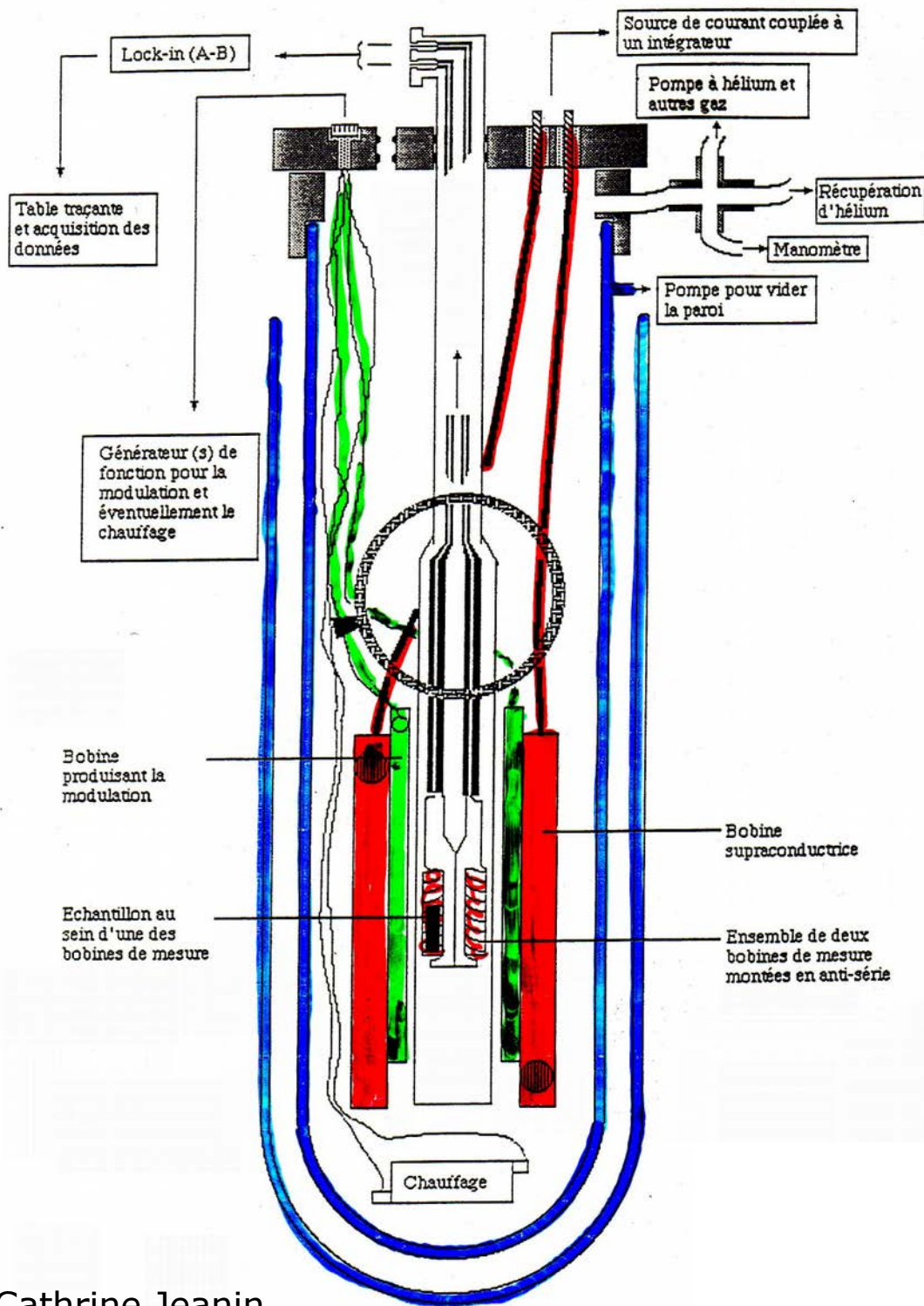


Fig. VIII.4a, b. Original recordings of the oscillations found in the magnetic susceptibility of gold. a As a function of magnetic field strength. b Upon varying the direction of the magnetic

field (after [VIII.3]). Such quantum oscillations can only be observed of course for a sufficiently sharp Fermi distribution ( $kT < \hbar\omega_c$ )

# TRAVAUX PRATIQUES

Annexe 5 : Schéma du montage



$$\begin{aligned} U_{\sim} &= c \, dM/dt \\ &= c \, dM/dB \, dB/dt \\ &= c \, \chi \, dB/dt \end{aligned}$$

1930 Landau: Quantisierung der Elektronenbahnen im B-Feld

1930 de Haas & van Alphen: Beobachtung des dHvA Effekts

1952 Onsager: Beziehung zwischen Periode und Fermifläche

# Electron motion in a magnetic field

Lorentz force

$$m \mathbf{v} = \hbar \mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = \hbar^{-1} \nabla_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k})$$

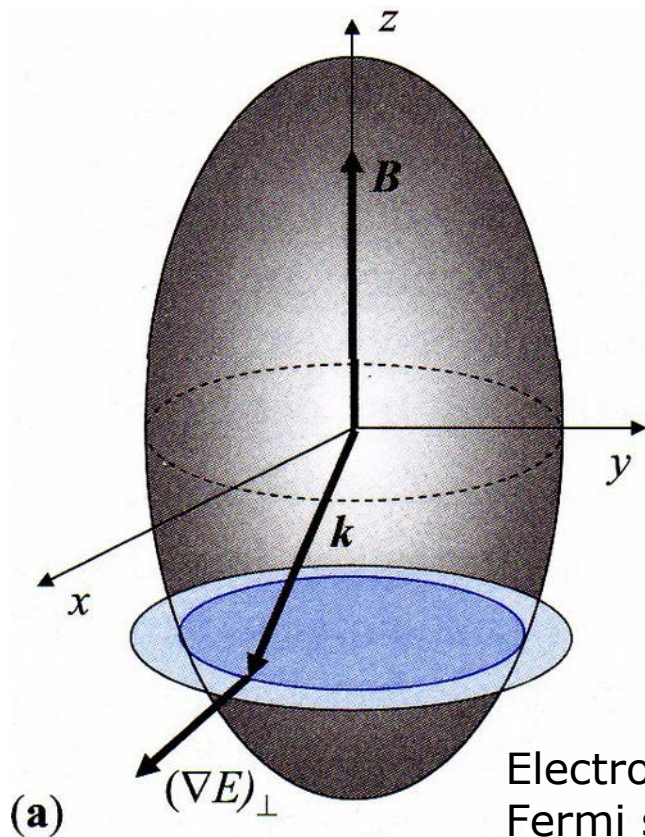
$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

eq. of motion

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = \frac{e}{\hbar^2} (\nabla_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k}) \times \mathbf{B})$$

$$T = \int dt = \frac{\hbar^2}{e} \frac{1}{B} \oint_{\text{perimeter}} d\mathbf{k} \frac{1}{(\nabla_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k}))_{\text{perp}}}$$

*perp*: component  
perpendicular to  $B$

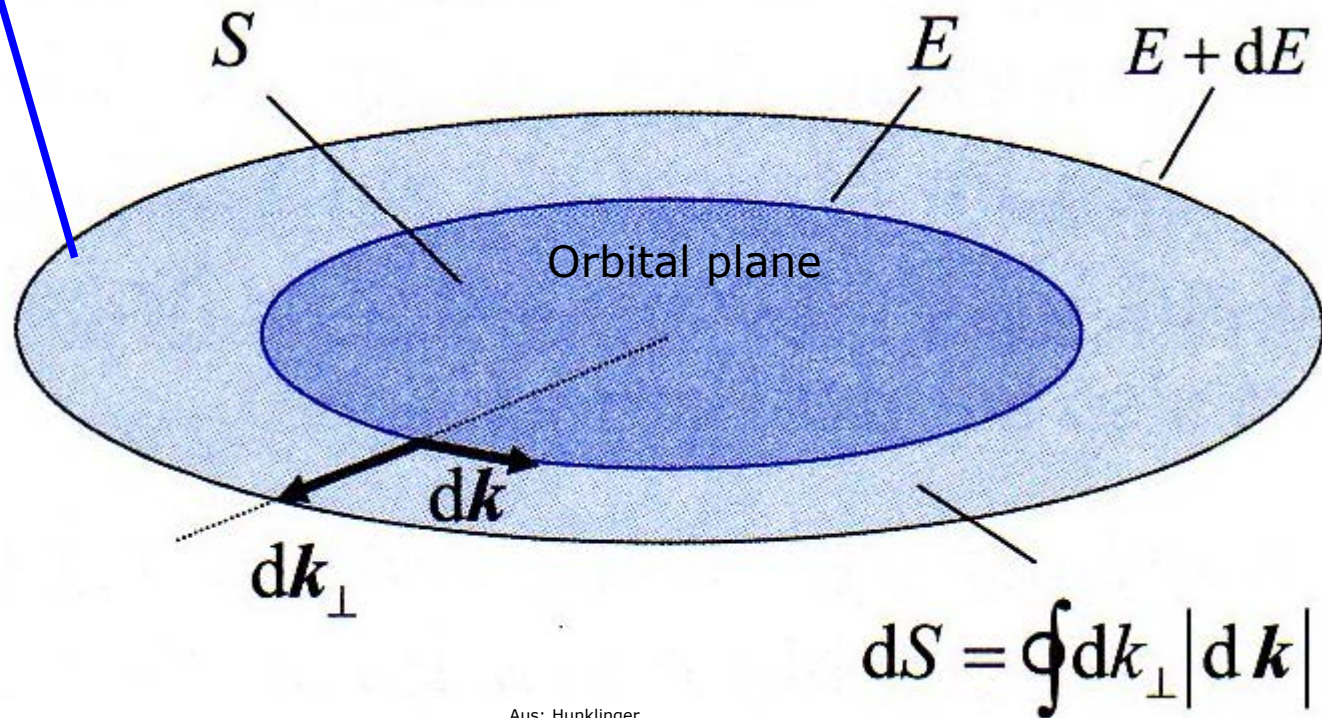


Electron orbit on  
Fermi surface (ellipsoid)

$$\left(\nabla_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k})\right)_{\text{perp}} = \frac{dE}{dk_{\text{perp}}}$$

$k_{\perp}$  perpendicular to  $B$  & ( $E=\text{const.}$ )

$$T = \frac{\hbar^2}{eB} \oint d\mathbf{k} \frac{dk_{\text{perp}}}{dE} = \frac{\hbar^2}{eB} \frac{dS}{dE}$$



$$T = \frac{\hbar^2}{e B} \frac{dS}{dE} \quad \text{enclosed k-area determines } T$$

⇒  $T$  provides information on Fermi surface

in particular, for nearly free electrons:

$$S = \pi k^2 = \pi 2 m^* E / \hbar^2$$

$$\frac{dS}{dE} = \frac{2\pi}{\hbar^2} m^*$$

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} \quad \text{at } B = 1 \text{ T: } T = 3.6 \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

cyclotron frequency

measure effective mass in semiconductors

$\omega_c \tau < 1$ : mehrfache Streuung pro Umlauf

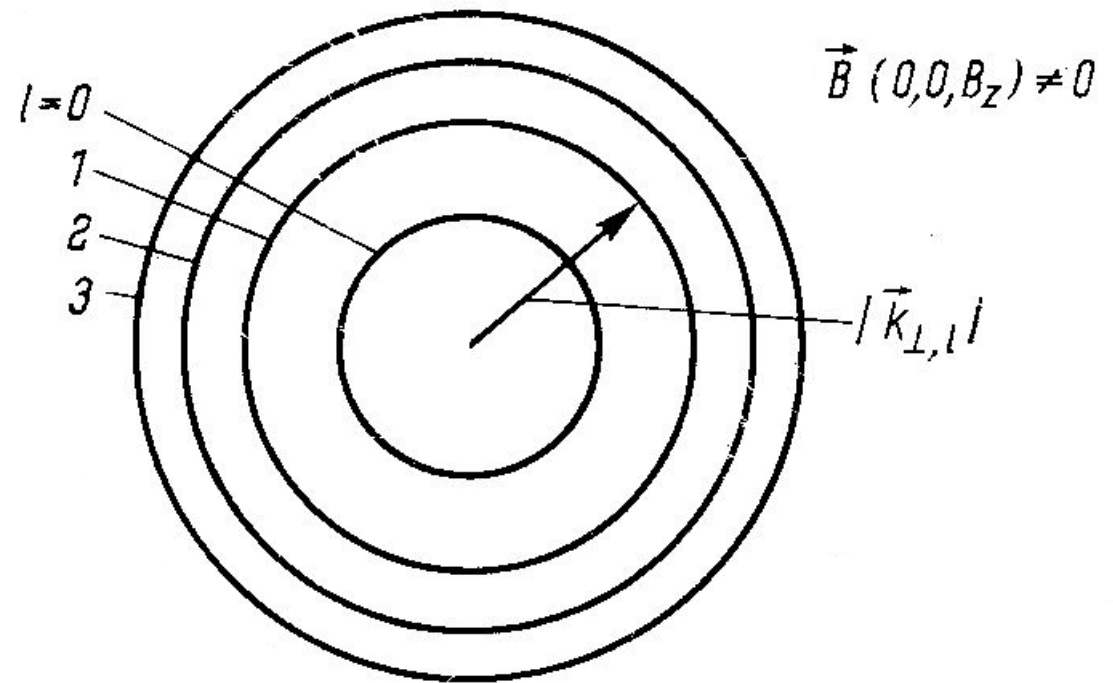
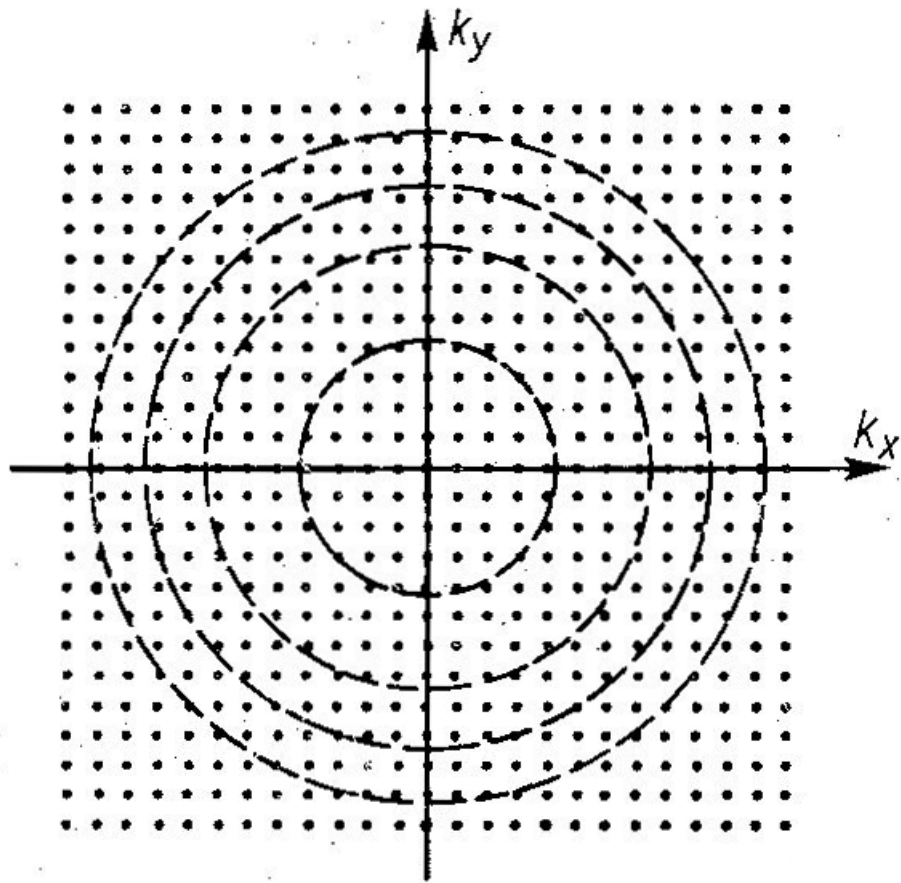
$\omega_c \tau > 1$ : periodische Bewegung in hohen B-Feldern

Quantisieren!

Resultat: 
$$E = E_0 + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_z^2$$

## **Landauröhren**

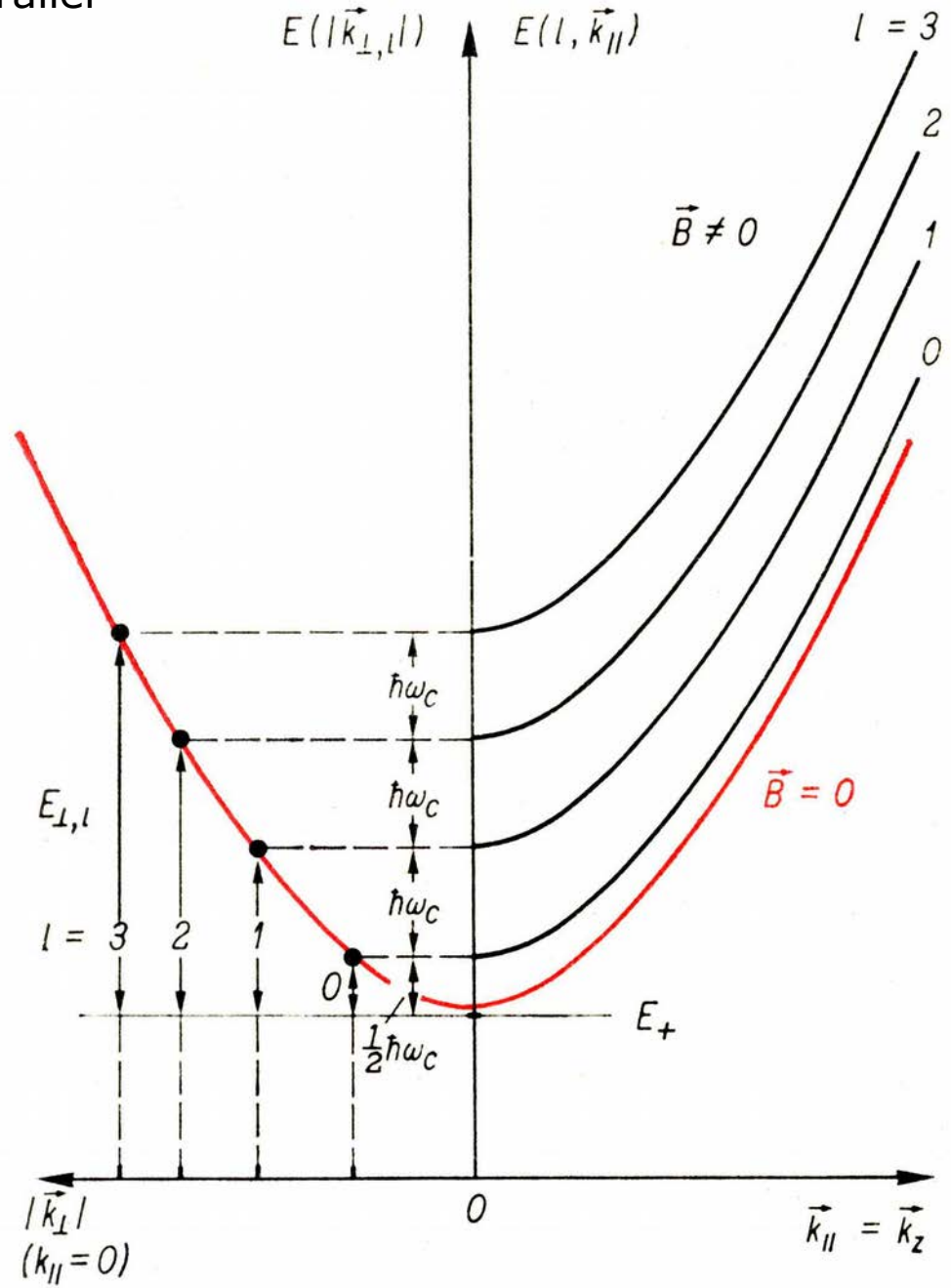
Verteilung der Zustände in der Ebene  $k_z = \text{const.}$  ohne und mit Magnetfeld





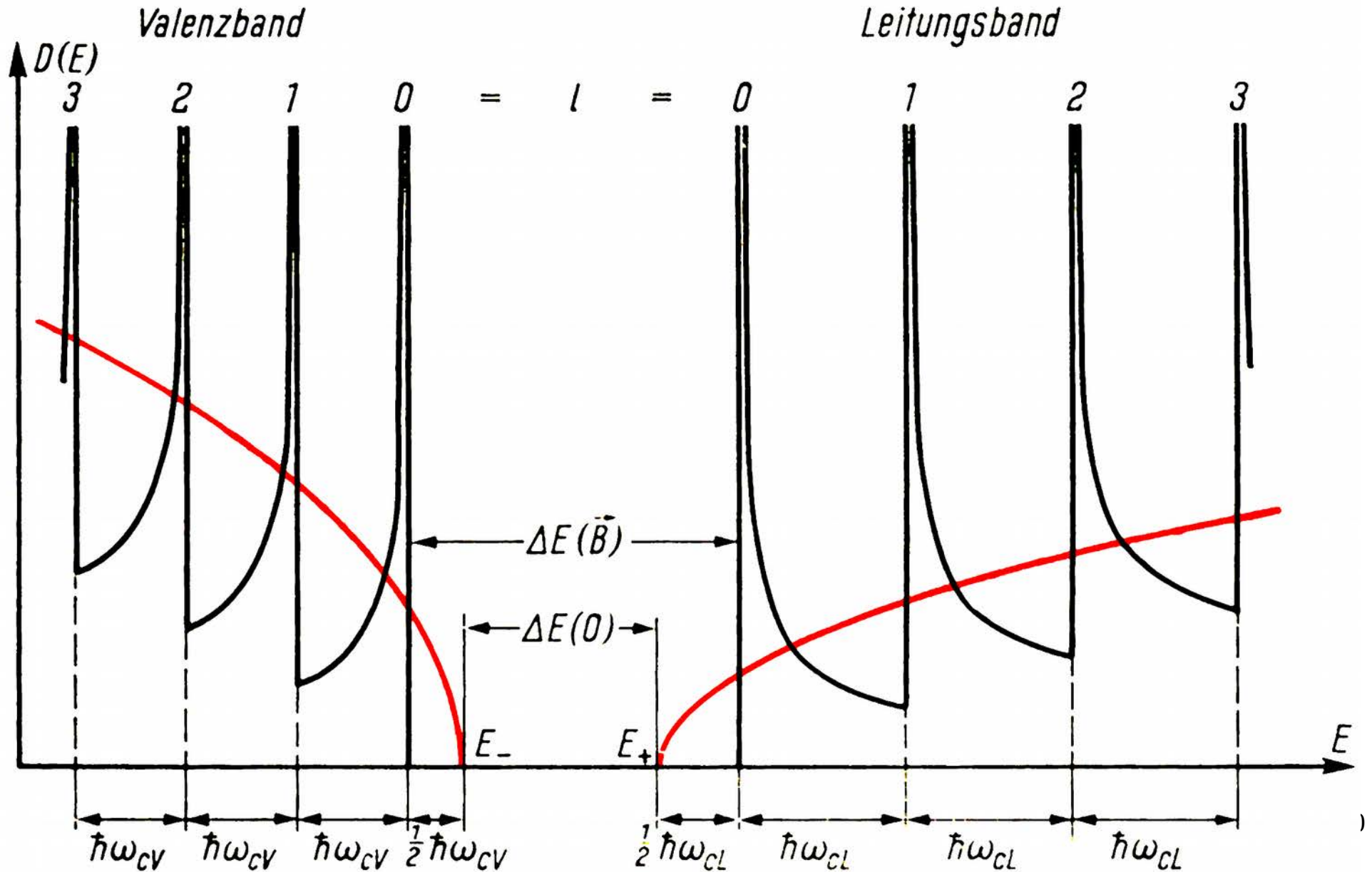
Aufspaltung eines Energiebandes im Magnetfeld;  
 $E(\mathbf{k})$  für  $\mathbf{k}$ -Richtungen senkrecht und parallel  
 zum Magnetfeld  $\mathbf{B}$  ( $0, 0, B_z$ ).

Zum Vergleich:  $E(\mathbf{k})$  für  $\mathbf{B}=\mathbf{0}$  (rot).



# Eigenwertdichte in Valenz- und Leitungsband

für  $B=0$  (rot) und  $|B|>0$  (schwarz)



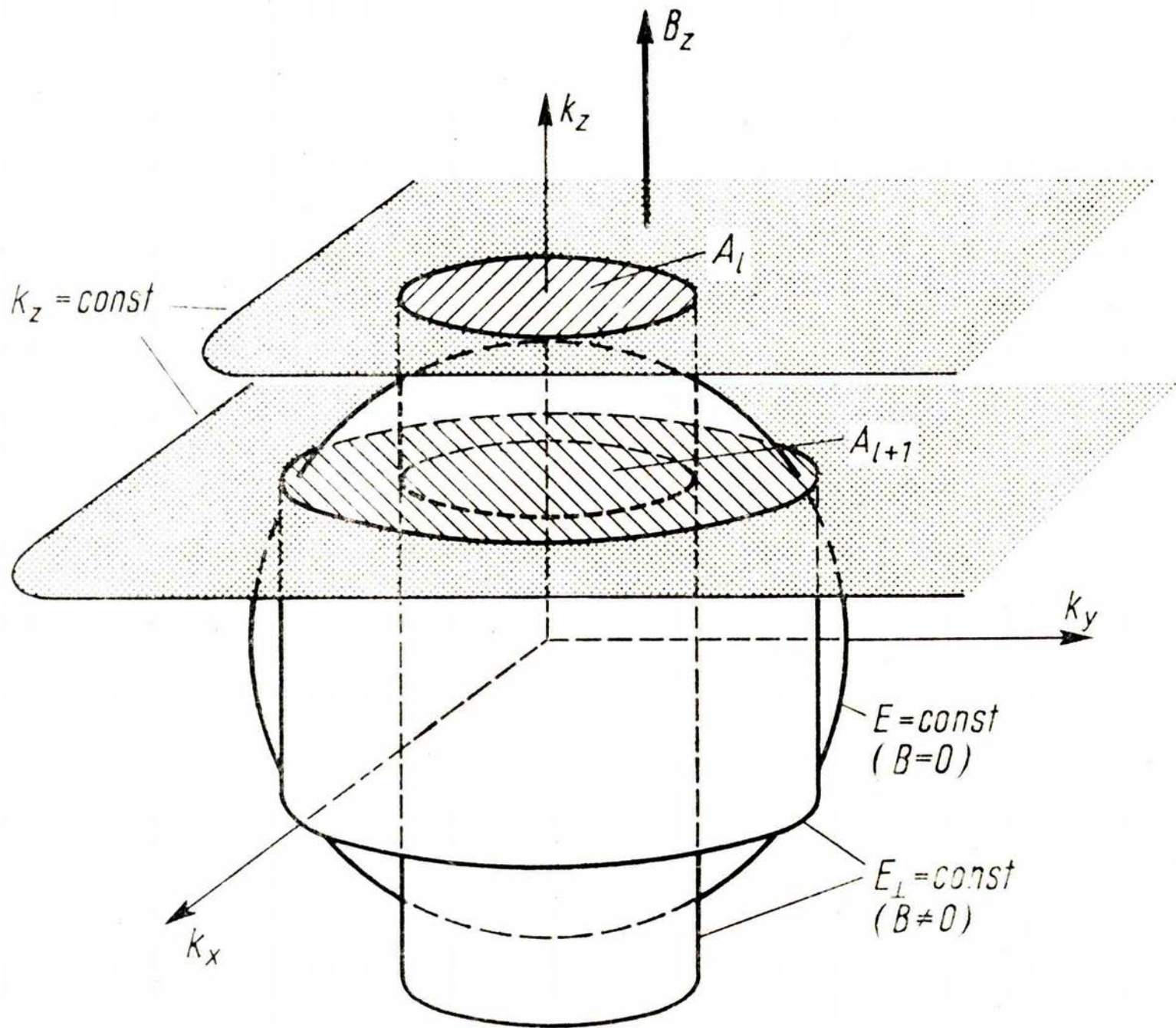


Fig. 126: Flächen konstanter Energie ohne und mit Magnetfeld

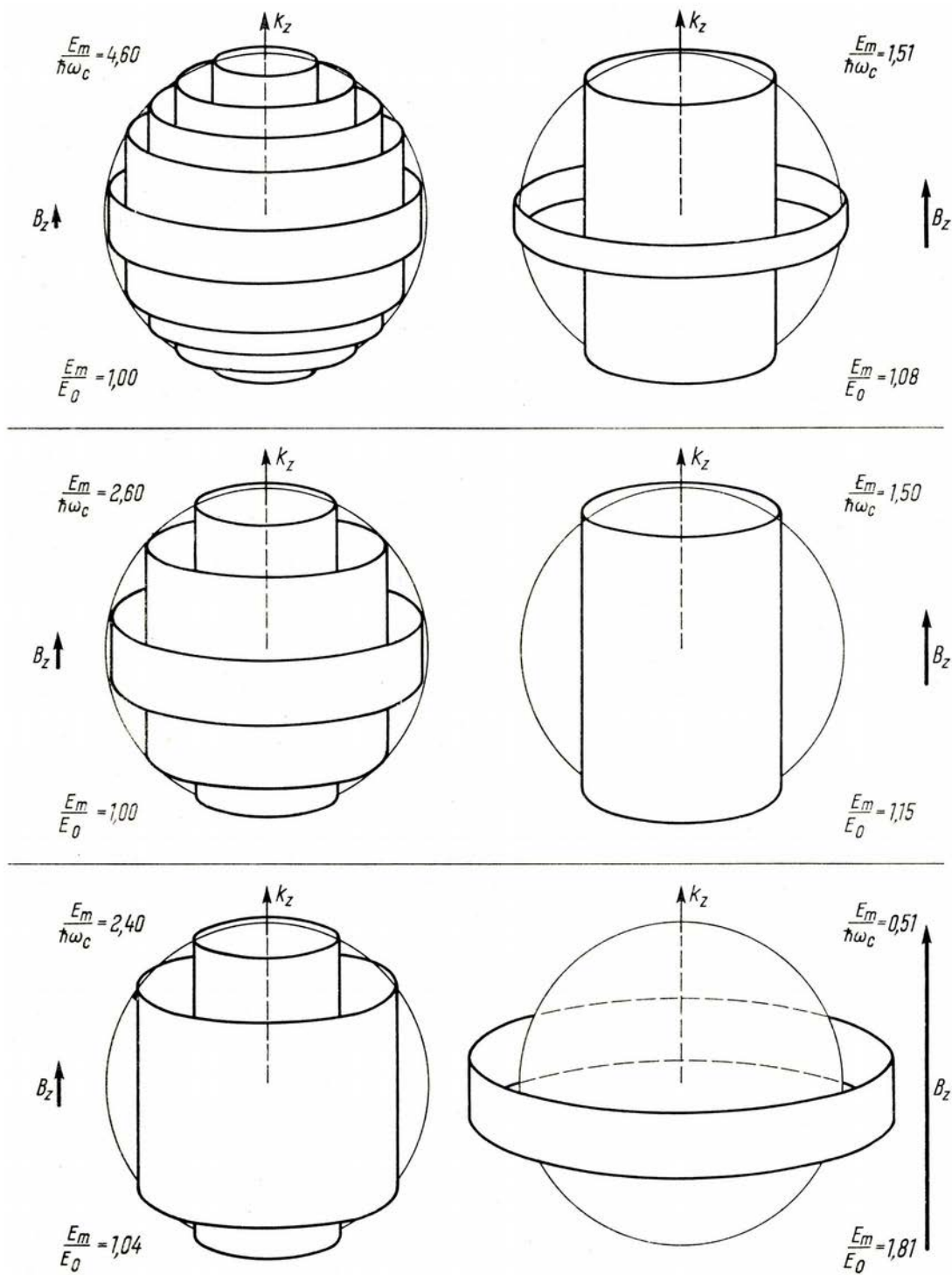
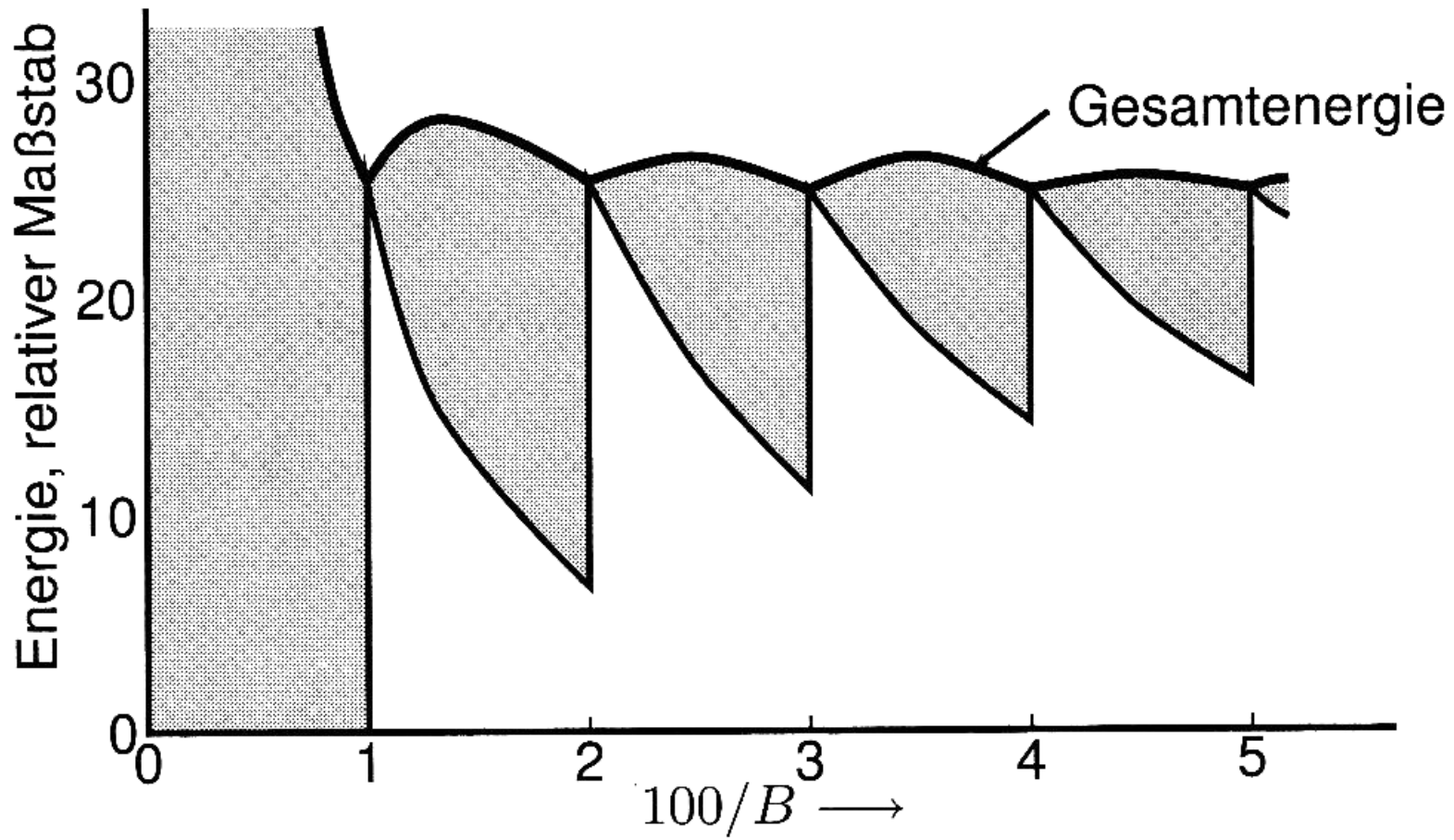


Fig. 129: Zustandsdichte quasifreier Elektronen für verschiedene Magnetfelder; die Zylinder enthalten dieselbe Anzahl  $Z(E_m)$  von Zuständen wie die Energiekugel  $E = E_0$



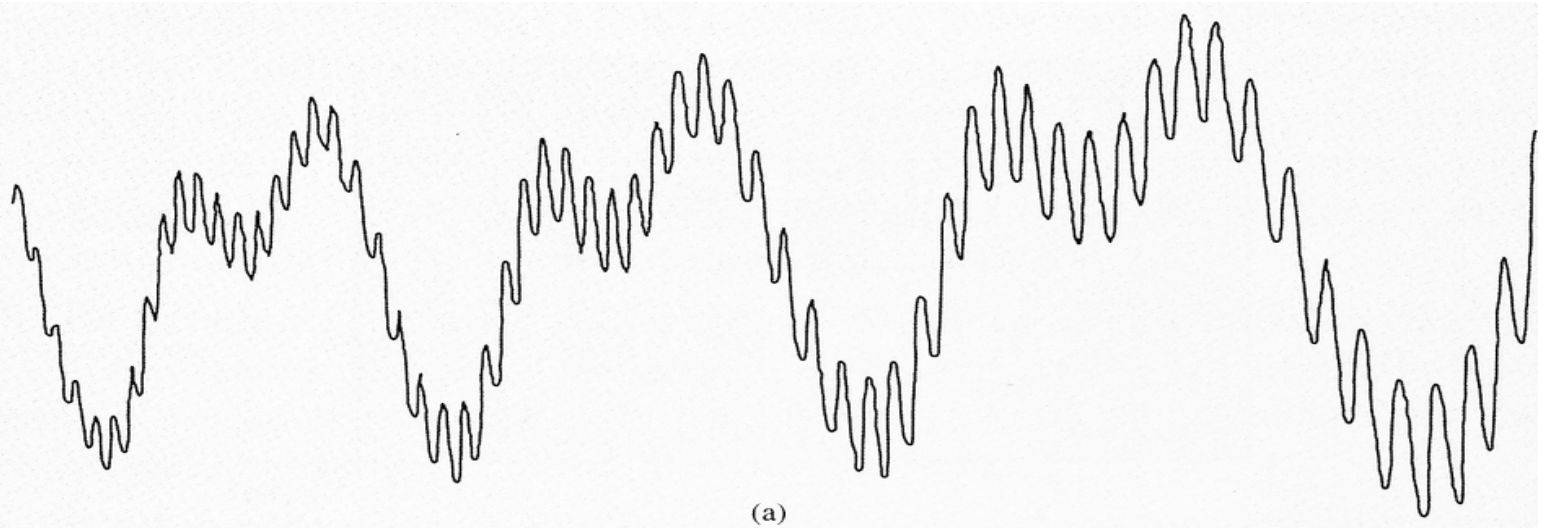
Obere Kurve: gesamte Elektronenenergie  $U$ , aufgetragen gegen  $1/B$

Nachweis der Oszillationen von  $U$  durch Messung des magnetischen Moments.

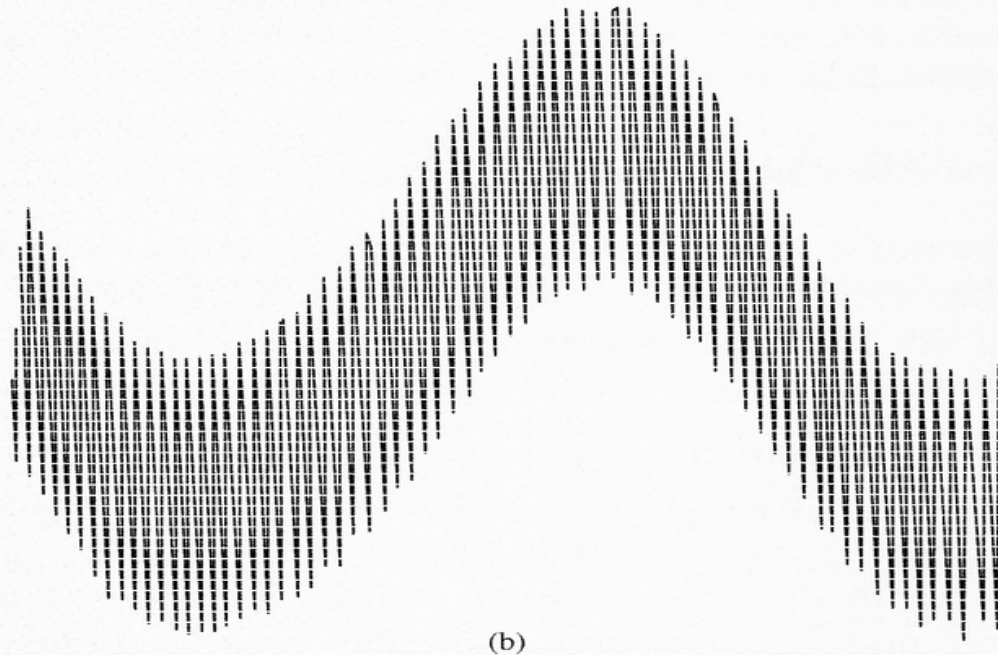
Thermische und Transporteigenschaften oszillieren ebenfalls, wenn aufeinander folgende Bahnzustände mit zunehmendem Magnetfeld das Fermi-niveau schneiden. Schattierten Flächen geben den Beitrag der nur teilweise besetzten Niveaus zur Energie an. (Parameter wie für 9.25; Einheit von  $B$  ist hquer  $\omega_c$ .)

# de Haas-van Alphen Oszillationen

Rhenium



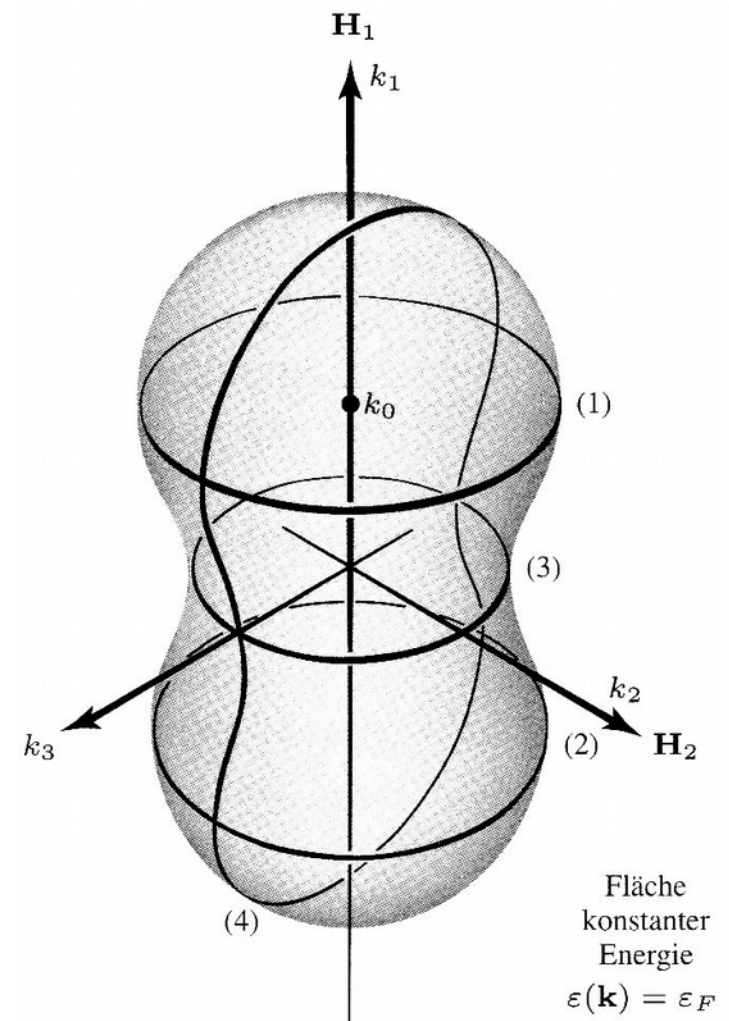
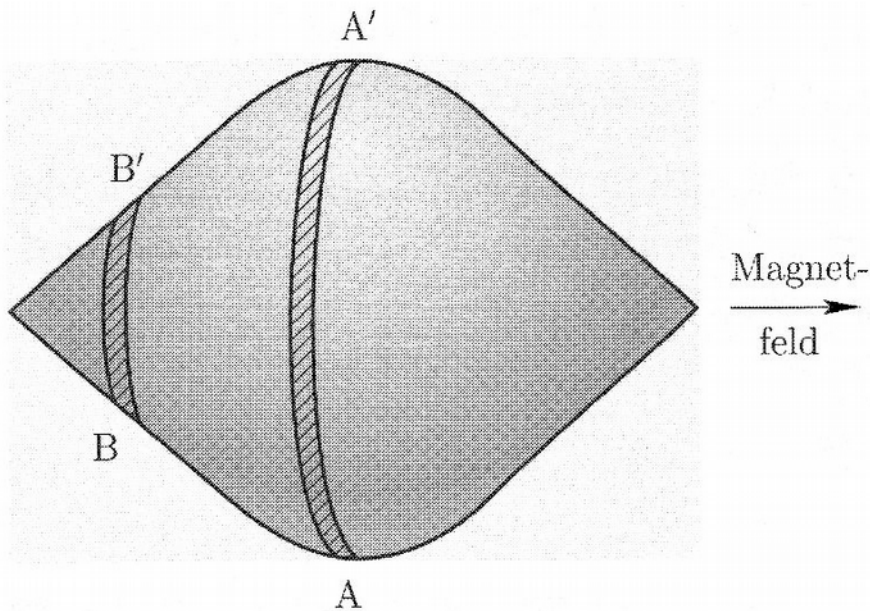
Silber



# Oszillationen periodisch in $1/B$

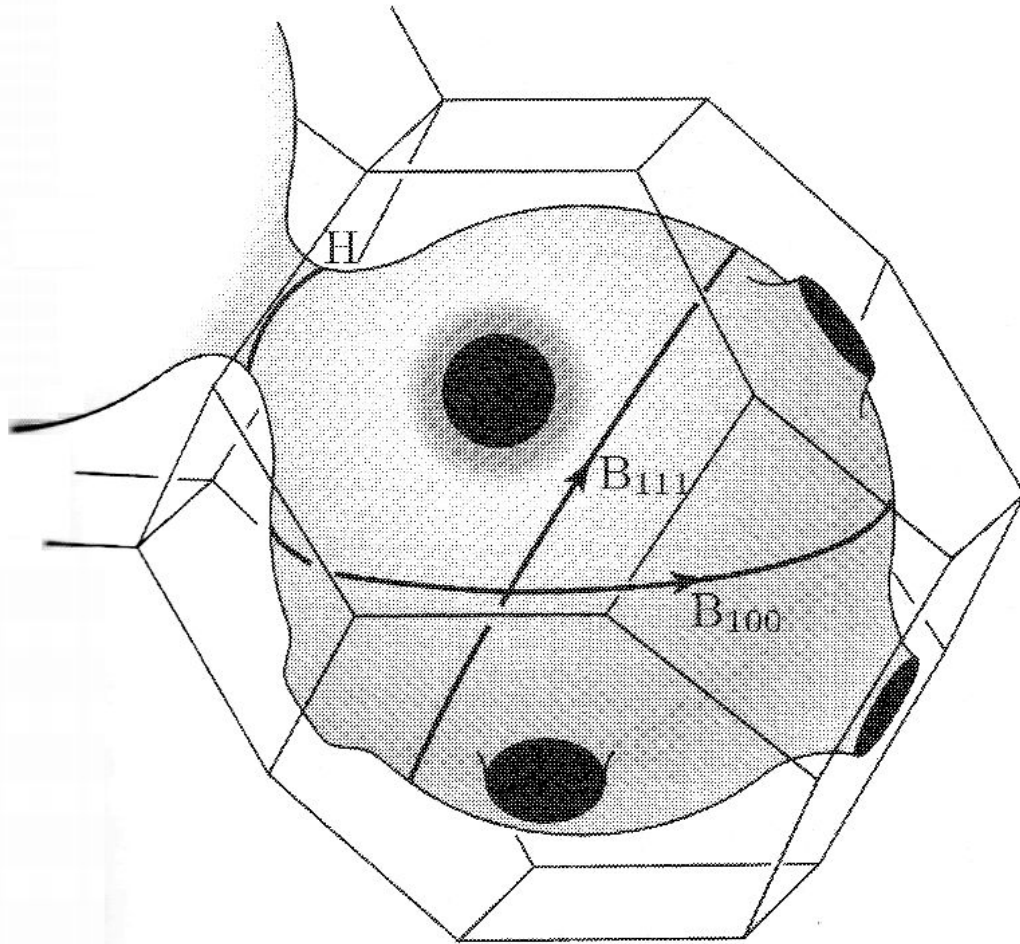
# Extremalbahnen

**Bild 9.28:** Die Bahnen im Abschnitt AA' sind Extremalbahnen: die Zyklotronperiode ist über ein genügend breites Stück der Fermi-Fläche annähernd konstant. Bahnen in Abschnitten wie BB' ändern über diese Breite ihre Periode.

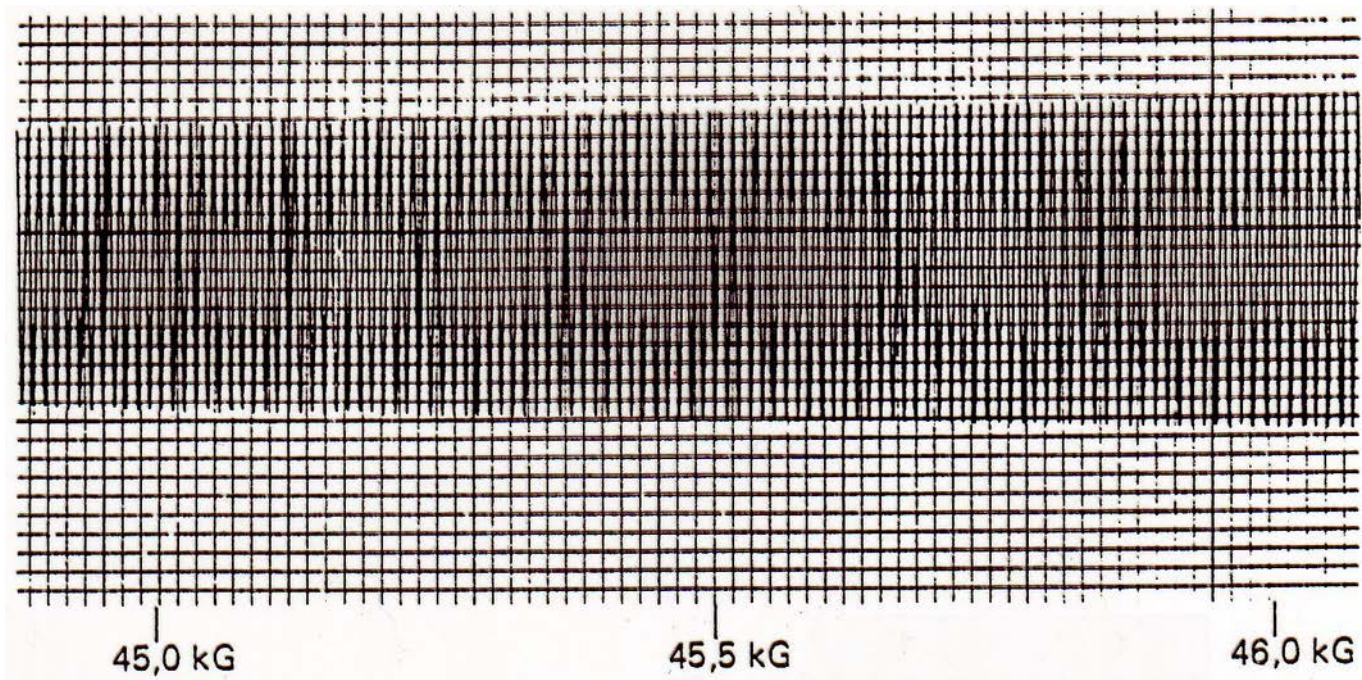


**Bild 14.4:** Einige Beispiele für extremale Bahnkurven. Liegt  $\mathbf{H}$  parallel zur  $k_1$ -Achse, dann sind die Bahnen (1) und (2) maximale Extremalbahnen, (3) ist eine minimale. Liegt das Magnetfeld dagegen parallel zur  $k_2$ -Achse, so gibt es nur die einzige Extremalbahn (4).

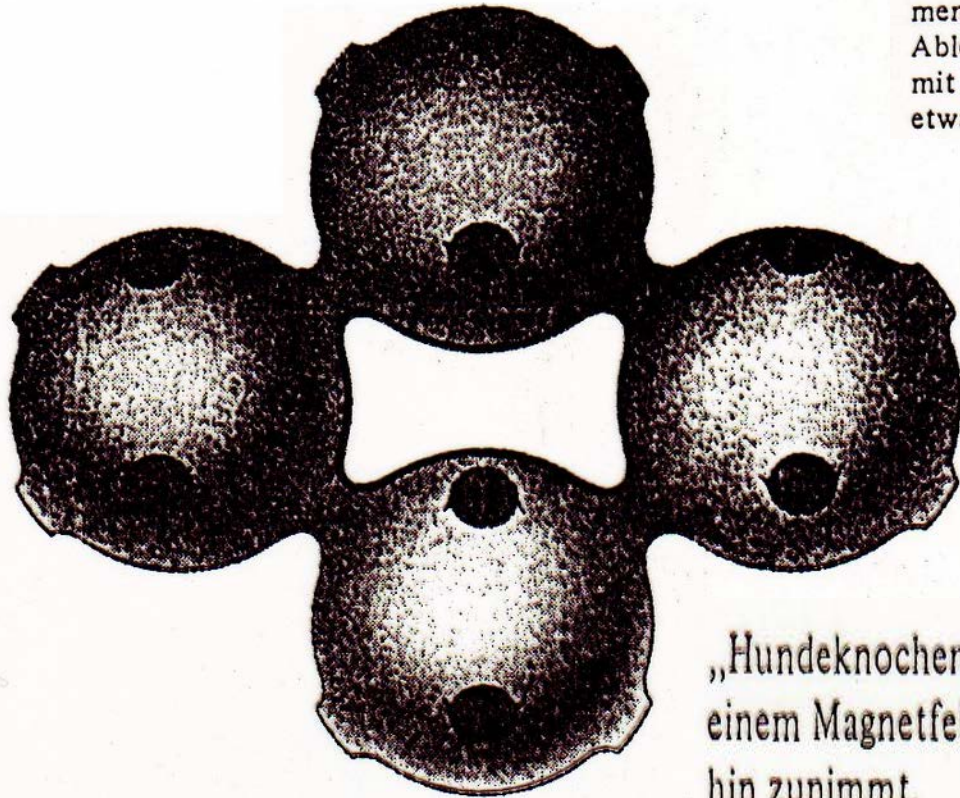




**Bild 9.29:** Fermi-Fläche von Kupfer nach Pippard. Die Brillouin-Zone der fcc-Struktur ist der in Kapitel 2 abgeleitete Oktaeder ohne Spitzen. Die Fermi-Fläche berührt die Zonengrenze in der Mitte der hexagonalen Begrenzungsflächen der Zone, in den  $[111]$ -Richtungen im  $k$ -Raum. Zwei „Bauch“-Extremalbahnen sind dargestellt und mit B bezeichnet; die „Hals“-Extremalbahn ist mit H bezeichnet.



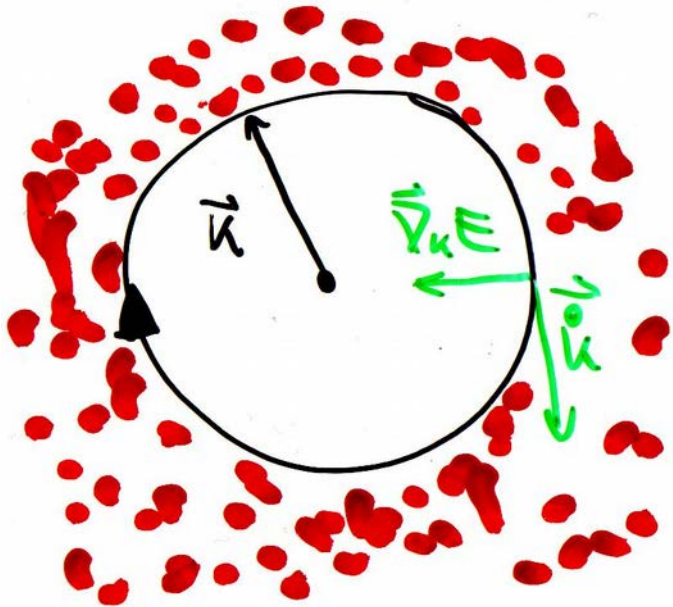
De Haas-van Alphen-Effekt in Gold mit  $B$  in  $[110]$ -Richtung. Die Oszillationen stammen von der „Hundeknochen“-Bahn des Bildes 30. Das Signal hängt von der zweiten Ableitung des magnetischen Moments nach der Feldstärke ab. Diese Ergebnisse wurden mit einer Feldmodulationstechnik in einer supraleitenden Spule hoher Homogenität bei etwa 1,2 K ermittelt. (Nach I. M. Templeton.)



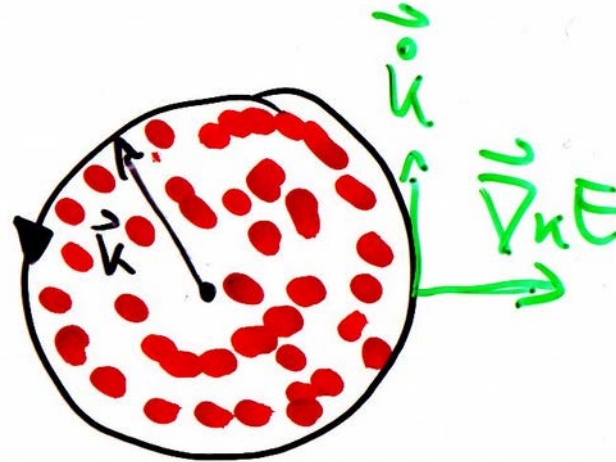
„Hundeknochen“-Bahn eines Elektrons auf der Fermi-Fläche von Kupfer oder Gold in einem Magnetfeld. Dies ist eine lochartige Bahn, weil die Energie zum Innern der Bahn hin zunimmt.

# Bahnarten

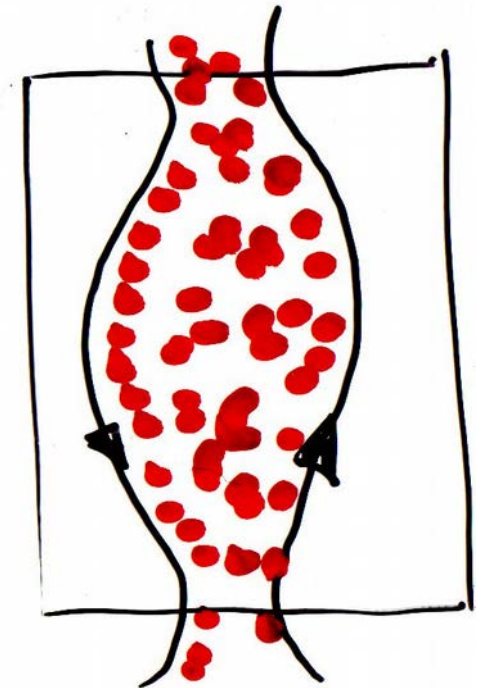
$$\dot{\vec{k}} = -\frac{e}{\hbar^2} \vec{\nabla}_{\vec{k}} E(\vec{k}) \times \vec{B}$$



lochartig



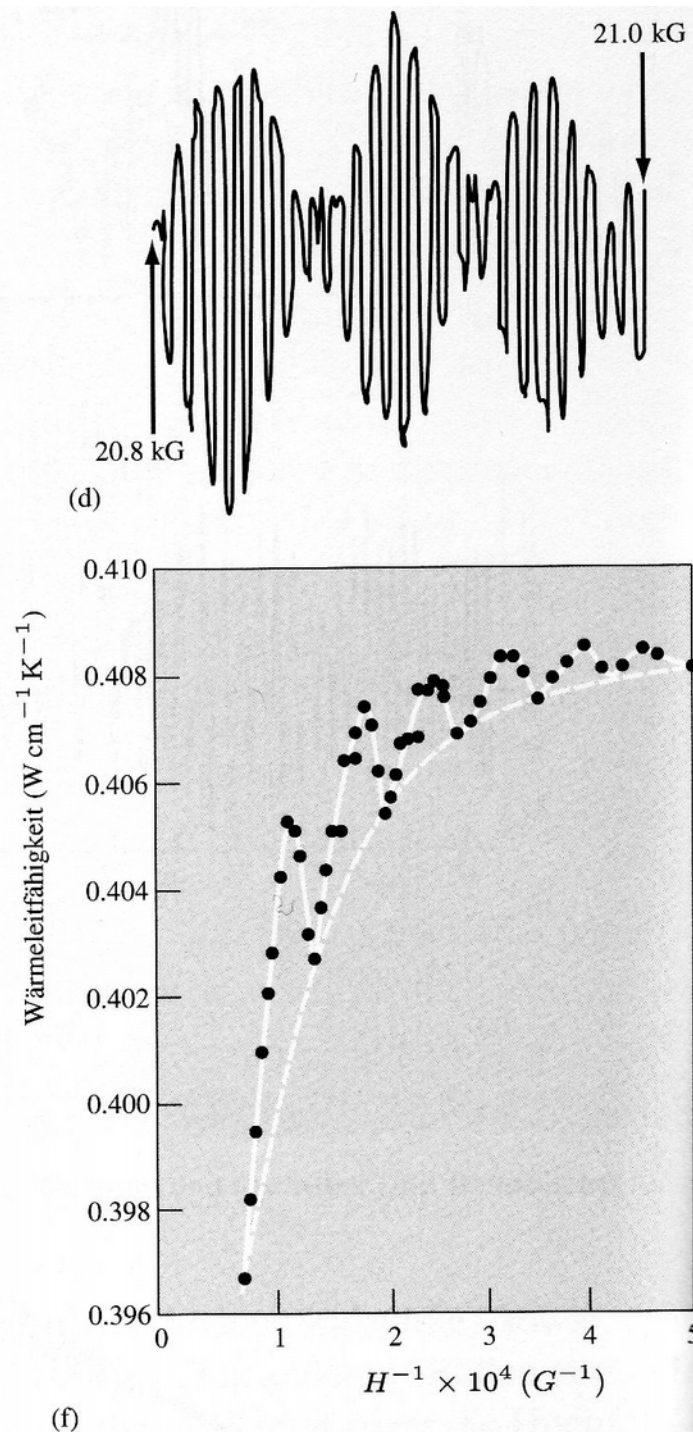
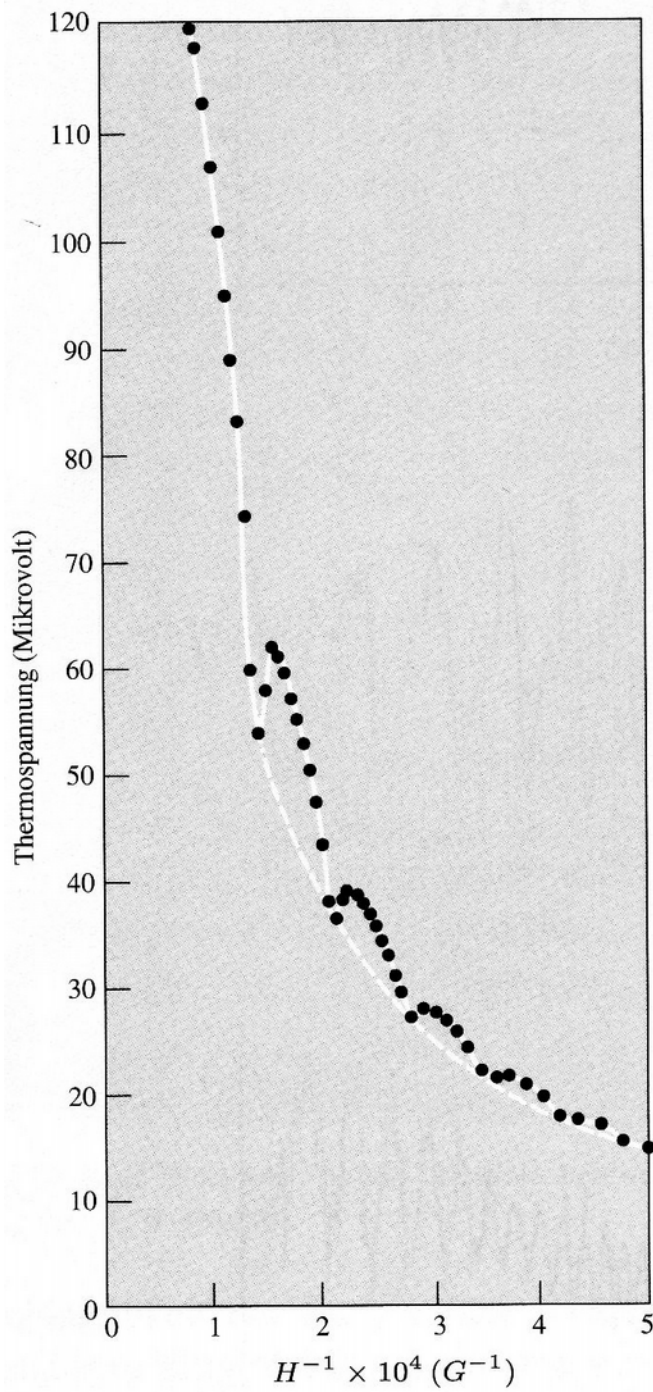
elektronenartig



offen

# Mehr Oszillationen

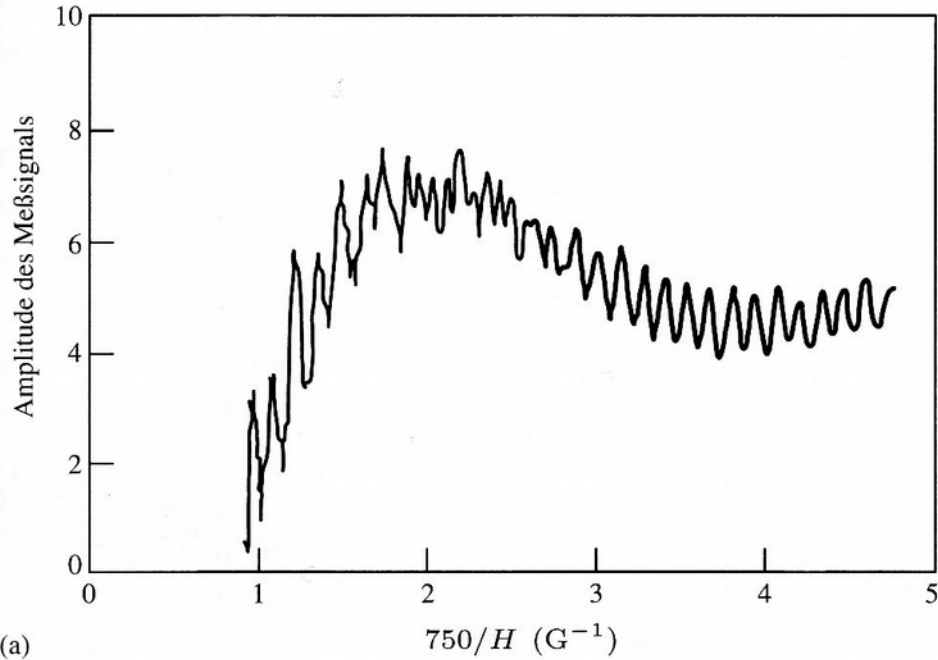
Thermo-  
spannung  
Bi  
T=1.6 K



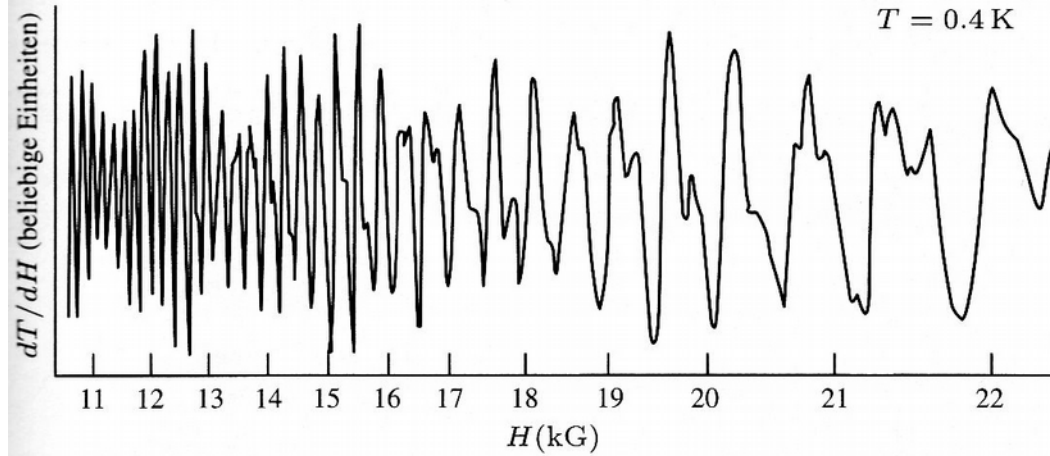
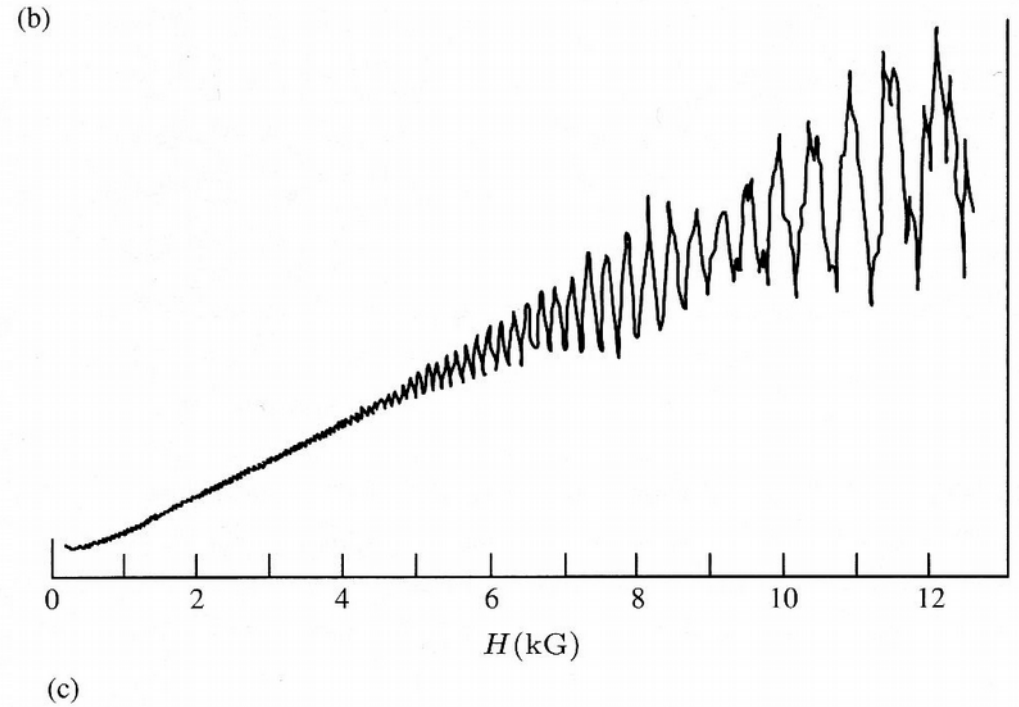
Peltier-  
Effekt  
Zn

K  
Bi  
T = 1.6 K

# Schalldämpfung, W



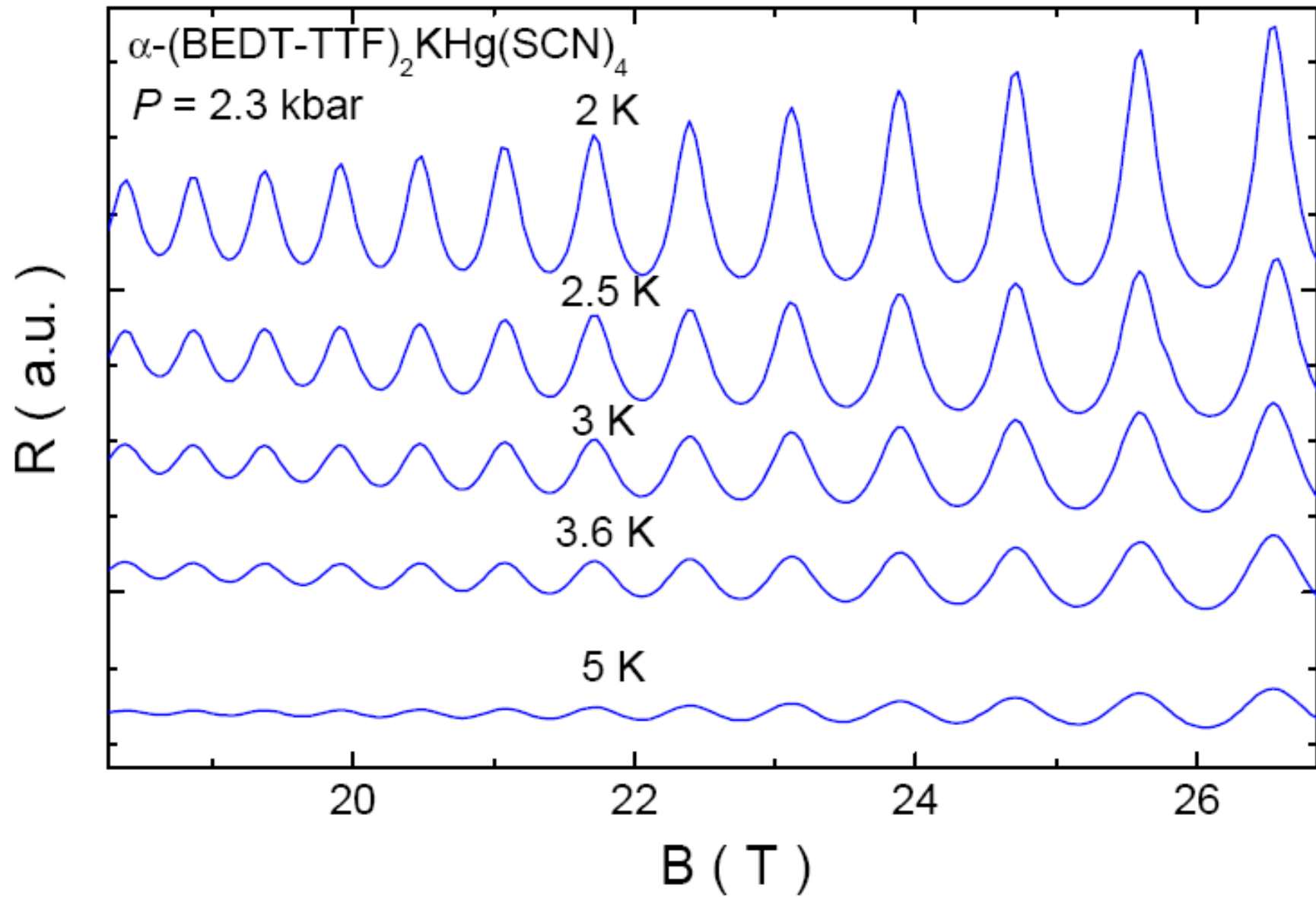
# Magnetwiderstand, Ga



**Noch mehr  
Oszillationen**

# Wärmeleitfähigkeit, Sb

# Shubnikov-de Haas-Oszillationen



Idee:  $\rho \sim$  Streuwahrscheinlichkeit  $\sim$  DOS( $E_F$ )  $\sim$   $dM/dB$