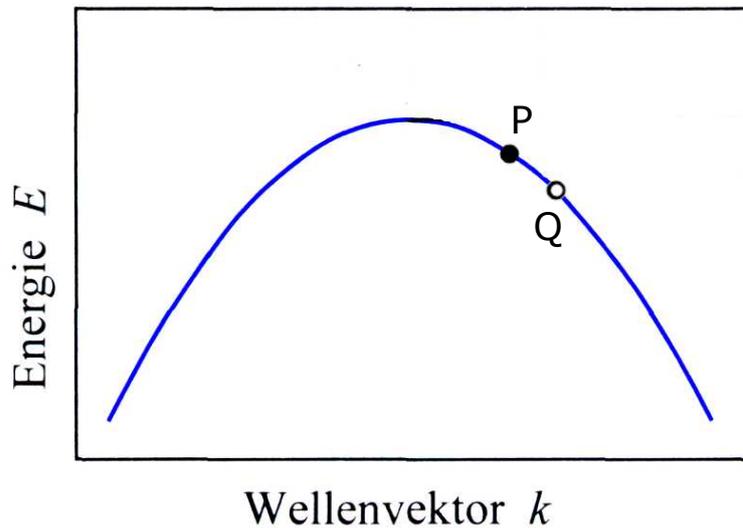
Eigenschaften von Löchern I



Rege e mit \mathbf{k}_n (via Photon) aus vollem, unterem Band ($\sum_{\text{unteres Band}} \mathbf{k} = 0$) an.

Danach: $\sum_{\text{unteres Band}} \mathbf{k} = -\mathbf{k}_n$

Also: Kristallimpuls des Lochs $\mathbf{k}_p = -\mathbf{k}_n$



Elektron P falle in Loch Q,

gewinnt dabei Energie $E_p - E_Q$

Oder: Loch steigt auf nach P,

gewinnt dabei obige Energie.

Folglich umgedrehte E -Achse: $E_p = -E_n$

Eigenschaften von Löchern II

$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{ij}^{(p)} = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)^{(p)} \quad \text{Nutze } \mathbf{k}_p = -\mathbf{k}_n \text{ und } E_p = -E_n$$
$$= \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{-\partial^2 E}{(-\partial k_i)(-\partial k_j)} \right)^{(p)} = - \left(\frac{1}{m^*} \right)_{ij}^{(n)}$$

Wo hilft uns das?

Halbleiter: parabolische Bandkanten
wenige Löcher, wenige Elektronen

Thermoelektrische Effekte

e^- trägt Ladung und kinetische Energie, die von T abhängt

→ Ladungsstrom verbunden mit Wärmestrom

$$j_q = n (-e) (-\mu_e) E = n e \mu_n E$$

Vorzeichenkonvention hier:

$$\mu = |v| / E, \text{ folglich } \sigma = n e \mu_n + p e \mu_p$$

mittl. transportierte Energie pro e^- :

$$(E_C - m) + 3/2 k_B T$$

m hier chem. Potential

→ Energiestrom

$$j_u = n (E_C - m + 3/2 k_B T) (-\mu_n) E$$

Definiere Peltierkoeffizienten Π : $j_u = \Pi j_q$

Elektronen: $\Pi_n = - (E_C - m + 3/2 k_B T) / e$ (<0 , weil j_u und j_q entgegengesetzt)

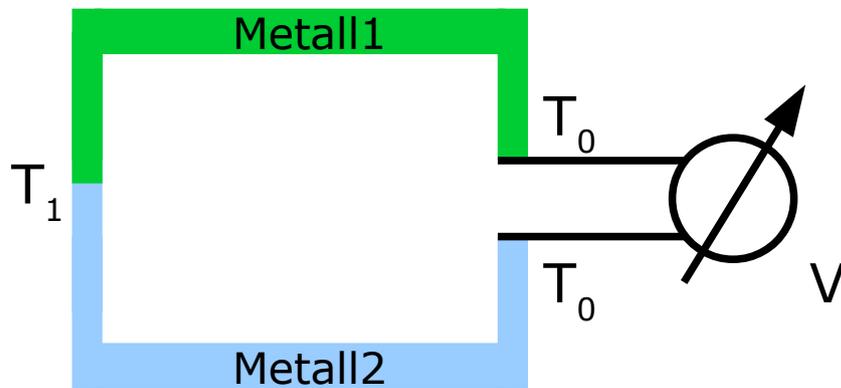
Löcher: $\Pi_p = - (m - E_V + 3/2 k_B T) / e$ (>0)

in offenem Kreis erzeugt ∇T ein **E**-Feld -

absolute Thermokraft oder Seebeckkoeffizient S

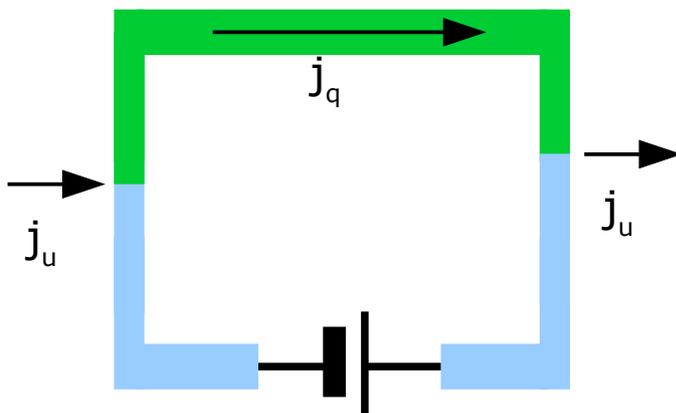
$$E = S \nabla T$$

Kelvinrelation (irrev. Thermodynamik): $\Pi = S T$



Seebeck Effekt (1821)

$$V = (S_1 - S_2)(T_1 - T_0)$$



Peltier Effekt (1834)

$$j_u = (\Pi_1 - \Pi_2) j_q$$

Kennzahl (figure of merit) für thermoelektrische Energieerzeugung

$$ZT = S^2 T \sigma / \kappa$$