

Ladungsträgerstatistik

extrinsischer Fall

Konzentrationen:

Donatoren sind neutral oder ionisiert:

$$N_D = N_D^0 + N_D^+$$

Akzeptoren sind neutral oder ionisiert:

$$N_A = N_A^0 + N_A^-$$

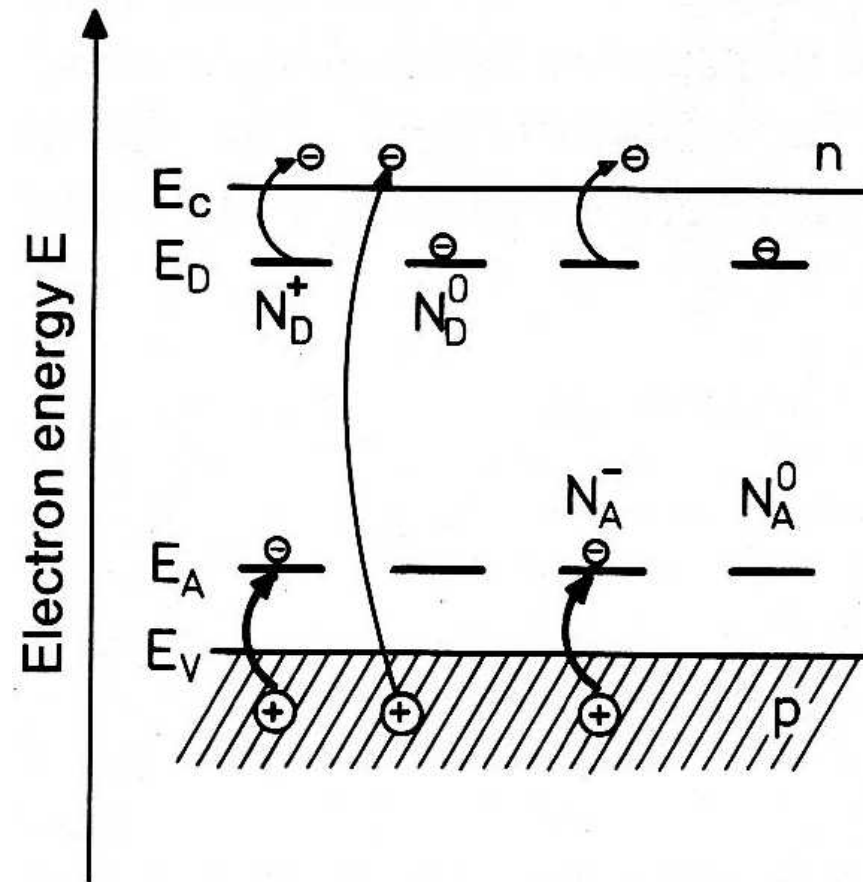
Neutralität: $n + N_A^- = p + N_D^+$

mit e^- besetzte (=neutrale) Donatoren:

$$N_D^0 = N_D (1 + \exp((E_D - \mu) / k_B T))^{-1}$$

mit h^+ besetzte (=neutrale) Akzeptoren:

$$N_A^0 = N_A (1 + \exp((\mu - E_A) / k_B T))^{-1}$$



Für gegebene N_A und N_D nun μ so variieren, dass alle Gleichungen erfüllt

hier nur Spezialfall:

n -Typ

d. h. $N_A = 0$

(oder $N_D \gg N_A$)

extrinsischer Bereich

d. h. $N_D^+ \gg n_i$

(also kleine T)

folglich $n \approx N_D^+$

Wie im intrinsischen HL gilt:

$$n = n_0 \exp\left(\frac{\mu - E_C}{k_B T}\right) \Rightarrow \frac{n}{n_0} \exp\left(\frac{E_C}{k_B T}\right) = \exp\left(\frac{\mu}{k_B T}\right) \quad (1)$$

Elektronen stammen überwiegend von Donatoren:

$$\begin{aligned} n &\approx N_D^+ = N_D - N_D^0 \\ &= N_D \left(1 - \left[1 + \exp\left(\frac{E_D - \mu}{k_B T}\right) \right]^{-1} \right) \end{aligned}$$

(1) einbauen:

$$n \approx N_D \left(1 - \left[1 + \exp\left(\frac{E_D - E_C}{k_B T}\right) \left(\frac{n_0}{n}\right) \right]^{-1} \right)$$

Nutze $1 - \frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}$

$$\Rightarrow n \approx N_D \left[1 + \exp\left(\frac{E_d}{k_B T}\right) \left(\frac{n}{n_0}\right) \right]^{-1}$$

mit $E_d = E_C - E_D$ 3

$$n \approx N_D \left[1 + \exp\left(\frac{E_d}{k_B T}\right) \left(\frac{n}{n_0}\right) \right]^{-1} \quad \text{umsortieren:} \quad N_D \approx n + \frac{n^2}{n_0} \exp\left(\frac{E_d}{k_B T}\right)$$

Lösung mit $n > 0$:

$$n \approx 2N_D \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{N_D}{n_0} \exp\left(\frac{E_d}{k_B T}\right)} \right)^{-1}$$

$$n \approx 2N_D \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{N_D}{n_0} \exp\left(\frac{E_d}{k_B T}\right)} \right)^{-1}$$

T "klein", d. h. $4 \frac{N_D}{n_0} \exp\left(\frac{E_d}{k_B T}\right) \gg 1$

$$n \approx \sqrt{N_D n_0} \exp\left(-\frac{E_d}{2k_B T}\right)$$

Störstellenreserve
freeze out range

T "groß", d. h. $4 \frac{N_D}{n_0} \exp\left(\frac{E_d}{k_B T}\right) \ll 1$

$$n \approx N_D = \text{const.}$$

Störstellenerschöpfung
saturation range

T "riesig", d. h. $E_g \approx k_B T$

$$n \approx n_i \propto \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

intrinsischer Bereich
intrinsic range

Fig.12.10a Ibach-Lüth

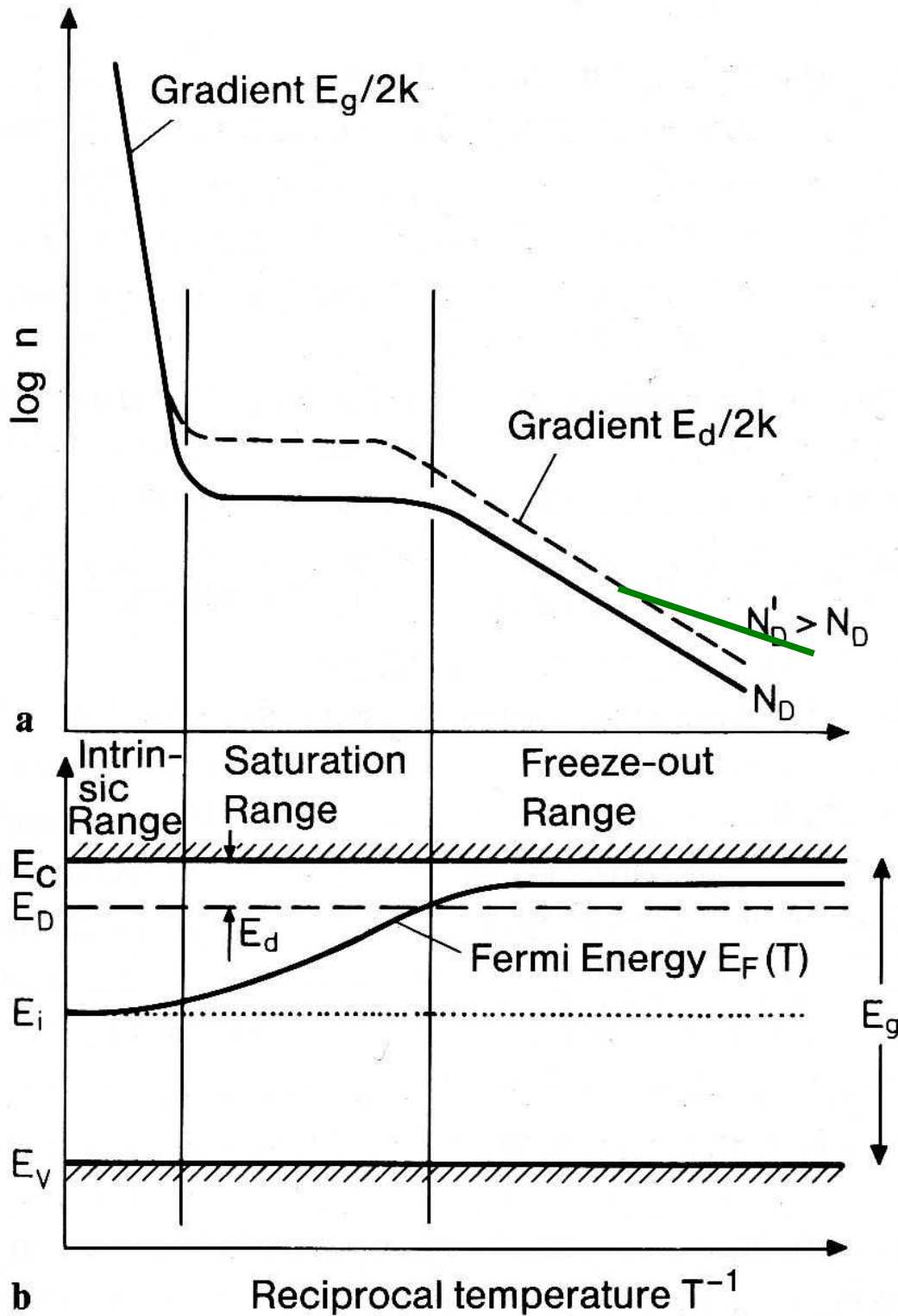
Conduction band e^- concentration n

of n type semiconductor

for two donor concentrations $N'_D > N_D$

E_g : width of the forbidden band

E_d : ionization energy of the donors



Fermi energy $E_F(T)$

E_C : lower conduction band edge

E_V : upper valence band edge

E_i : Fermi level of intrinsic semiconductor

Very low T:

Overlapping impurity states cause conductivity of impurity band

Massenwirkungsgesetz gilt weiterhin

$$np = n_i^2$$

$$\text{denn } n = n_0 \exp\left(\frac{\mu - E_C}{k_B T}\right)$$

& entsprechende Gl. für p gelten

Sei $N_D \gg N_A$, dann $n \approx N_D - N_A$

also $p \approx \frac{n_i^2}{N_D - N_A}$ sehr klein, weil n_i klein

d.h. im n -Typ gibt es viele e^- im CB und wenige h^+ im VB

Only Ge is clean enough.

Fig. 12.11 Ibach-Lüth

Electron concentration n in n-type Ge

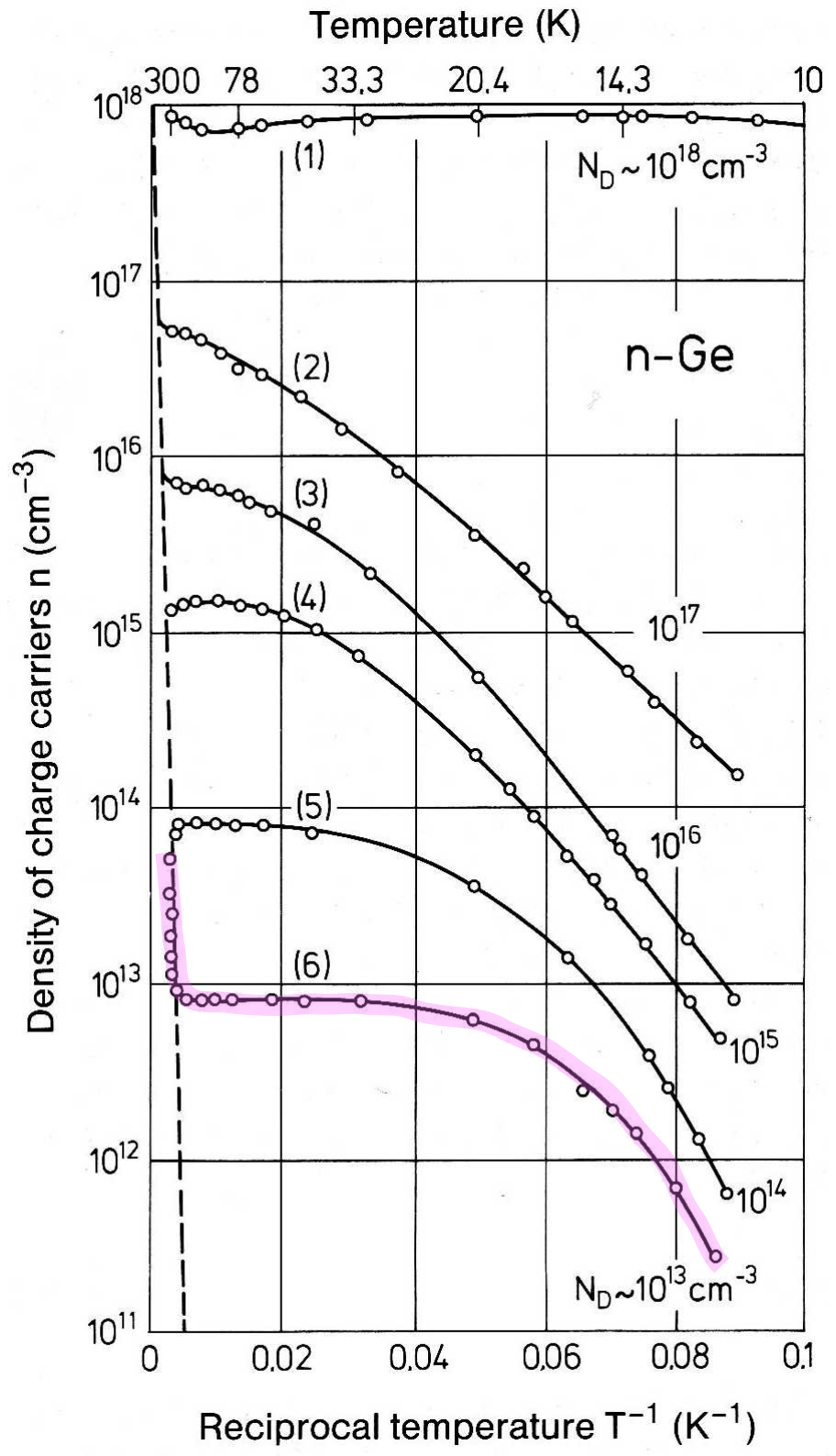
Hall effect data

Donor concentration N_D varies

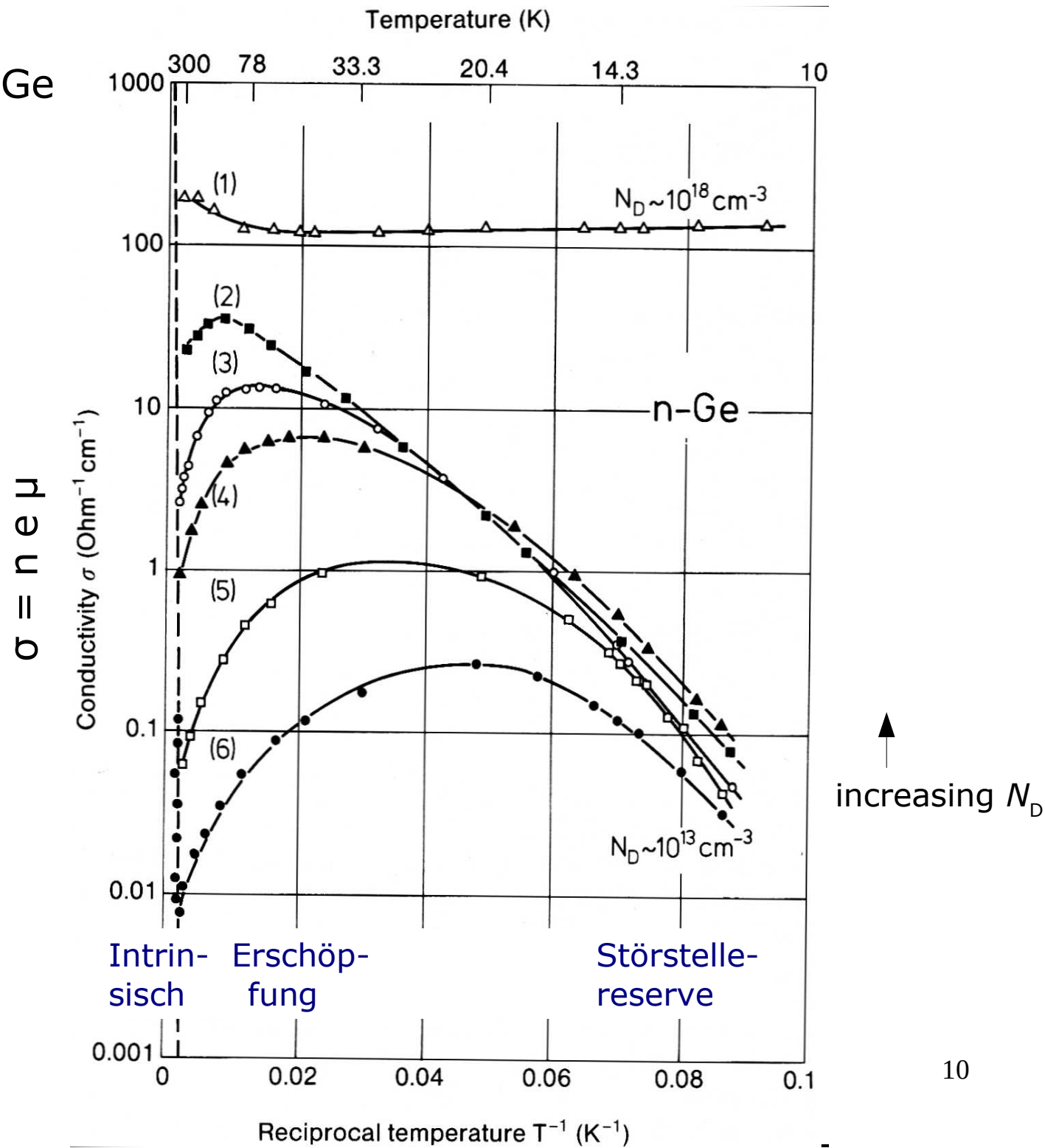
$10^{18} \dots 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ for samples 1 ... 6

T dependence in intrinsic region

shown by dashed line



Conductivity of n-type Ge



Leitfähigkeit (und Mobilität μ)

Metall: $\sigma = e n \mu$ $\mu = \frac{e}{m} \tau$

Halbleiter: $\sigma = e(n \mu_n + p \mu_p)$ dabei ist μ nicht einfach $\mu(E_F)$

sondern

$$\mu_n \approx \frac{e}{m_n^*} \frac{\langle \tau(\vec{k}) v^2(\vec{k}) \rangle_{\vec{k}}}{\langle v^2(\vec{k}) \rangle_{\vec{k}}}$$

Abschätzung von $\mu(T)$:

Stoßrate \sim mittlere Geschwindigkeit * Stoßquerschnitt

$$\frac{1}{\tau} \propto \langle |v| \rangle \Sigma$$

zu v : nicht entarteter HL \rightarrow "Fermischwanz"

\rightarrow Maxwell-Boltzmann Verteilung $\langle |v| \rangle \propto \sqrt{T}$

zu Σ

Phononen:

$$k_B T = m \omega_{\vec{q}} \langle s_{\vec{q}}^2 \rangle \Rightarrow \Sigma_{\text{phonon}} \propto T$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{e}{m} \tau \propto \frac{1}{\Sigma_{\text{phonon}}} \frac{1}{v} \propto T^{-\frac{3}{2}}$$

Ionisierte Störstellen: Coulombstreuung à la Rutherford

$$\Sigma_{\text{impurity}} \propto \frac{1}{\langle |v| \rangle^4} \propto T^2$$

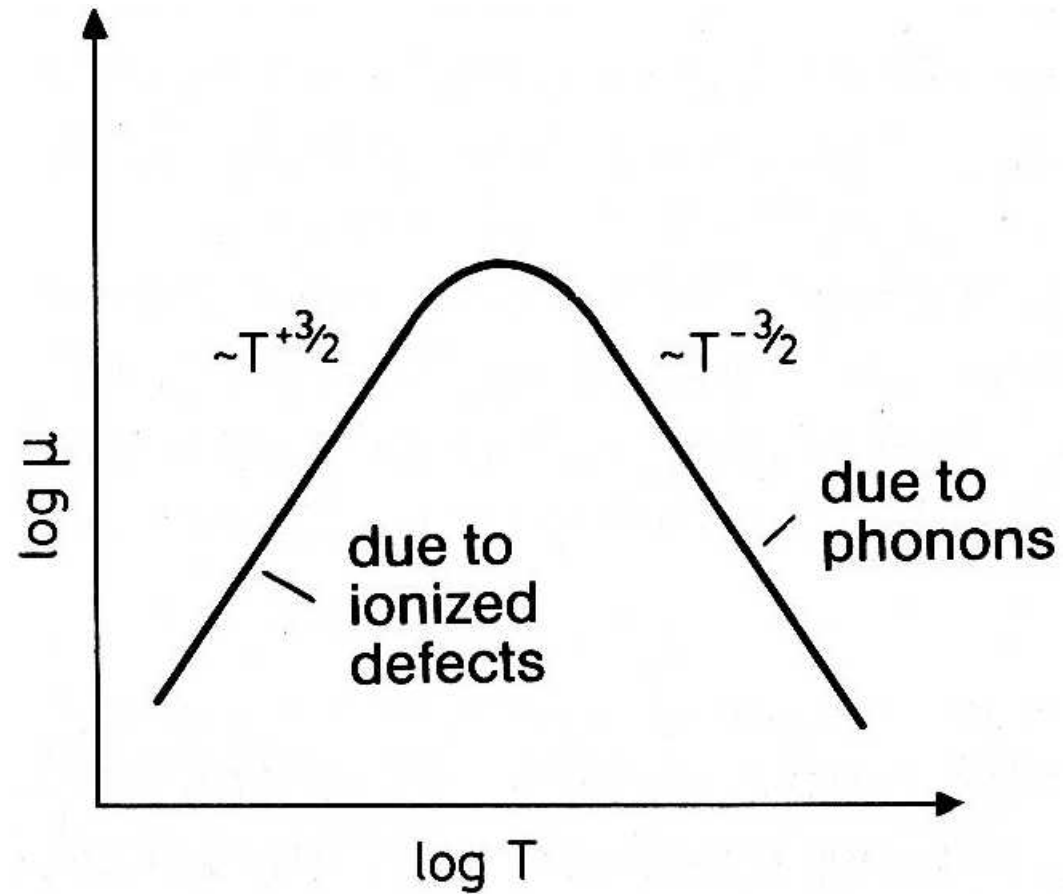
Zahl der ionisierten Störstellen sein N_{impurity} bei kleinen T eigentlich $N_{\text{impurity}}(T)$

$$\frac{1}{\tau_{\text{impurity}}} \propto N_{\text{impurity}} \langle |v| \rangle \Sigma_{\text{impurity}} \propto N_{\text{impurity}} \sqrt{T} \frac{1}{T^2}$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{impurity}} \propto N_{\text{impurity}}^{-1} T^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \mu_{\text{impurity}} \propto \tau_{\text{impurity}} \propto \frac{1}{N_{\text{impurity}}} T^{\frac{3}{2}}$$

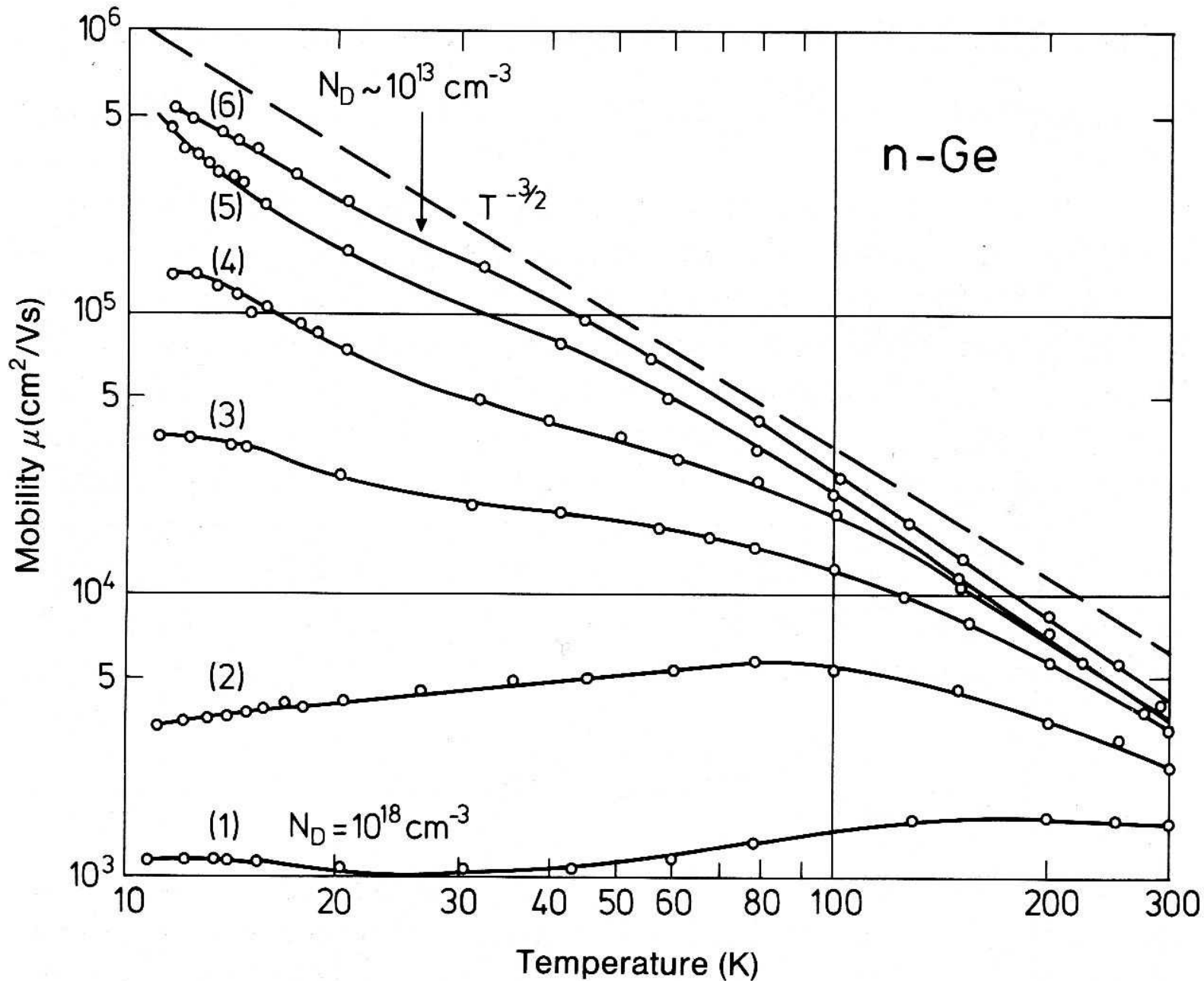
Schematic Mobility $\mu(T)$

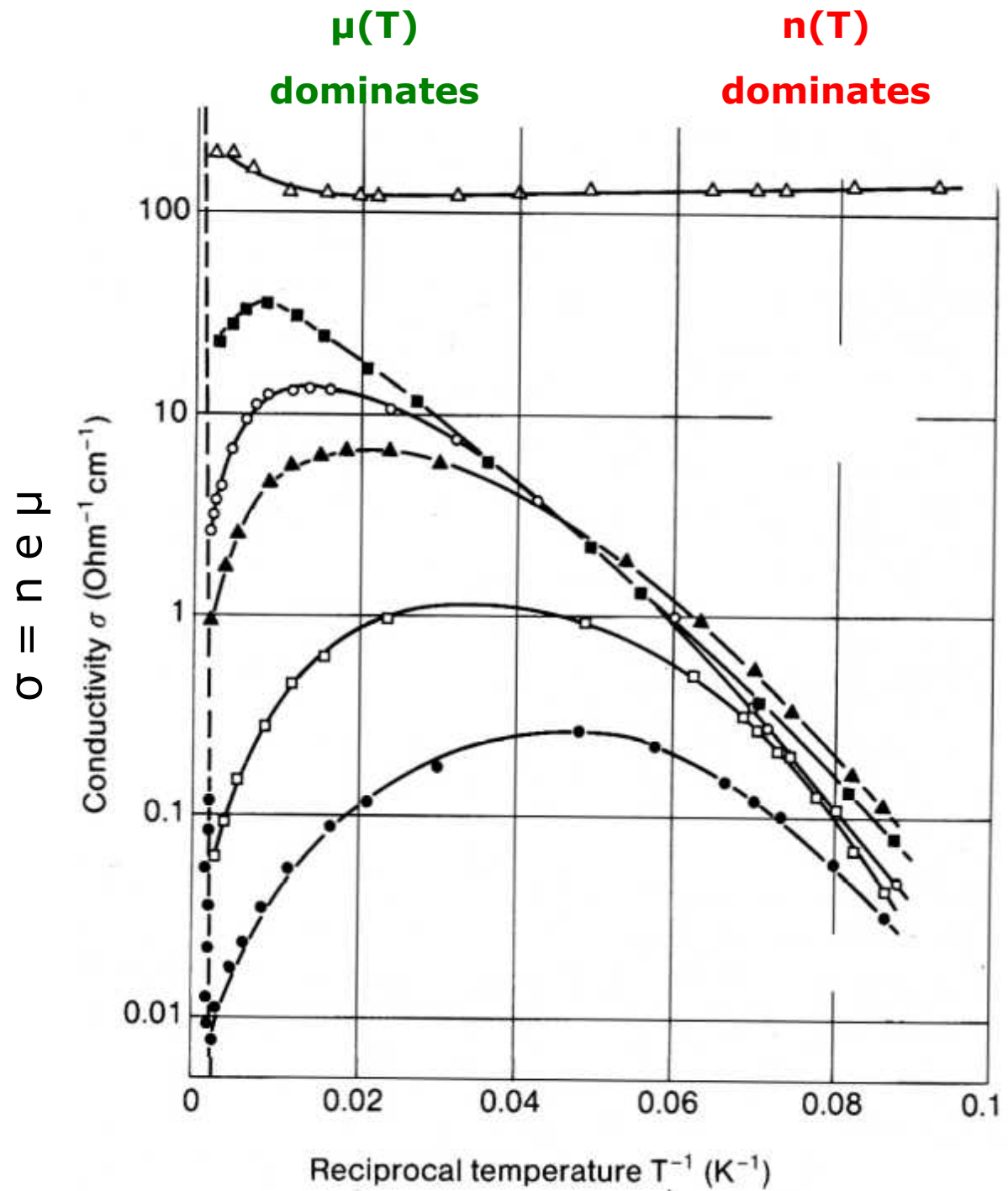
12.12 Ibach-Lüth



Experimental Mobility $\mu(T)$

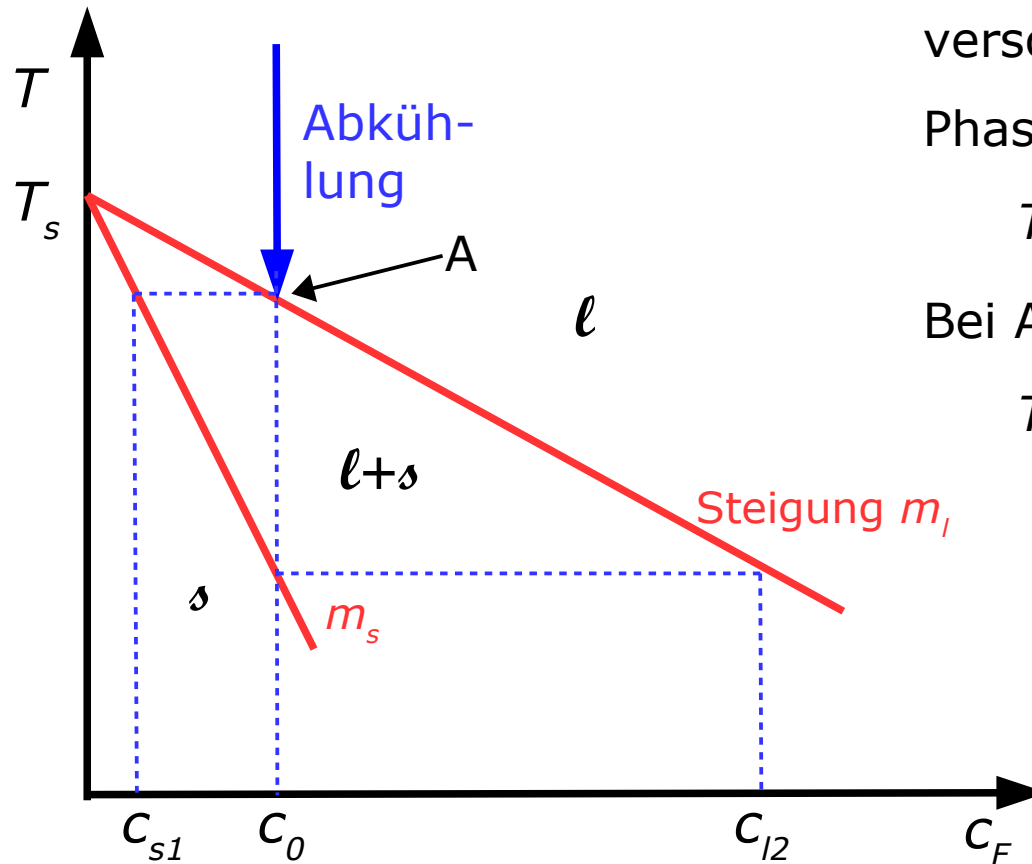
12.13 Ibach-Lüth





Zonenreinigung

mögliches Phasendiagramm für HL mit Fremdstoffanteil c_F



verschiedene Löslichkeiten in l und s

Phasengrenzen:

$$T = T_s + m_l c_F$$

$$T = T_s + m_s c_F$$

Bei A:

$$T = T_s + m_l c_0$$

$$T = T_s + m_s c_{s1}$$

also:
$$\frac{m_l}{m_s} = \frac{c_{s1}}{c_0} \stackrel{\text{def}}{=} k$$

c_0 : Startkonzentration

c_{s1} : Konzentration im zuerst erstarrenden Material

c_{l2} : Konzentration in der letzten flüssigen Zone

Erstarren von links

Gesamtmenge an Fremdstoff konstant

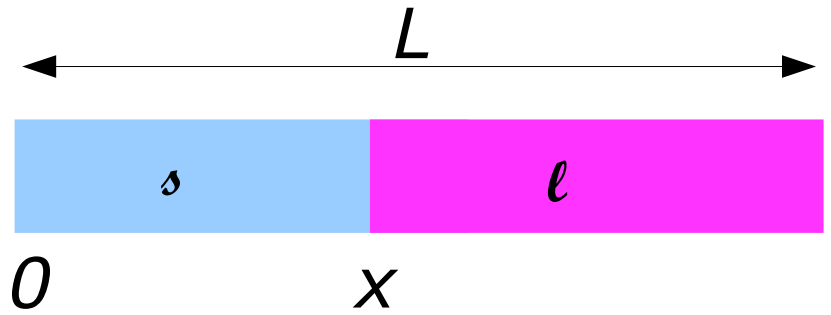
$$L c_0 = \int_0^x d\tilde{x} c_s(\tilde{x}) + \int_x^L d\tilde{x} c_l(\tilde{x})$$

Diffusion ergibt homogenes $c_l(x)$:

An Phasengrenze Verteilung gemäß k :

$$(L-x)c_s(x) = k \left(Lc_0 - \int_0^x d\tilde{x} c_s(\tilde{x}) \right)$$

$$\Rightarrow -c_s(x) + (L-x) \frac{dc_s}{dx} = -k c_s(x)$$



$$L c_0 = \int_0^x d\tilde{x} c_s(\tilde{x}) + c_l(L-x)$$

$$\frac{1}{k} c_s = c_l$$

$$\Rightarrow \frac{dc_s}{dx} = \frac{1-k}{L-x} c_s(x)$$

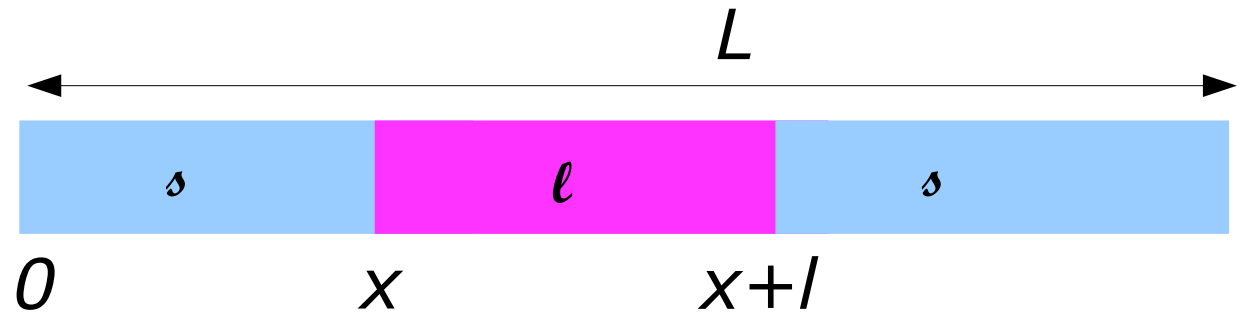
$$\frac{dc_s}{dx} = (1-k) \frac{c_s(x)}{L-x} \quad \Rightarrow \quad c_s(x) = c_s(0) \left(1 - \frac{x}{L}\right)^{k-1} \quad \text{mit} \quad c_s(0) = k c_0$$

$k = 1$: $c_s(x) = c_s(0)$ uninteressant

$k < 1$: $\lim_{x \rightarrow L} \frac{c_s(x)}{c_s(0)} \rightarrow \infty$ "alle" Fremdstoffe am linken Rand

Zonenreinigung

Schmelzzone der Länge L
durch Kristall bewegen



$$(x+l)c_0 = \int_0^x d\tilde{x} c_s(\tilde{x}) + \int_x^{x+l} d\tilde{x} c_l(\tilde{x}) = \int_0^x d\tilde{x} c_s(\tilde{x}) + c_l l$$

(kein Gradient in Schmelze)

An Phasengrenze: $c_s(x) = k c_l$ (ableiten ...)

$$\Rightarrow \frac{dc_s}{dx} = \frac{k}{l} (c_0 - c_s(x))$$

$$\Rightarrow c_s(x) = c_0 + A \exp\left(-\frac{kx}{l}\right)$$

Anfangsbedingung: $c(0) = c_0 + A = k c_0$

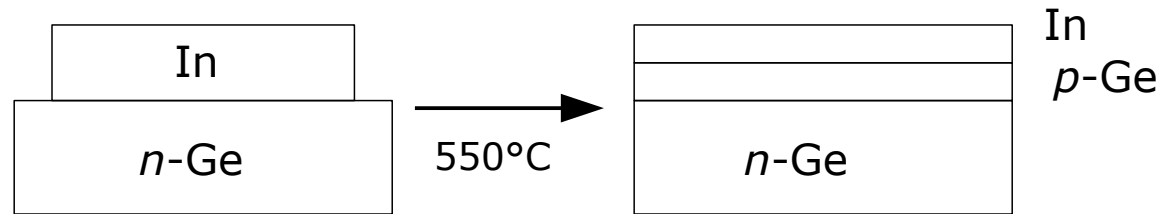
$$\Rightarrow c_s(x) = c_0 \left[1 - (1-k) \exp\left(-\frac{kx}{l}\right) \right]$$

(solange Schmelze das Ende nicht erreicht)

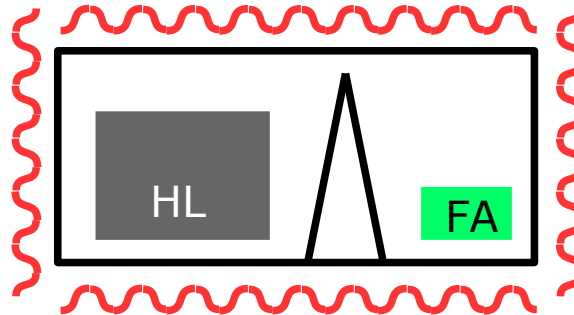
Dotieren

Ziehen aus Schmelze: c_i so nachsteuern, dass $c_i = c^*/k$ für Zielkonzentration c^*

Legieren:



Diffusion:



Implantation

MBE