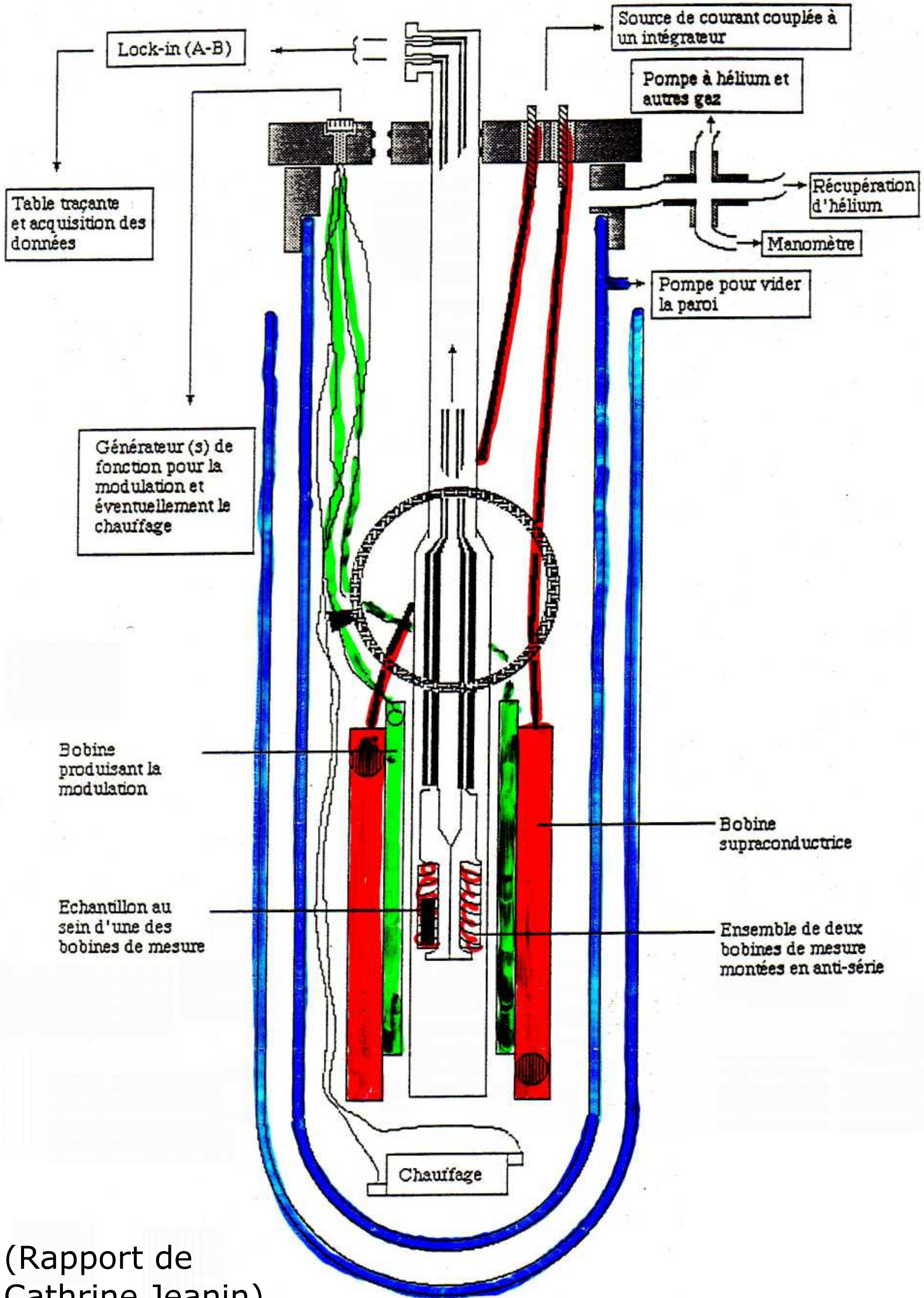
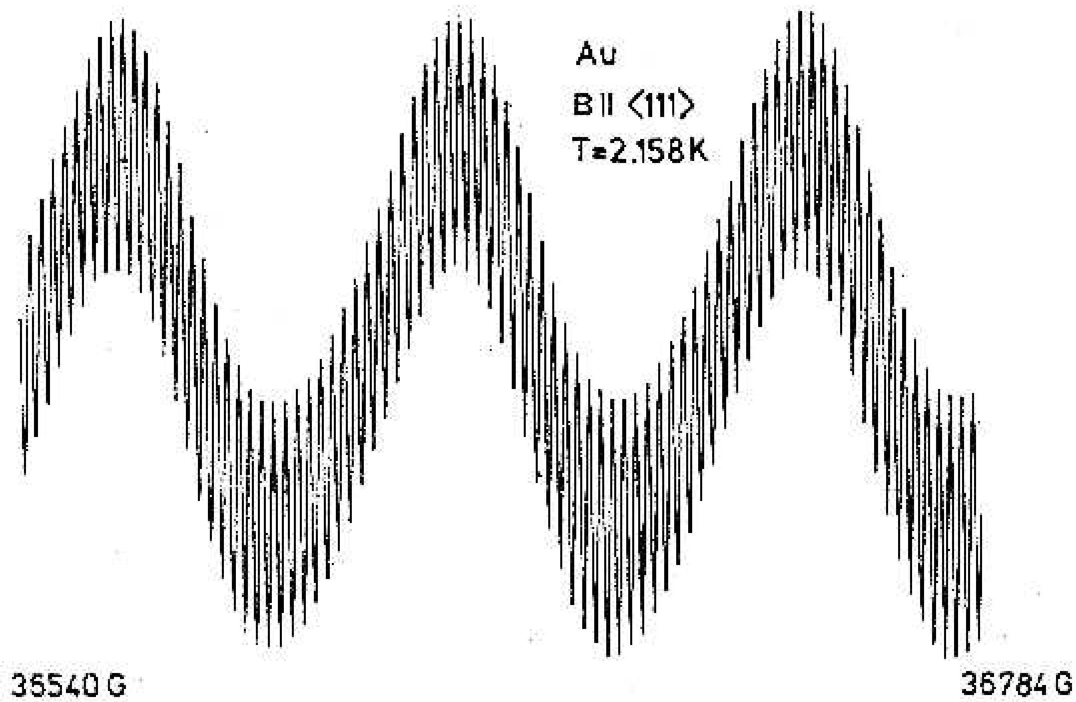
TRAVAUX PRATIQUES

Annexe 5 : Schéma du montage



(Rapport de Cathrine Jeanin)

$$U_{\sim} = c\, dM/dt$$
$$= c\, dM/dB\; dB/dt$$
$$= c\, \chi\, dB/dt$$



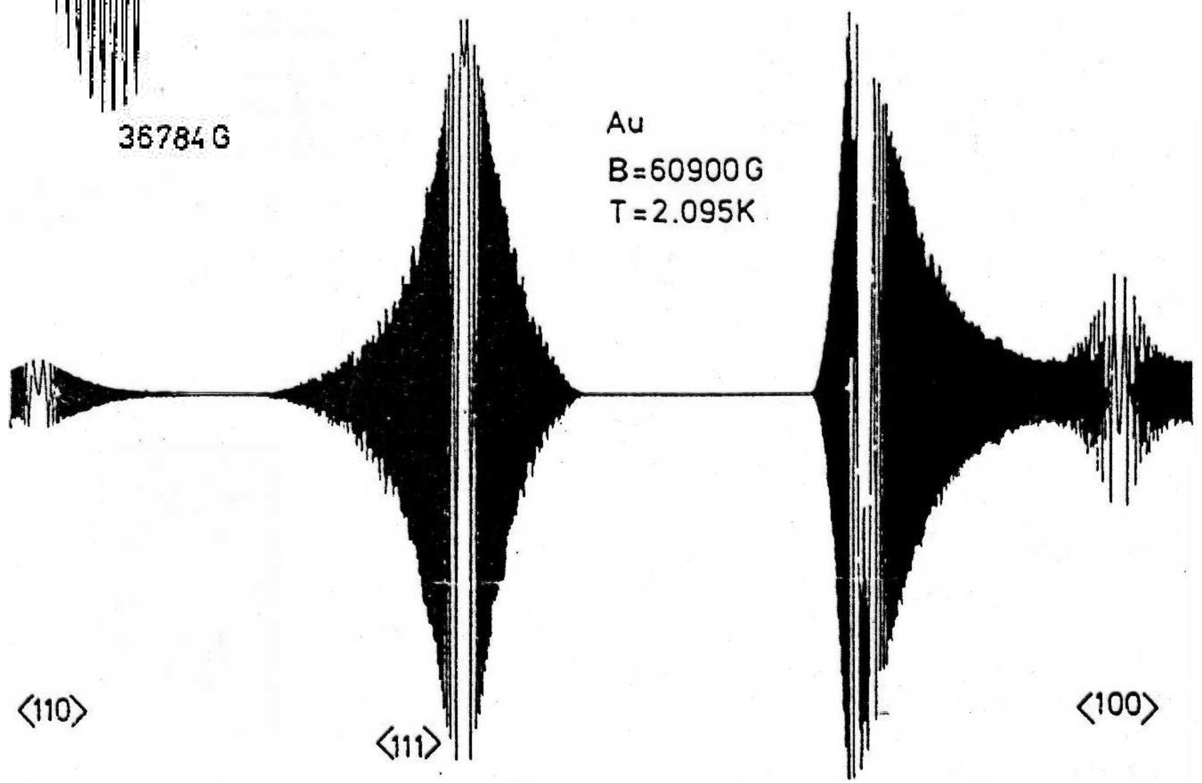


Fig. VIII.4 a, b. Original recordings of the oscillations found in the magnetic susceptibility of gold. a As a function of magnetic field strength. b Upon varying the direction of the magnetic field (after [VIII.3]). Such quantum oscillations can only be observed of course for a sufficiently sharp Fermi distribution ($kT < \hbar\omega_c$)

1930 Landau: Quantisierung der Elektronenbahnen im B-Feld

1930 de Haas & van Alphen: Beobachtung des dHvA Effekts

1952 Onsager: Beziehung zwischen Periode und Fermifläche

Electron motion in a magnetic field

Lorentz force $m\boldsymbol{v} = \hbar \boldsymbol{k}$ $\quad m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = e\left(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\right)$ $\quad \boldsymbol{v} = \hbar^{-1}\nabla_{\boldsymbol{k}} E\left(\boldsymbol{k}\right)$

eq. of motion

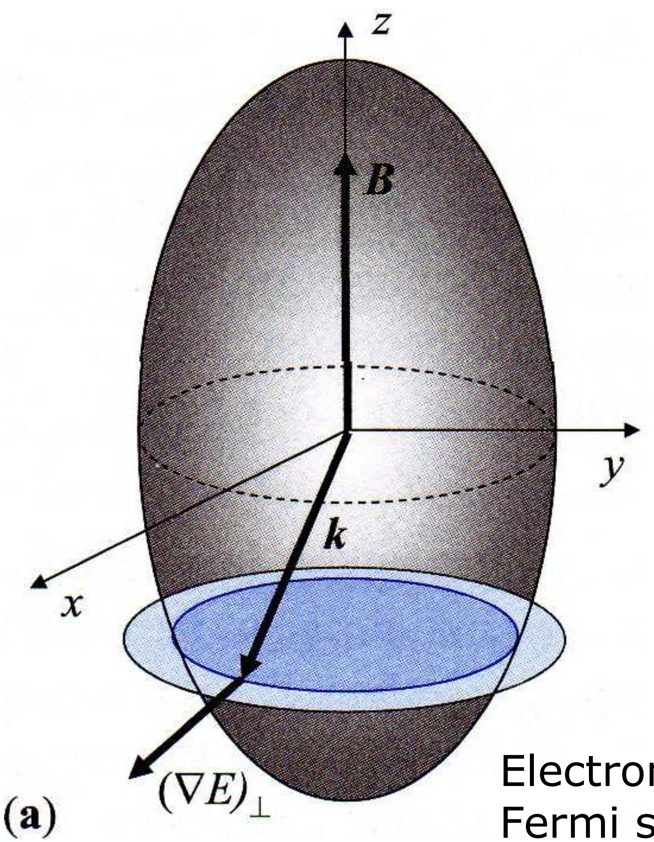
$$\frac{d\boldsymbol{k}}{dt} = \frac{e}{\hbar^2}\left(\nabla_{\boldsymbol{k}} E\left(\boldsymbol{k}\right)\times\boldsymbol{B}\right) = \frac{e}{\hbar^2}B\left(\nabla_{\boldsymbol{k}} E\left(\boldsymbol{k}\right)\right)_\perp$$

component $\perp$ B

$$dt = \frac{\hbar^2}{e}\frac{1}{B}\frac{d\boldsymbol{k}}{\left(\nabla_{\boldsymbol{k}} E\left(\boldsymbol{k}\right)\right)_\perp}$$

$$\tau = \int dt = \frac{\hbar^2}{e}\frac{1}{B}\oint d\boldsymbol{k}\frac{1}{\left(\nabla_{\boldsymbol{k}} E\left(\boldsymbol{k}\right)\right)_\perp}$$

perimeter



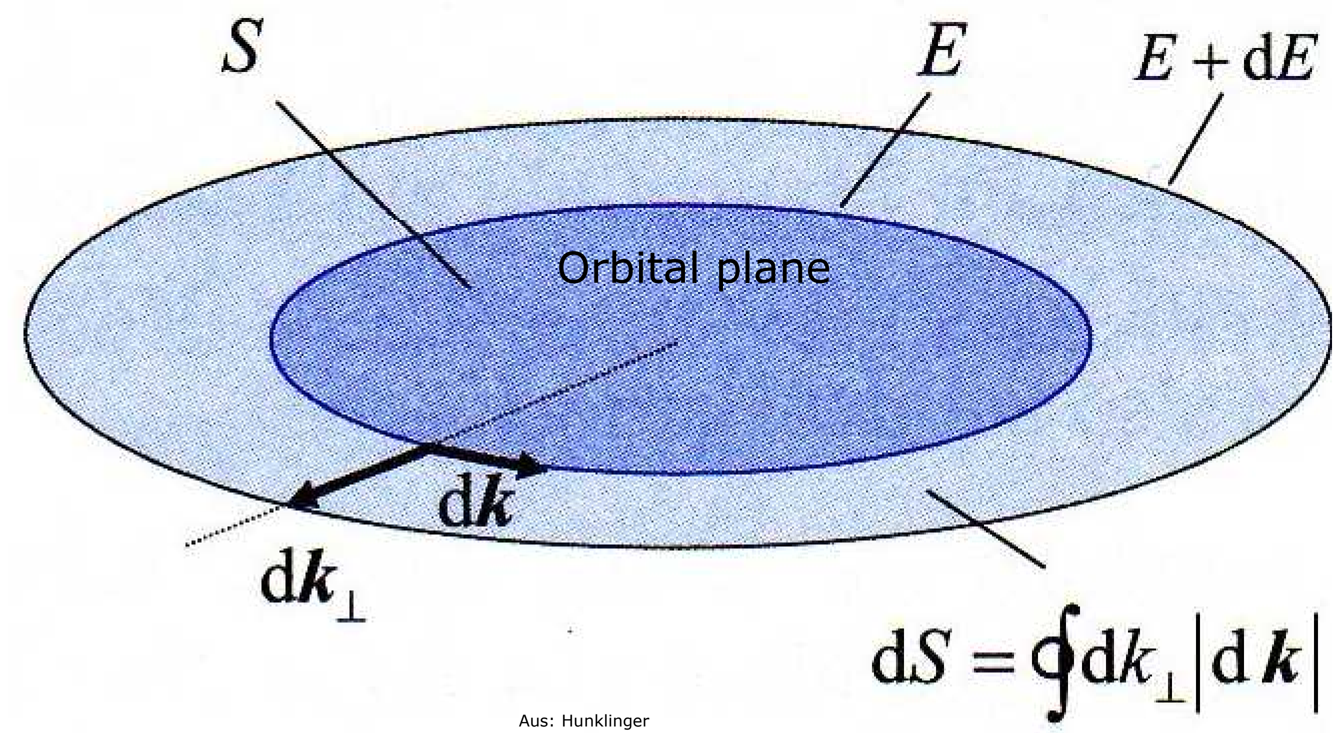
Electron orbit on
Fermi surface (ellipsoid)

Aus: Hunklinger

$$\left(\nabla_{\boldsymbol{k}} E(\boldsymbol{k})\right)_{\perp} = \frac{dE}{dk_{\perp}}$$

$k_{\perp}$ perpendicular to B & (E=const.)

$$\tau = \frac{\hbar^2}{e}\frac{1}{B}\oint d\boldsymbol{k}\frac{dk_{\perp}}{dE} = \frac{\hbar^2}{eB}\frac{dS}{dE}$$



Aus: Hunklinger

$$\tau = \frac{\hbar^2}{eB}\frac{dS}{dE}$$

dependence of enclosed *k*-area on *E* determines τ

$\Rightarrow$ τ provides information on Fermi surface

in particular, for nearly free electrons:

$$S = \pi k^2 = \pi\, 2m^* E/\hbar^2$$

$$\frac{dS}{dE} = \frac{2\pi}{\hbar^2} m^*$$

$$\omega_c = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{eB}{m^*}$$

at *B* = 1 T: τ = 3.6 10^{-11} s

cyclotron frequency

measure effective mass in semiconductors

$\omega_c \tau < 1$: mehrfache Streuung pro Umlauf

$\omega_c \tau > 1$: periodische Bewegung in hohen ***B***-Feldern

Quantisieren!

Resultat: $$E = E_0 + \left(l + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2}{2m^*}k_z^2$$

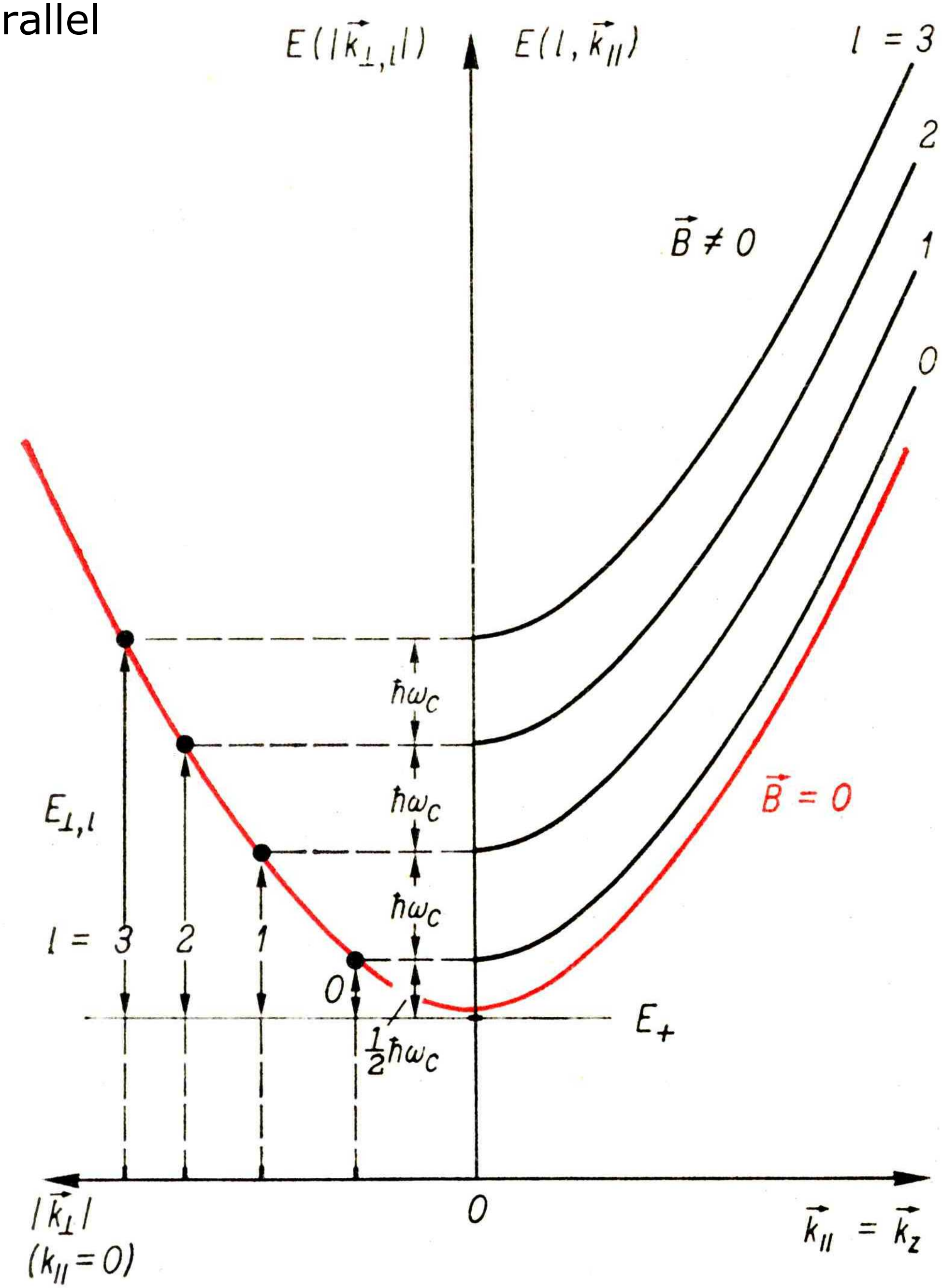
Landauröhren

Aufspaltung eines Energiebandes im Magnetfeld;

*E(**k**)* für ***k***-Richtungen senkrecht und parallel

zum Magnetfeld ***B*** = *(0, 0, B_z)*.

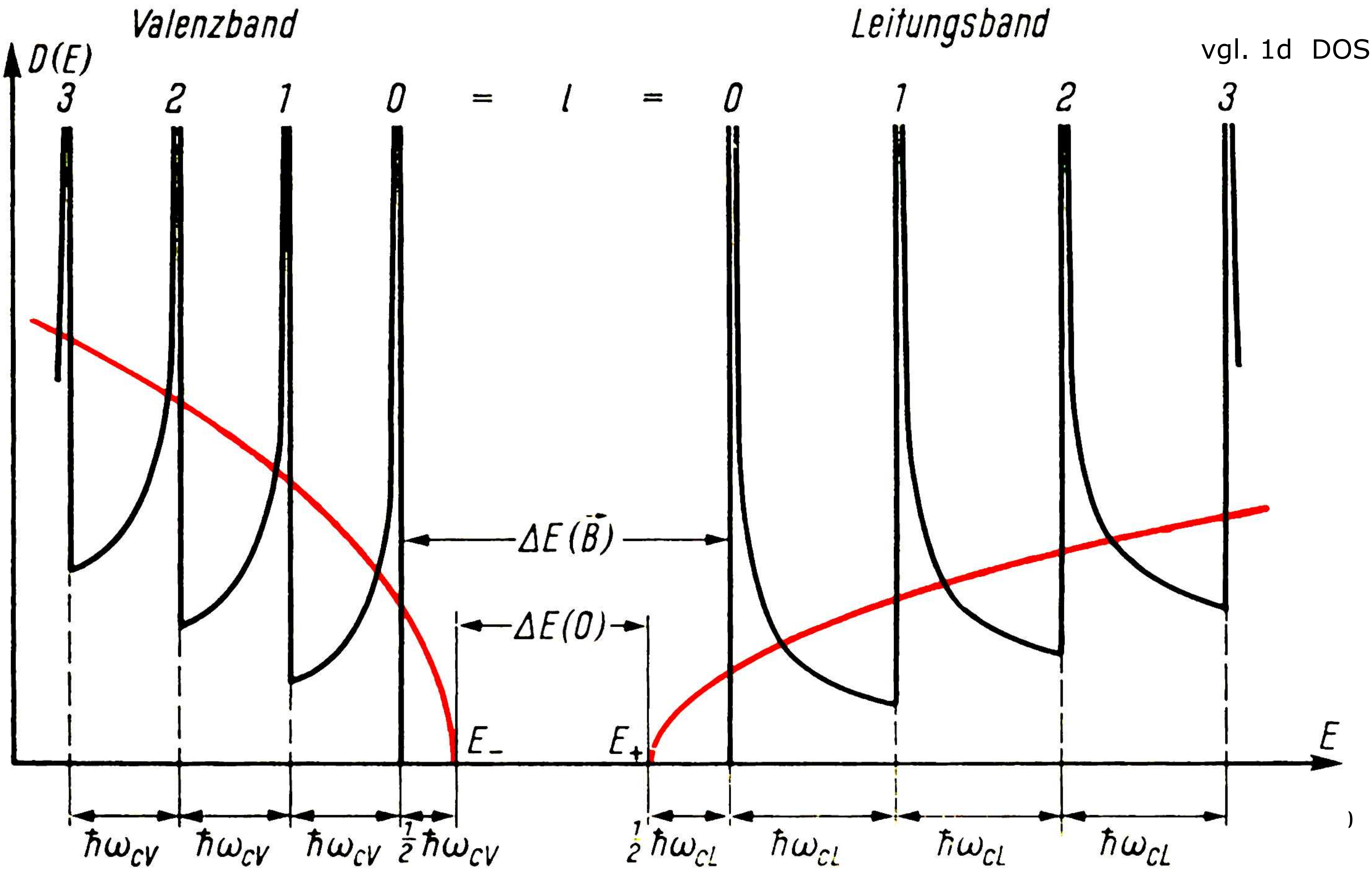
Zum Vergleich: *E(**k**)* für ***B***=***0*** (rot).



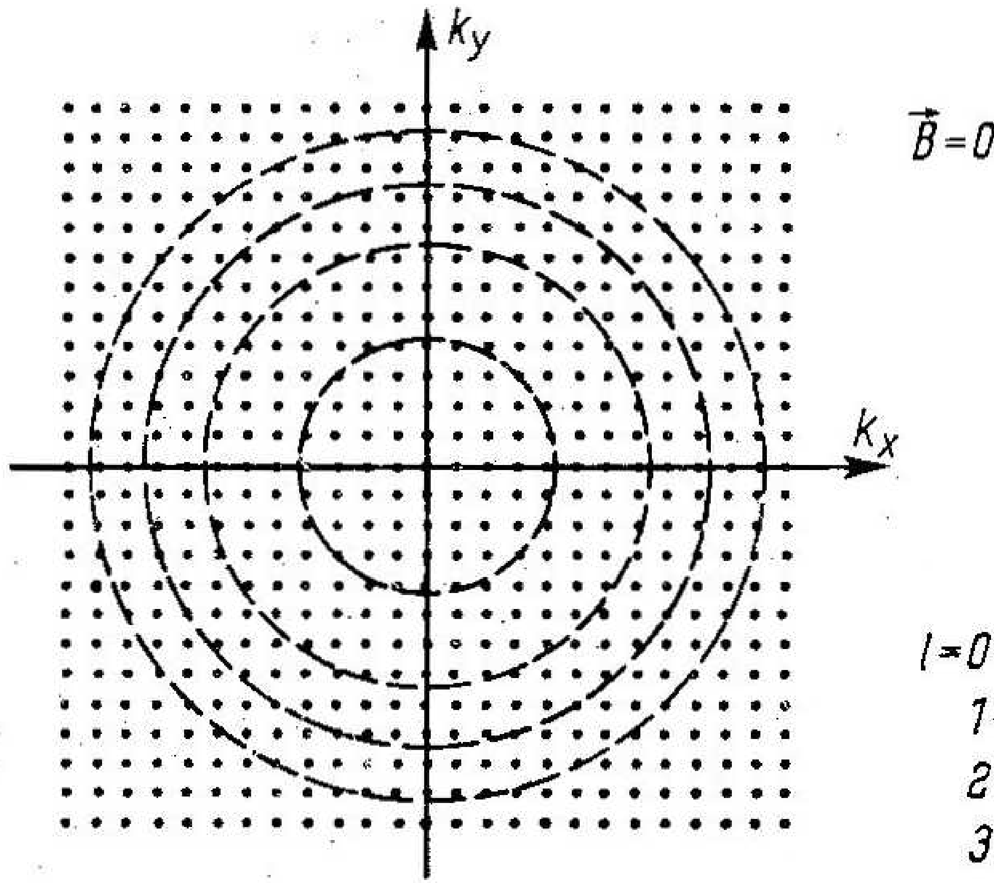
$$E = E_0 + \left(l + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2}{2m^*}k_z^2$$

Eigenwertdichte in Valenz- und Leitungsband

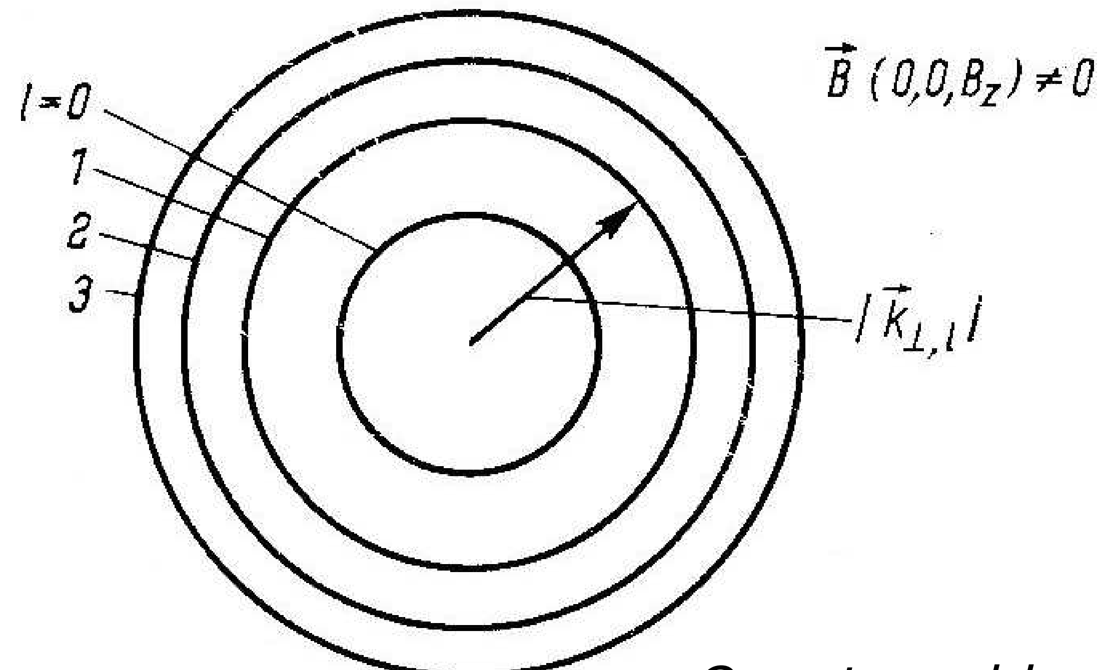
für $B=0$ (rot) und $|B|>0$ (schwarz)



Verteilung der Zustände in der Ebene k_z=const. ohne und mit Magnetfeld



Quantenzahlen
k_x, k_y, k_z



Quantenzahlen
l, k_z

n.b.: Entartung

der Landauniveaus

abh. von ***B***

$$\omega_c = \frac{e\,B}{m^*}$$

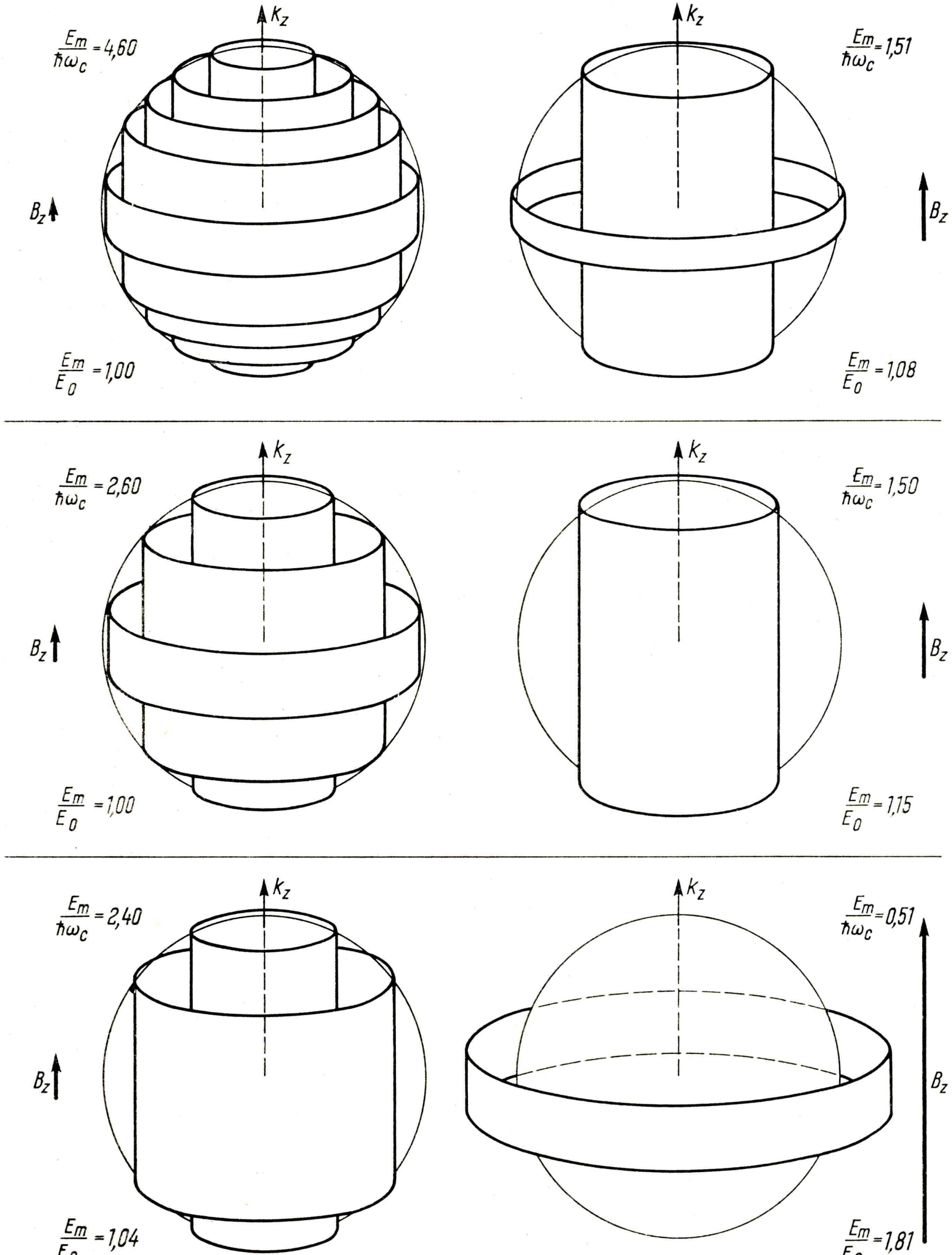
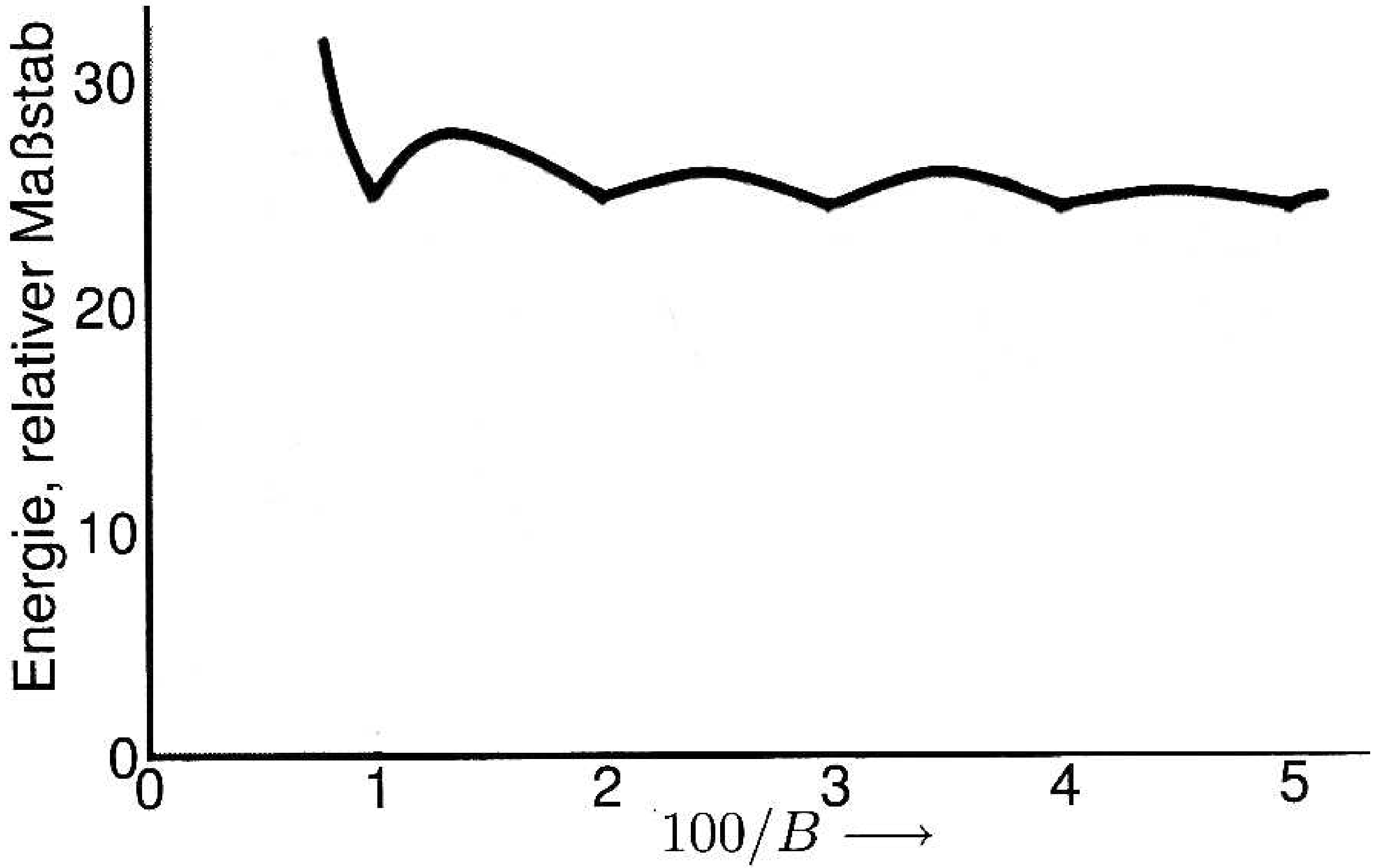


Fig. 129: Zustandsdichte quasifreier Elektronen für verschiedene Magnetfelder; die Zylinder enthalten dieselbe Anzahl $Z(E_m)$ von Zuständen wie die Energiekugel $E = E_0$

Oszillationen der Gesamtenergie periodisch in 1/B

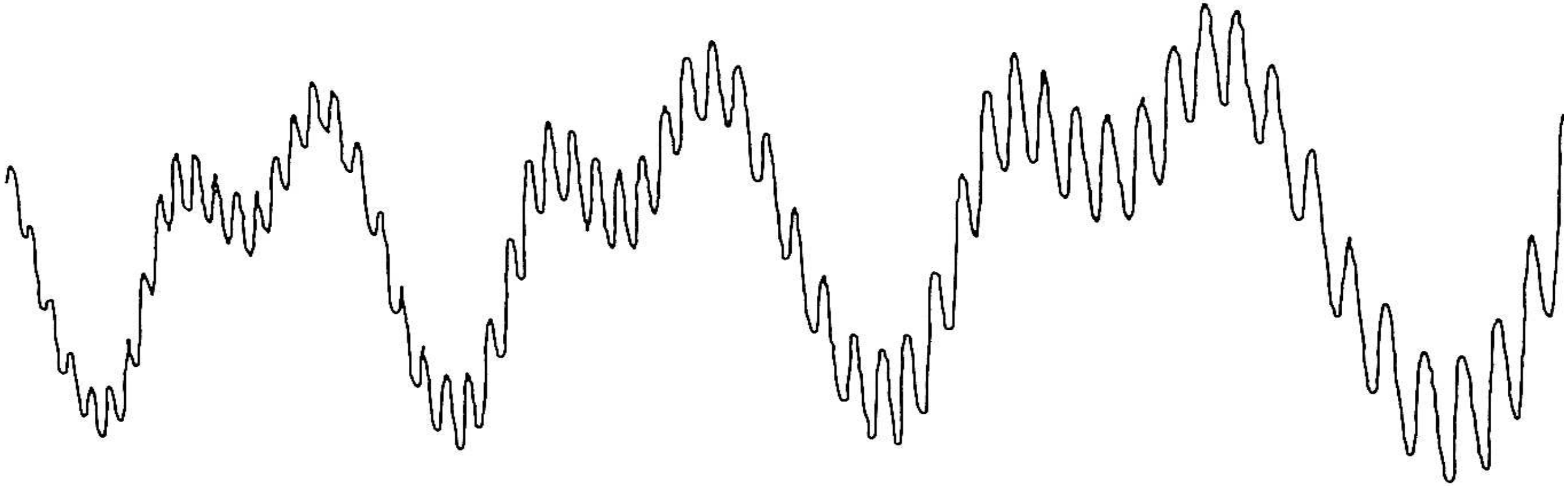


Gesamte Elektronenenergie U, aufgetragen gegen $1/B$

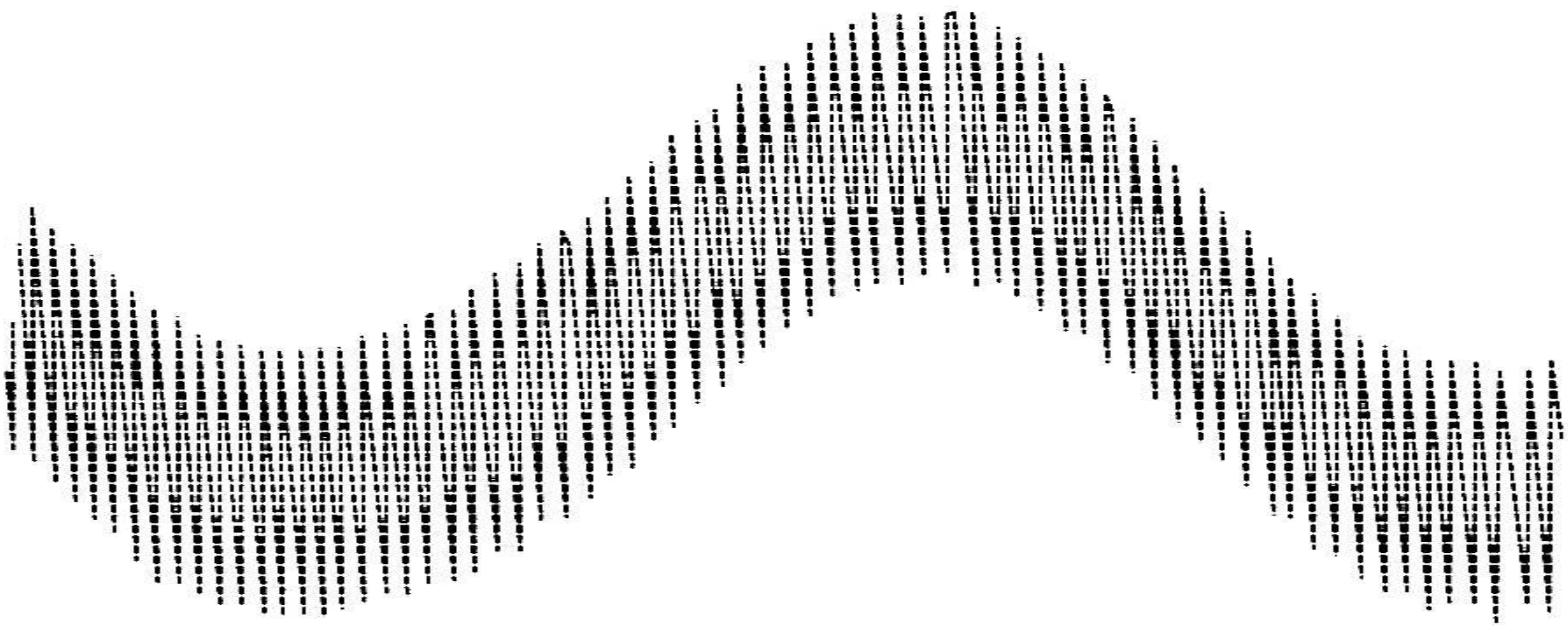
(Nachweis der Oszillationen von U durch Messung des magnetischen Moments.)

de Haas-van Alphén Oszillationen

Rhenium



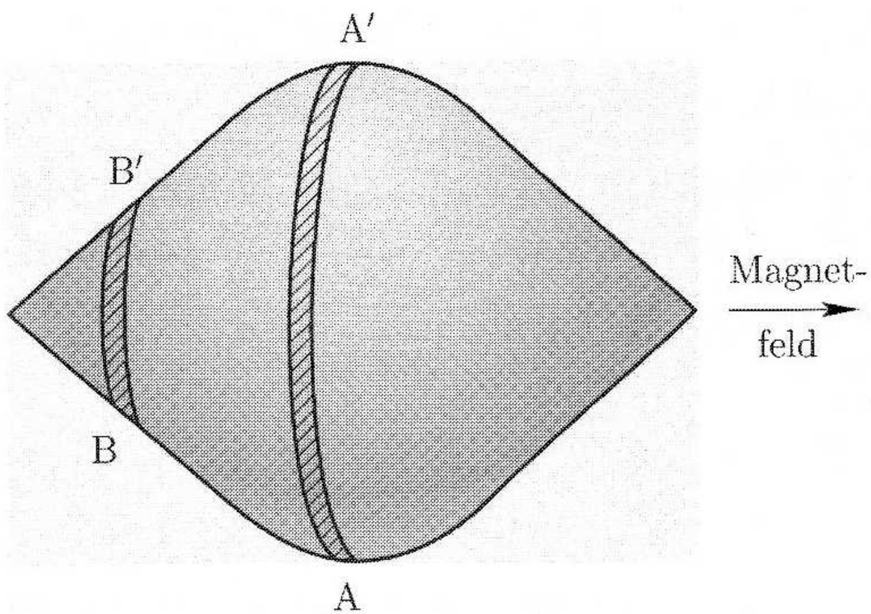
Silber



Ashcroft 1c4.2

Extremalbahnen

Bild 9.28: Die Bahnen im Abschnitt AA′ sind Extremalbahnen: die Zyklotronperiode ist über ein genügend breites Stück der Fermi-Fläche annähernd konstant. Bahnen in Abschnitten wie BB' ändern über diese Breite ihre Periode.



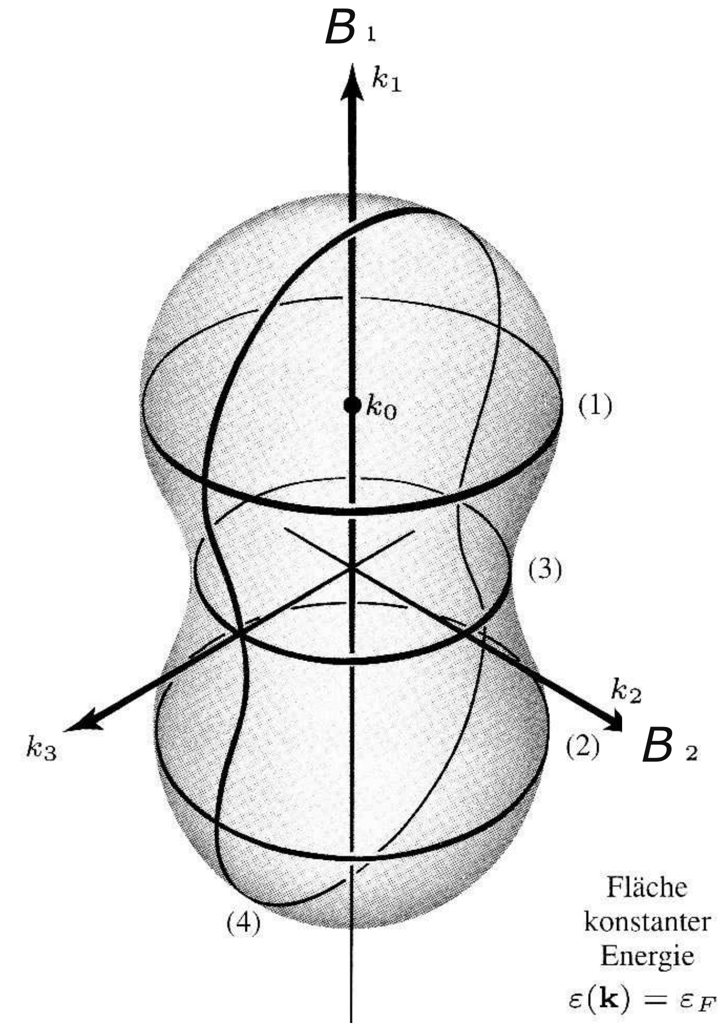


Bild 14.4: Einige Beispiele für extremale Bahnkurven. Liegt B parallel zur k_1-Achse, dann sind die Bahnen (1) und (2) maximale Extremalbahnen, (3) ist eine minimale. Liegt das Magnetfeld dagegen parallel zur k_2-Achse, so gibt es nur die einzige Extremalbahn (4).

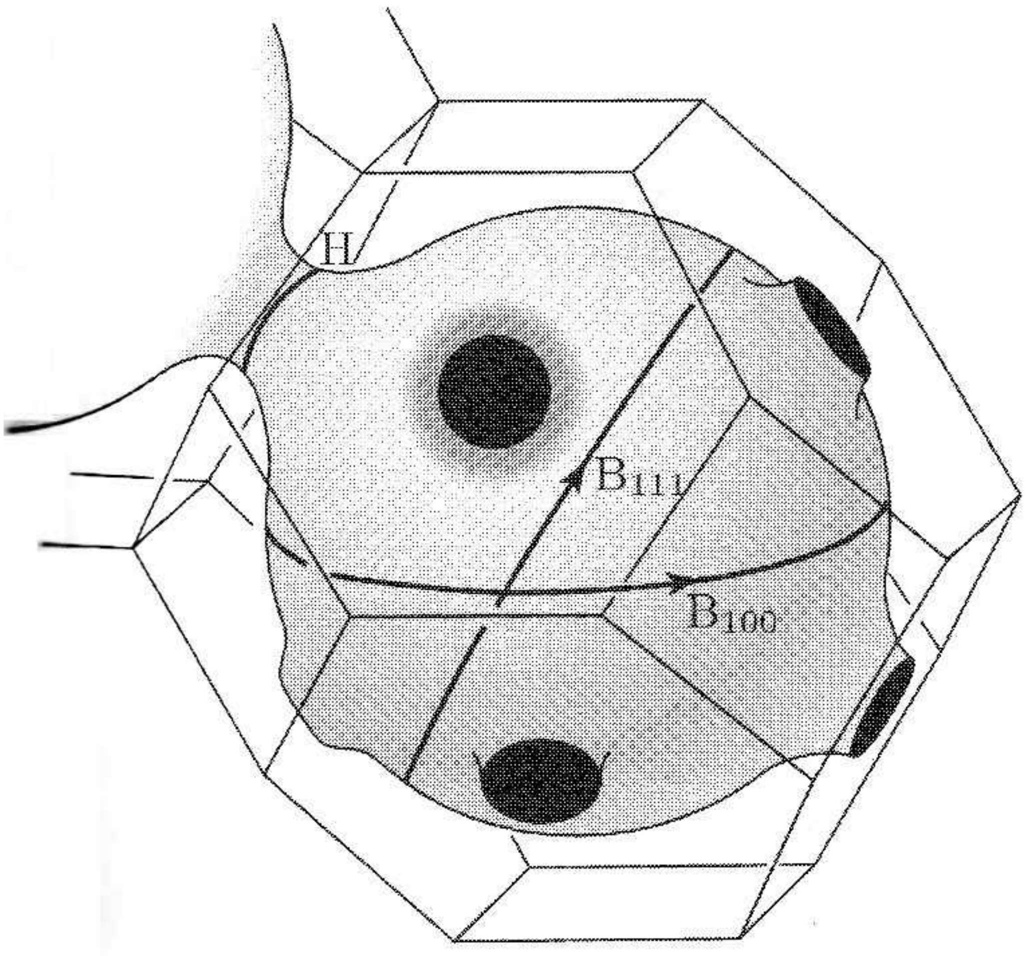
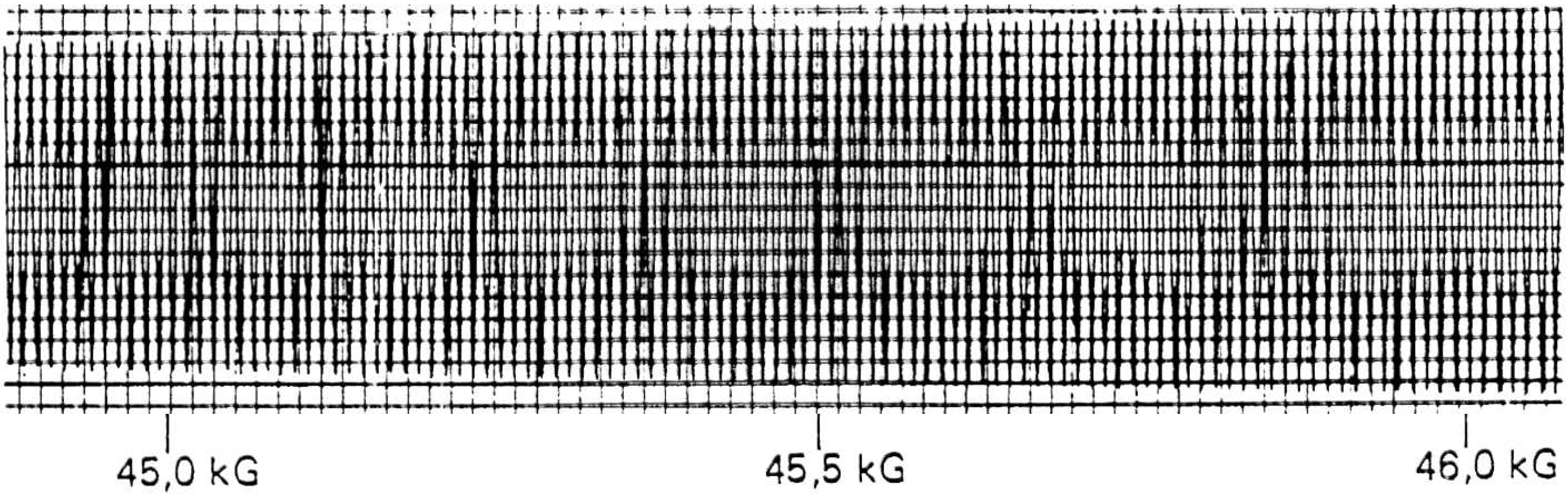
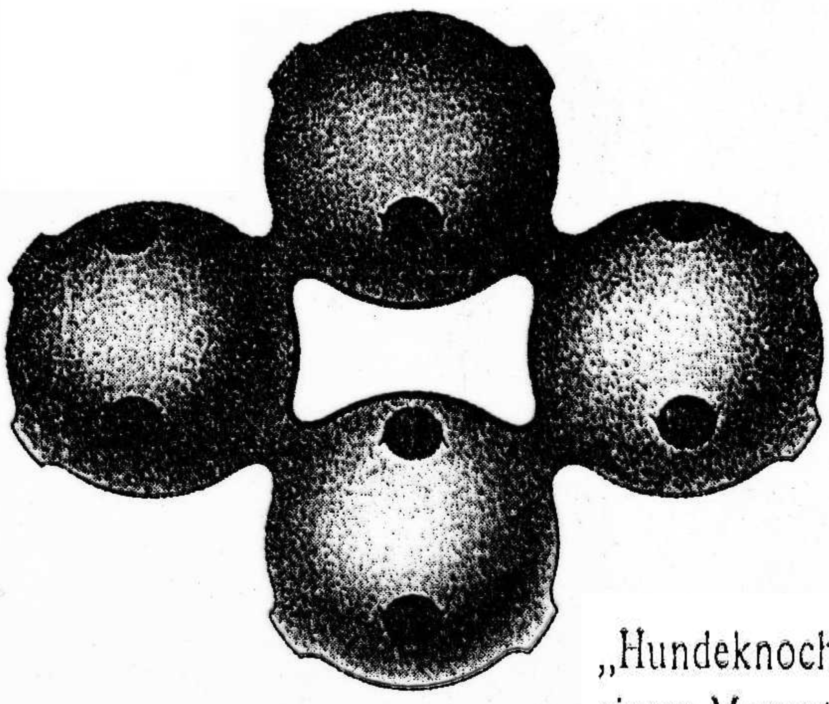


Bild 9.29: Fermi-Fläche von Kupfer nach Pippard. Die Brillouin-Zone der fcc-Struktur ist der in Kapitel 2 abgeleitete Oktaeder ohne Spitzen. Die Fermi-Fläche berührt die Zonengrenze in der Mitte der hexagonalen Begrenzungsflächen der Zone, in den [111]-Richtungen im $\boldsymbol{k}$-Raum. Zwei „Bauch“-Extremalbahnen sind dargestellt und mit B bezeichnet; die „Hals“-Extremalbahn ist mit H bezeichnet.



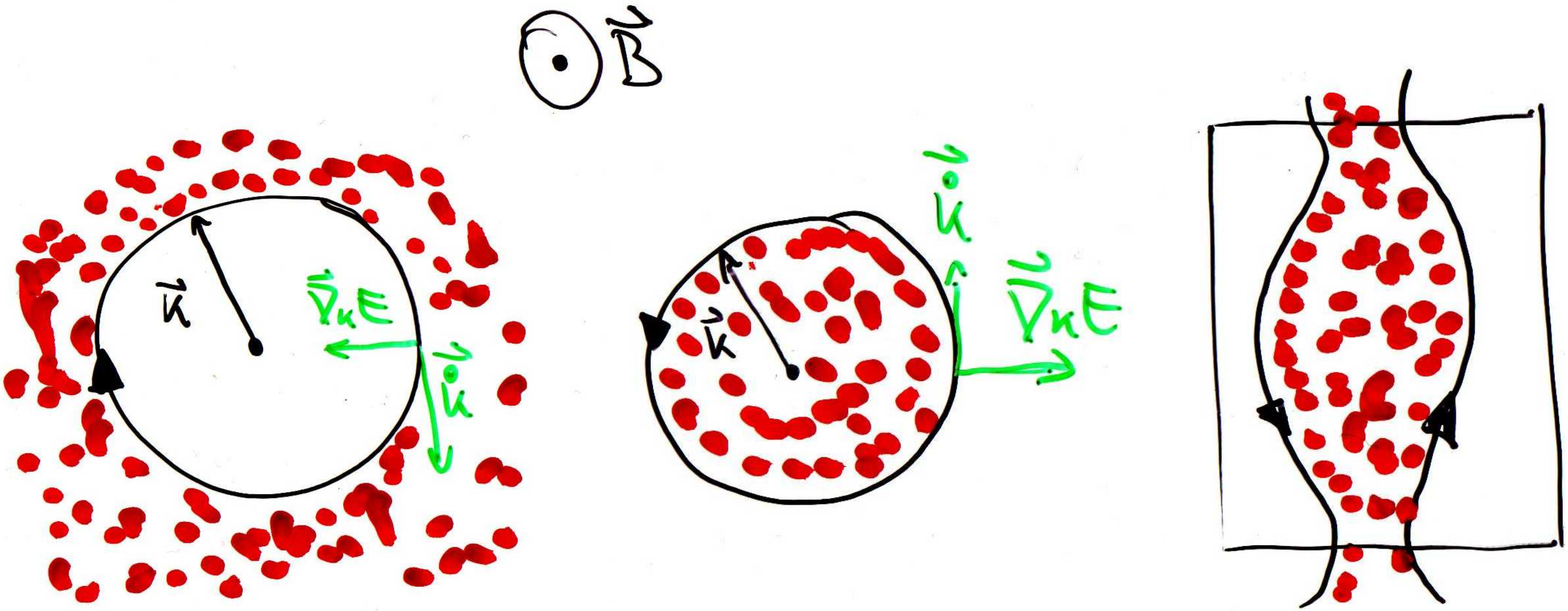
De Haas-van Alphén-Effekt in Gold mit B in [110]-Richtung. Die Oszillationen stammen von der „Hundeknochen"-Bahn des Bildes 30. Das Signal hängt von der zweiten Ableitung des magnetischen Moments nach der Feldstärke ab. Diese Ergebnisse wurden mit einer Feldmodulationstechnik in einer supraleitenden Spule hoher Homogenität bei etwa 1,2 K ermittelt. (Nach I. M. Templeton.)



„Hundeknochen"-Bahn eines Elektrons auf der Fermi-Fläche von Kupfer oder Gold in einem Magnetfeld. Dies ist eine lochartige Bahn, weil die Energie zum Innern der Bahn hin zunimmt.

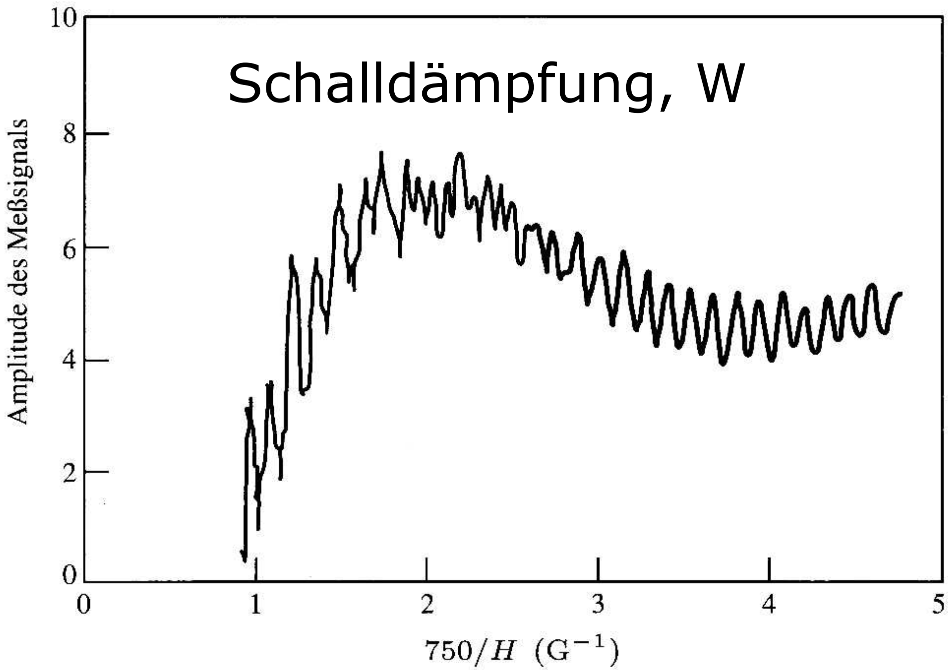
Bahnarten

$$\dot{\vec{k}} = -\frac{e}{\hbar^2}\vec{\nabla}_{\vec{k}}E(\vec{k})\times\vec{B}$$

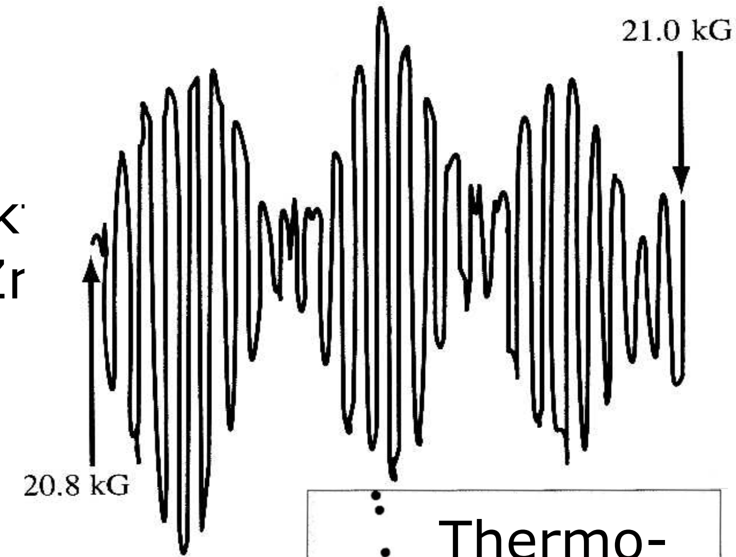


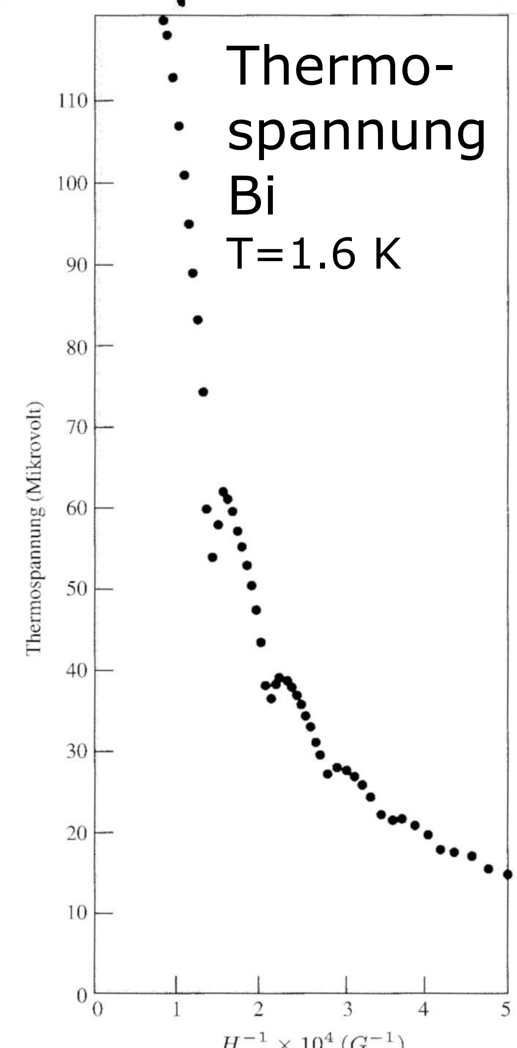
lochartig elektronenartig offen

Mehr Oszillationen

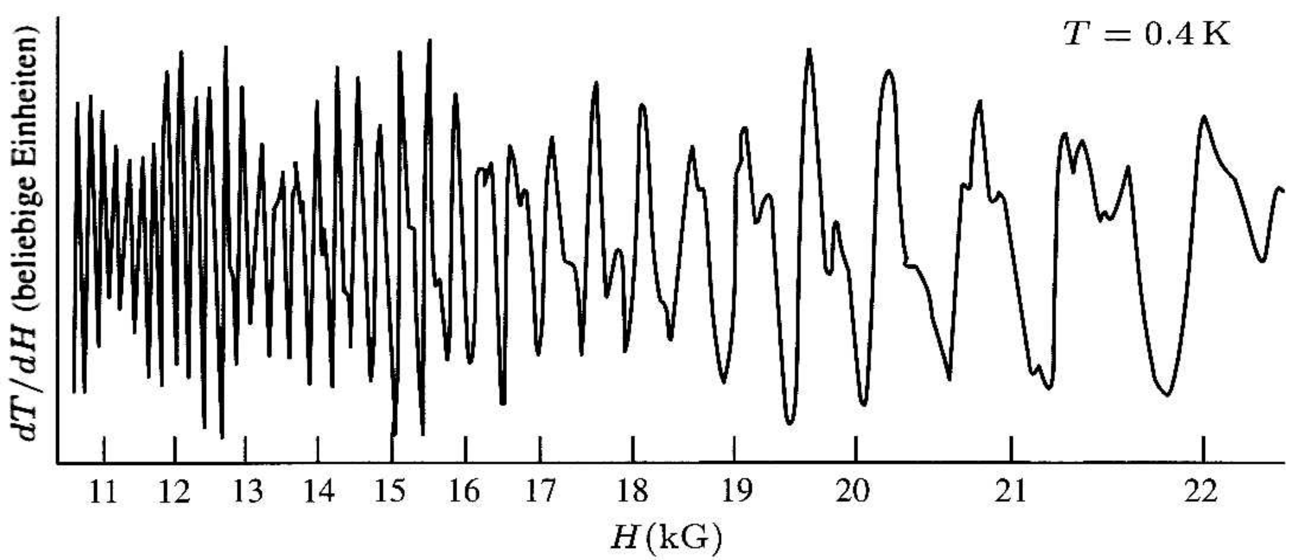


Peltiereffek
Zr



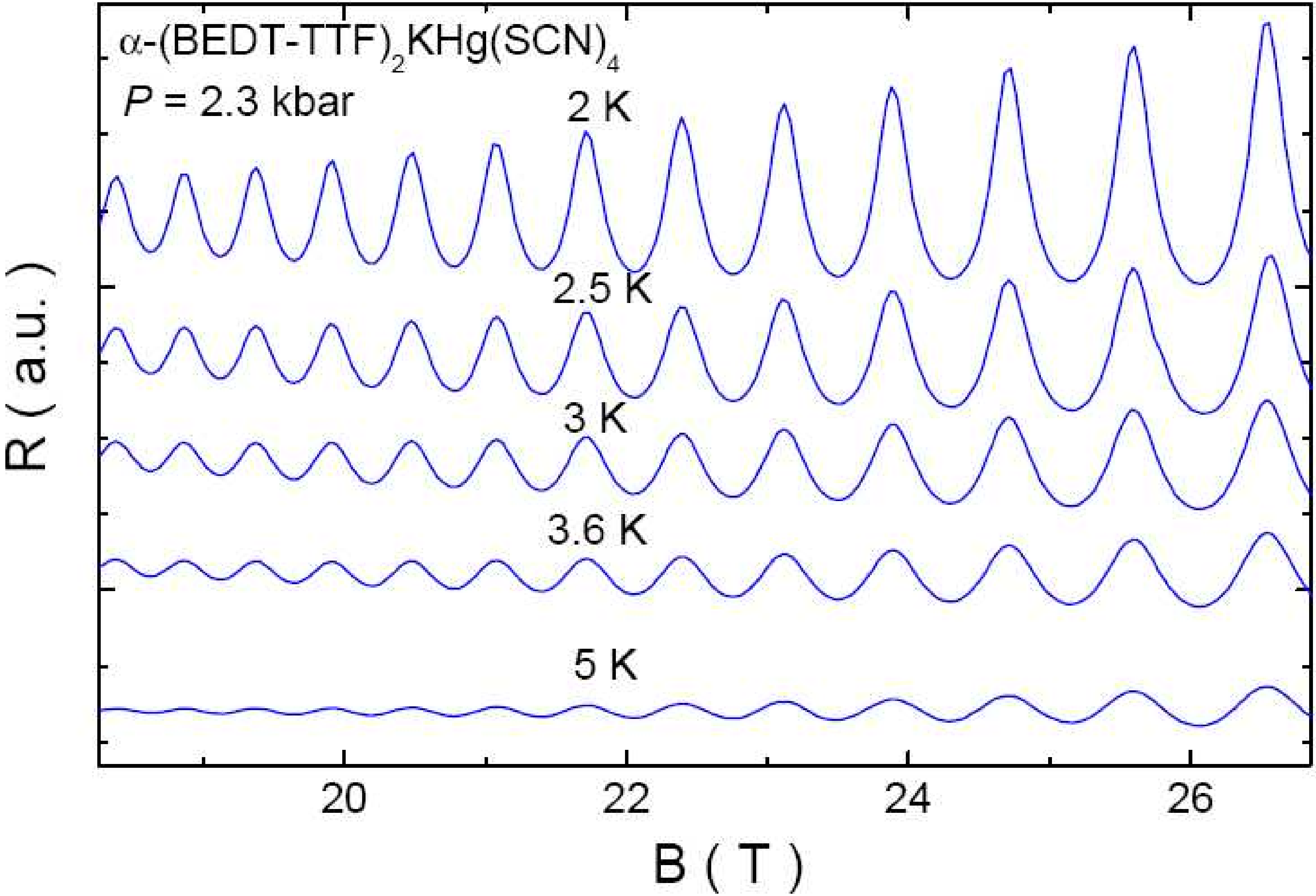


Wärmeleitfähigkeit, Sb



Ashcroft 1c4.3

Shubnikov-de Haas-Oszillationen



Idee: ρ ~ Streuwahrscheinlichkeit ~ DOS(E_F) ~ dM/dB

(D. Andres, Doktorarbeit TU-München (2005))