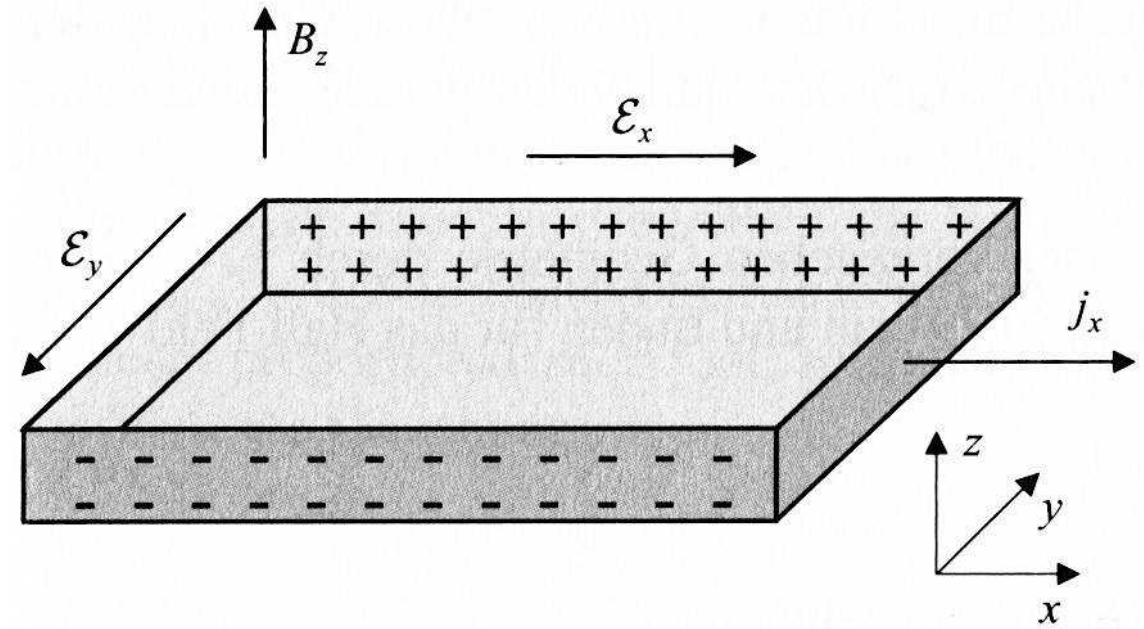


# 3D Halleffekt

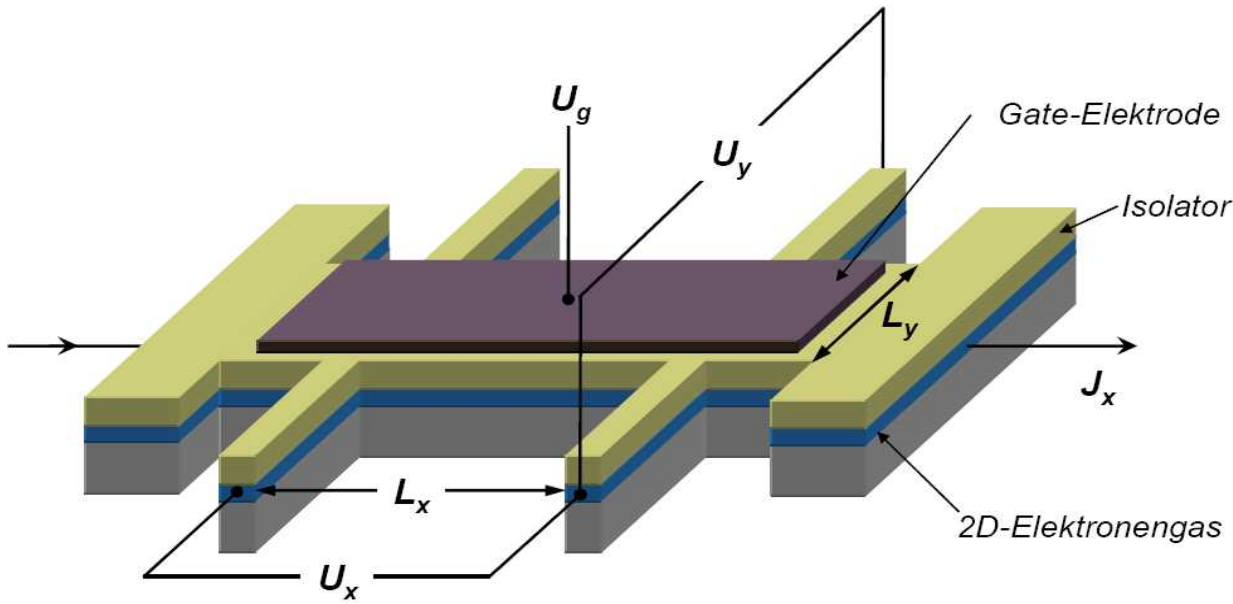


$$\vec{j} = \frac{\sigma_0}{1 + \frac{e^2 \tau^2}{m^{*2}} B^2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{-e\tau}{m^*} B & 0 \\ \frac{e\tau}{m^*} B & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \frac{e^2 \tau^2}{m^{*2}} B^2 \end{pmatrix} \vec{E}$$

$$\sigma_0 = \frac{ne^2 \tau}{m^*}$$

$$\omega_c = \frac{B}{ne}$$

# Halleffekt an 2D Elektronengasen



$$\vec{j} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \vec{E}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{ne}{B} \frac{\omega_c \tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2}$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{ne}{B} \frac{\omega_c^2 \tau^2}{1 + \omega_c^2 \tau^2}$$

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ -\rho_{xy} & \rho_{xx} \end{pmatrix} \vec{j}$$

$$\rho_{xx} = \frac{B}{ne} \frac{1}{\omega_c \tau} = \frac{m^*}{ne^2 \tau} \quad \rho_{xy} = \frac{B}{ne}$$

Quadratische Probe  $L \times L \times d$

$$R = \rho L / (L d)$$

Hallwiderstand  $R_y = |\rho_{xy}| / d$

Probe enthalte  $N$  Elektronen in genau  $p$  Landau-Niveaus

voll besetzte Niveaus: keine Streuung  $\tau \rightarrow \infty$

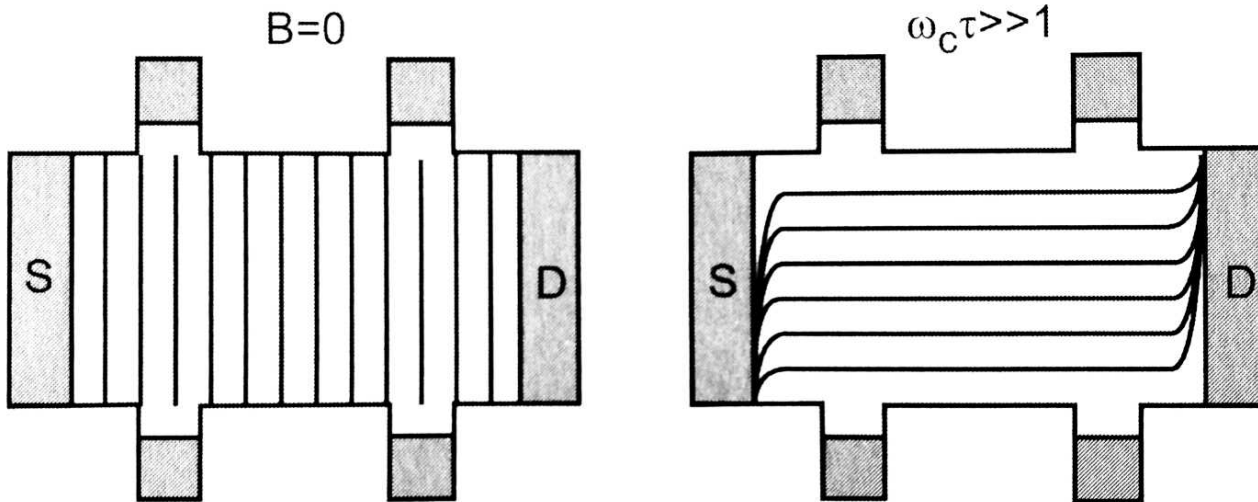
$$\rho_{xx} = \frac{m^*}{ne^2\tau} \rightarrow 0$$

$$\sigma_{xx} = \frac{ne}{B} \frac{\omega_c \tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \rightarrow 0$$

$$\rho_{xy} = \frac{B}{ne} \neq 0$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{ne}{B} \frac{\omega_c^2 \tau^2}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \neq 0$$

Äquipotentiallinien



Zeitskala zwischen  $\tau$  und  $1/\omega_c$ : keine Streuung

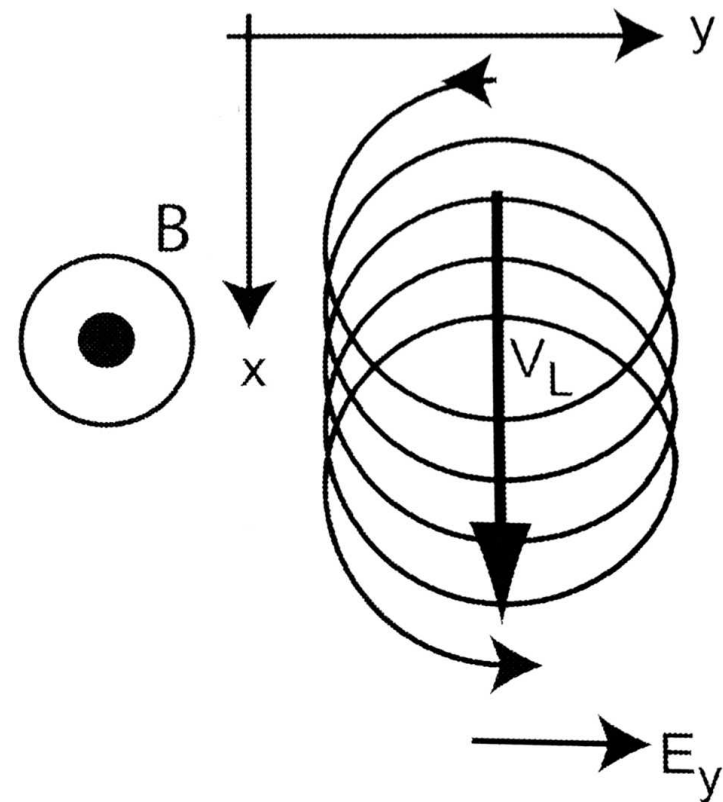
$$m^* \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -e \left( \vec{E} - \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B} \right)$$

**B** in z-, **E** in y-Richtung

Zyklotronrotation um Zentrum

Zentrum mit  $\mathbf{v}_L$ , senkrecht zu **E** und **B**

Mitteln über Rotation!



$$j_x = -nev_x = \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y = \sigma_{xy} E_y \quad \Rightarrow \sigma_{xy} = -\frac{ne}{B}$$

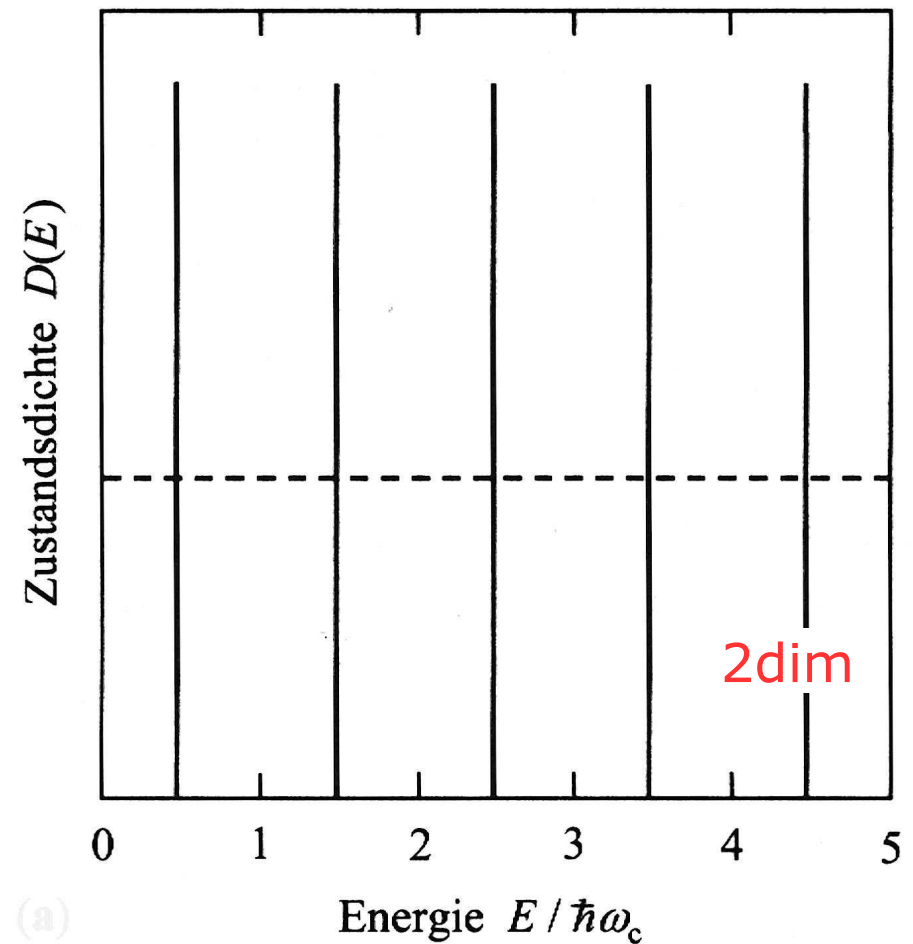
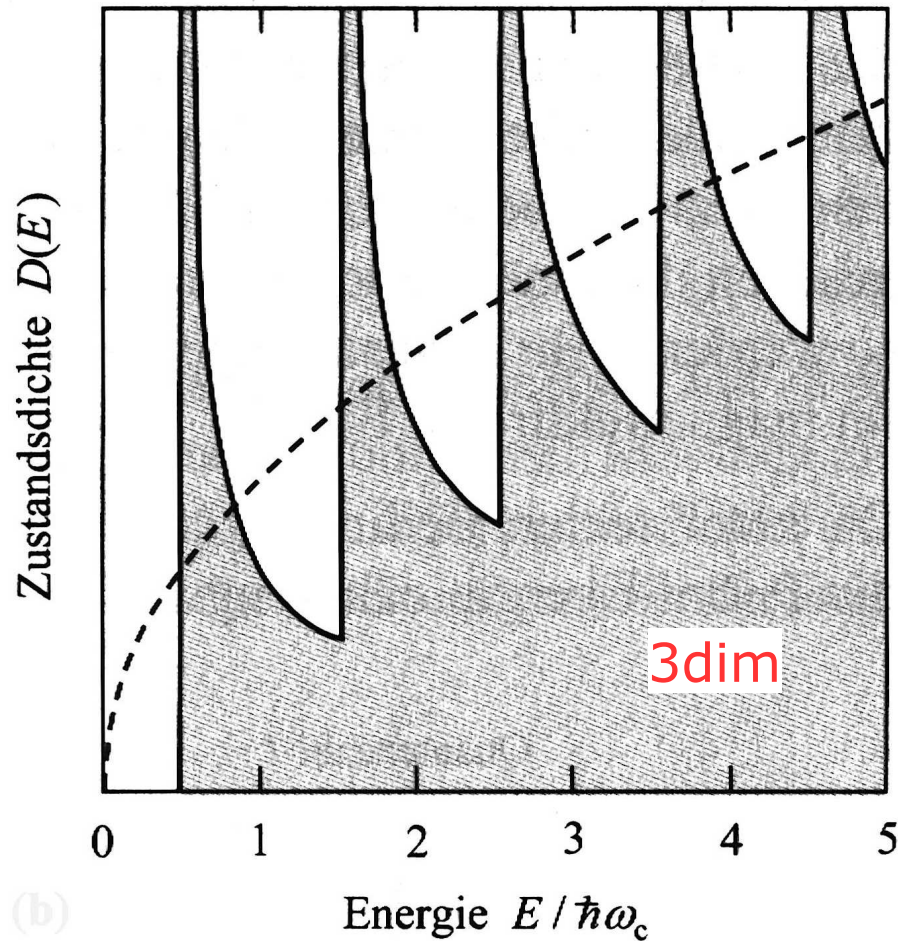
$$0 = j_y = \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y = \sigma_{yy} E_y \quad \Rightarrow \sigma_{yy} = 0$$

**B** in z-, **E** in x-Richtung  $\Rightarrow \sigma_{yx} = \frac{ne}{B}$  und  $\sigma_{xx} = 0$

$$\mathbf{j} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{ne}{B} \\ \frac{ne}{B} & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}$$

Matrixinversion:  $\rho = \begin{pmatrix} 0 & \frac{B}{ne} \\ -\frac{B}{ne} & 0 \end{pmatrix} \mathbf{j}$

# Zustandsdichte der Landau-Niveaus



Probe  $L \times L \times d$

Entartung  $g$  in 2d: 
$$g = L^2 \hbar \omega_c D_{2d} = L^2 \hbar \omega_c \frac{m^*}{2\pi \hbar^2} = L^2 \frac{e}{h} B$$
 5

Quaderprobe mit Abmessungen  $L, L, d$  und  $N$  Elektronen in genau  $p$  Landau-Niveaus

$$N = nL^2d$$
$$N = pg = p \frac{e}{h} L^2 B_p \quad \Rightarrow \quad B_p = nd \frac{h}{e} \frac{1}{p}$$

komplette Füllung ergibt Hallwiderstand

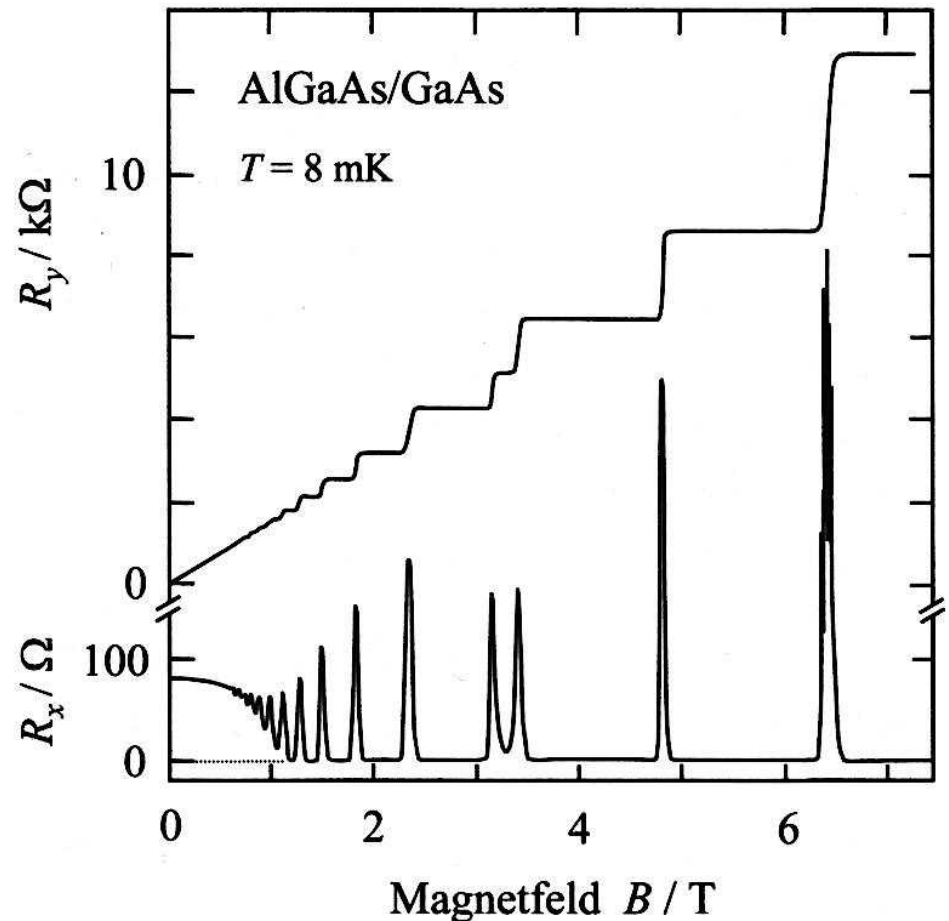
$$R_y = \frac{\rho_{xy}}{d} = \frac{B_p}{ned}$$

$$= \frac{1}{p} \frac{h}{e^2} = \frac{1}{p} R_K$$

$$R_K = 25812,807572(95)\Omega$$

Experiment: Plateaus mit diesen Werten!!

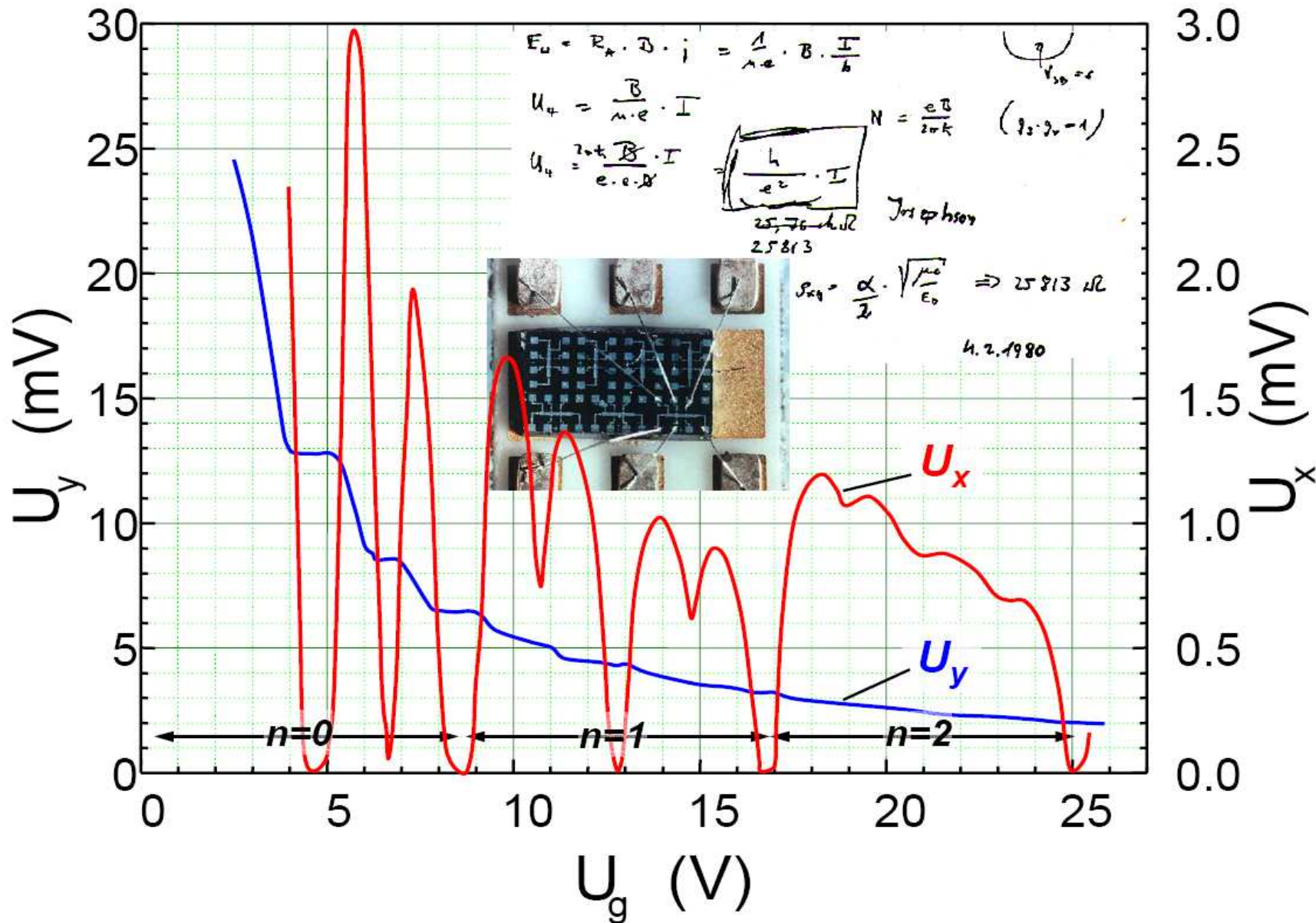
und Bereiche mit  $R_x = 0$ !!



# Ganzahliger Quanten-Hall-Effekt



Nobelpreis 1985



$$U_y = R_{xy} I_x$$

Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980)

K. von Klitzing,  
G. Dorda,  
M. Pepper,

# Plateaus?

Lokalisierte Zustände an Defekten

Die tragen nicht zu  $I$  bei

Ändert man  $B$ , springt  $E_F$  nicht von

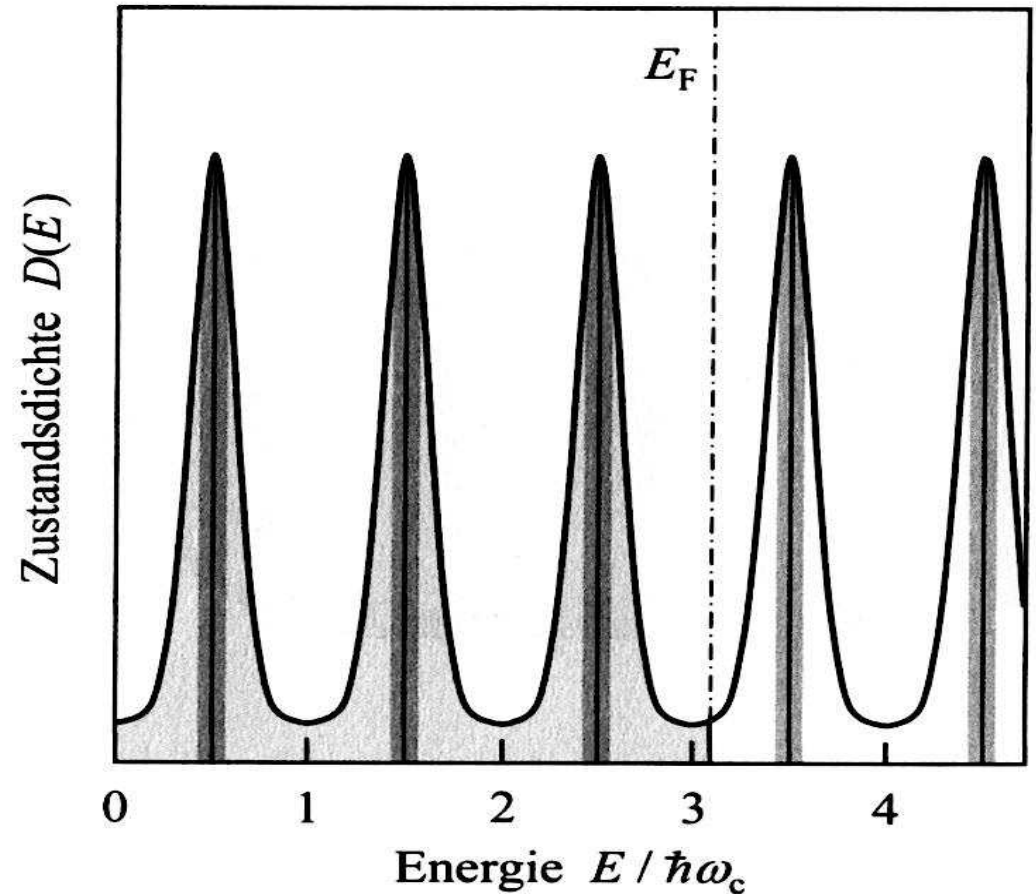
$\delta$ -Funktion zu  $\delta$ -Funktion und

ändert die Füllung, sondern

durchwandert Zwischenbereiche.

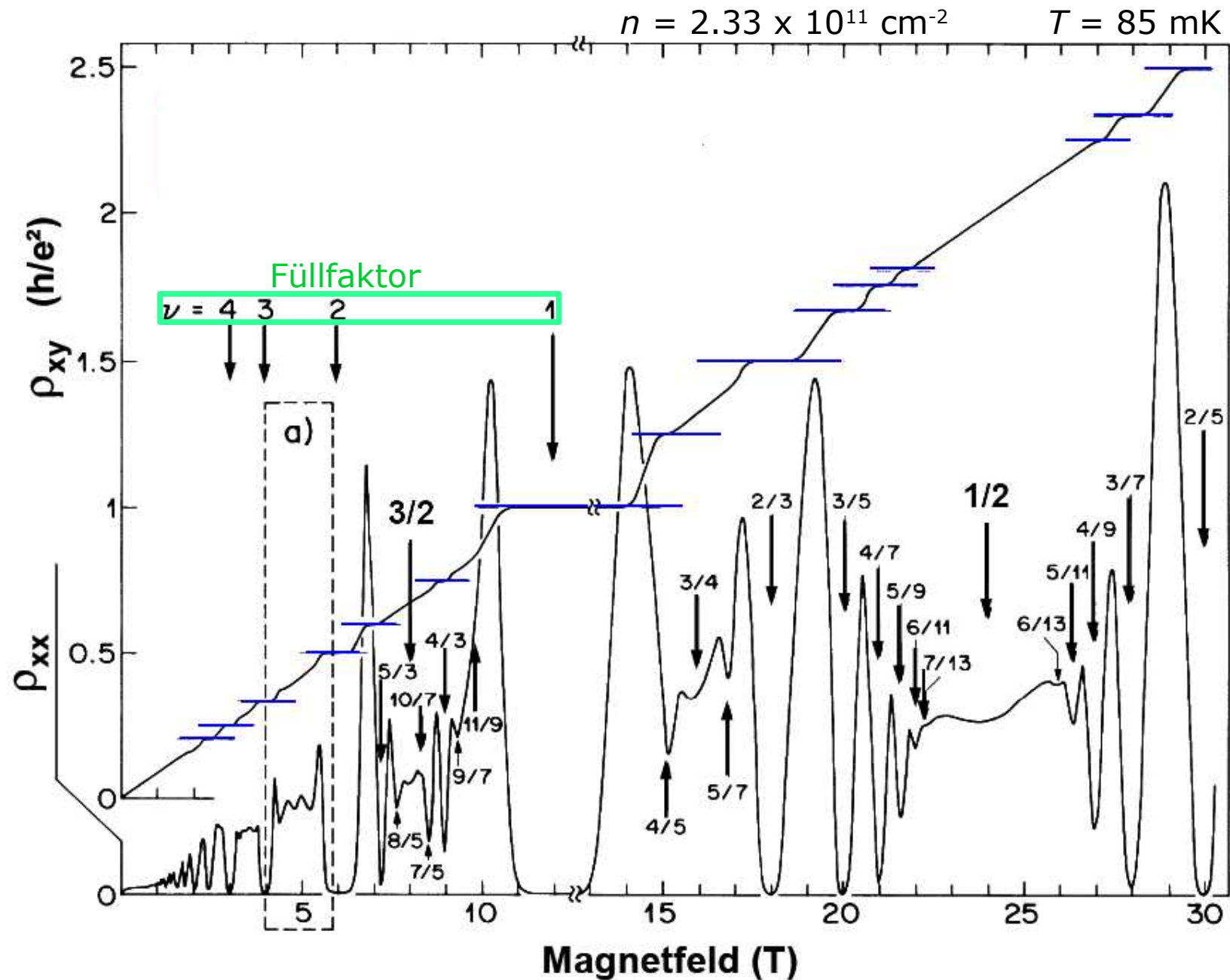
Landauniveaus bleiben voll.

$R_x=0$ ,  $R_y=const.$  bleiben erhalten





# wenig später: **Fraktionaler Quanten-Hall-Effekt**



# Nobel Lecture: The fractional quantum Hall effect

Horst L. Störmer, Rev. Mod. Phys. **71**, 875 (1999)



T. Kovacs, T. Duff, Bell Labs

Nobelpreis 1998  
Störmer, Tsui, Laughlin



Linda A. Cicero /  
Stanford News Service