

Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 1
Gruppe 1 - Optik

1.8 Abbesche Abbildungstheorie

Stichwörter: Mikroskop, Abbesche Abbildungstheorie, Beugungsbildebene, Zwischenbildebene, Kollimator, Fourier-Optik.

1 Grundlagen

Während das Auflösungsvermögen eines Fernrohrs durch die Beugung am Objektiv begrenzt ist, spielt beim Mikroskop die Beugung am Objekt eine wesentliche Rolle. Liegt ein Strichgitter, das mit einem Spaltrohr parallel und kohärent beleuchtet wird, als Objekt unter dem Mikroskop, so werden die einzelnen Beugungsordnungen in der bildseitigen Brennebene des Objektivs (= „Beugungsbildebene“) sichtbar. Nach *Abbe* entsteht das mit dem Okular betrachtete Zwischenbild des Objektes durch Interferenz der verschiedenen, als Sekundärlichtquellen aufzufassenden Beugungsordnungen. Diese strahlen, da sie Bilder derselben Lichtquelle sind, kohärent, also mit festen Phasendifferenzen. Nach der *Abbeschen Theorie* sind zur Entstehung eines Bildes mindestens die nullte und die erste Beugungsordnung als Sekundärlichtquellen notwendig.

Zur Herleitung des Auflösungsvermögens nach Abbe wird ein monochromatisch beleuchtetes Gitter mit der Gitterkonstanten s benutzt. Nach der Theorie des Gitters gilt für den Winkel φ unter dem die Beugungsmaxima erster Ordnung erscheinen

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{n \cdot s}, \quad (1)$$

wobei λ die Vakuumwellenlänge des verwendeten Lichtes ist. n ist der Brechungsindex des Mediums zwischen Objekt und Objektiv. Damit diese Beugungsmaxima nicht ausgeblendet werden, muss der Öffnungswinkel des Objektivs α größer sein als φ . Hieraus folgt für den kleinsten, noch auflösbaren Strichabstand

$$s = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \alpha}. \quad (2)$$

Das Auflösungsvermögen des Mikroskopes U ist definiert als der Kehrwert von s . Mit Hilfe der *numerischen Apertur* $A = n \cdot \sin \alpha$ lässt sich U schreiben als

$$U = \frac{A}{\lambda}. \quad (3)$$

An modernen Mikroskopobjektiven ist die numerische Apertur stets angegeben.

In diesem Versuch soll diese Theorie anhand eines Modell- und eines Standardmikroskops geprüft werden.

2 Aufbau und Durchführung

2.1 Abbesche Abbildungstheorie

Bauen Sie das Modellmikroskop gemäß Abbildung 1 auf (im realen Aufbau ist die Leuchtdiode rechts und das Okular links). LED, Vorspalt und Kollimator werden in einem sogenannten *cage-System* gemäß der beiliegenden Montageanleitung aufgebaut. Informieren Sie sich aus der Literatur über die Abstände in einem „typischen“ Mikroskop. Überprüfen Sie anschließend den Aufbau mit dem bereitgestellten Mikrofiche.

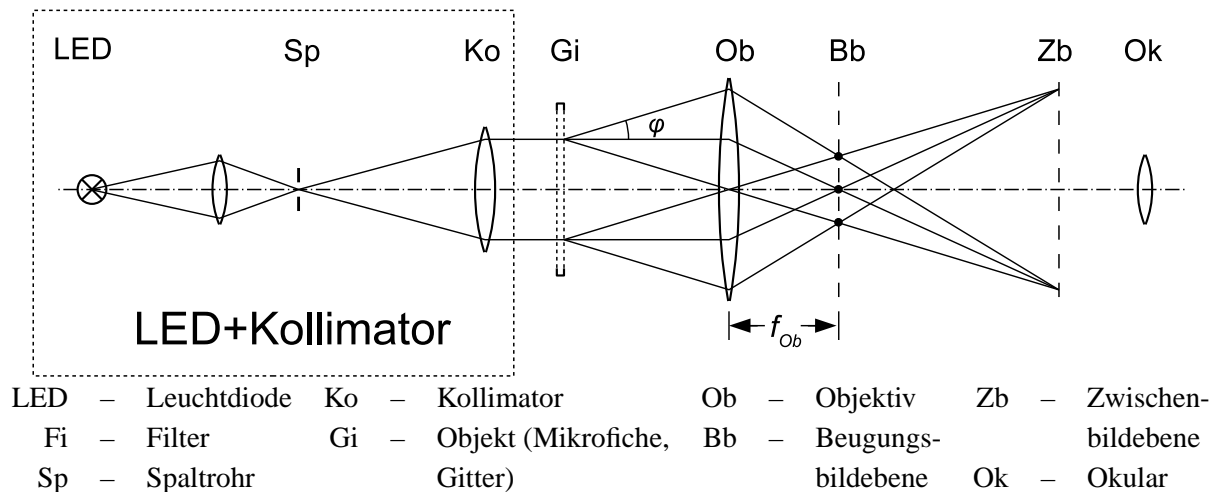


Abbildung 1: Aufbau des Modellmikroskops

Aufgaben:

1. Befestigen Sie den Aufbau leicht an der optischen Bank, und ersetzen Sie ihr Testobjekt durch die Abbesche Diffraktionsplatte. Sie besteht aus zwei Strichgittern, wobei das eine Gitter eine doppelt so großen Strichabstand hat wie das andere. Stellen Sie die Hilfslinse zwischen Okular und Objektiv und positionieren Sie sie so, dass im Okular das Beugungsbild der Diffraktionsplatte erscheint.
2. Stellen Sie den Manipulationsspalt in die Beugungsbildebene. Zeichnen Sie zunächst ein Bild der Platte und des theoretischen Beugungsbildes in Ihr Protokoll. Testen Sie die Abbesche Theorie indem Sie durch den Spalt zunächst nur die nullte Beugungsordnung passieren lassen, dann die 1te des groben Gitters, dann die 2te des groben und 1te des feinen u.s.w. Protokollieren Sie ihre Beobachtungen jeweils durch Anfertigen eines Bildertripel (theoretisch erwartetes Beugungsbild und Spalt; beobachtetes Beugungsbild und Spalt; beobachtetes Zwischenbild).

2.2 Fourieroptik

Im zweiten Teil des Versuches werden die Erkenntnisse am Modellmikroskop verwendet, um das Zwischenbild unterschiedlicher Objekte zu modifizieren. Das Beugungsbild eines Objektes lässt sich mathematisch als die räumlich-zweidimensionale Fouriertransformation der Feldstärkeverteilung am Objekt darstellen (Abb. 2):

$$E(x', y') = A(x', y', f) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y) e^{-2\pi i(v_x x + v_y y)} dx dy. \quad (4)$$

wobei

$$A = e^{ikz} e^{(i\pi/\lambda z)(x'^2 + y'^2)}; \quad \text{wo } |A| = 1$$

$$v_x = \frac{x'}{\lambda z} \approx \frac{\alpha}{\lambda} \quad (5)$$

$$v_y = \frac{y'}{\lambda z} \approx \frac{\beta}{\lambda}$$

Die Intensitätsverteilung in der Brennweite ist dann das Beugungsbild des Objektes. Damit können wir eine Linse als Fouriertransformator verwenden und mit Hilfe eines Spaltes können wir unterschiedliche

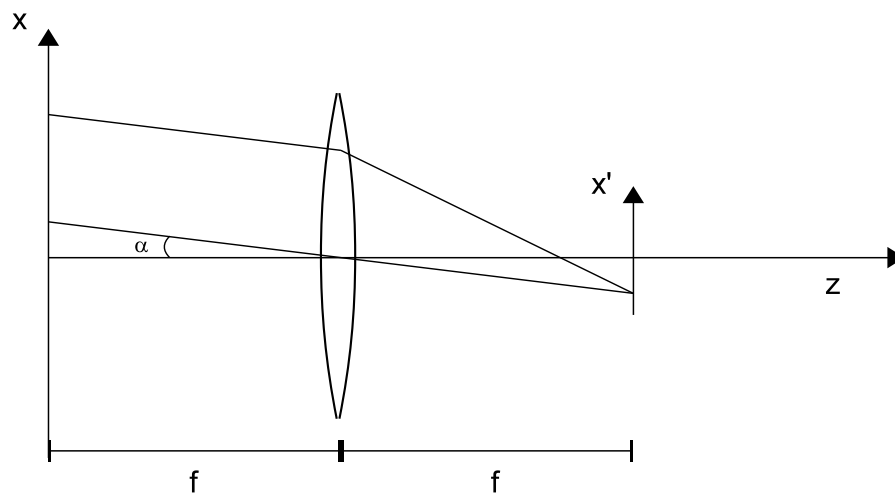


Abbildung 2: Fouriertransformation durch eine Linse

Beugungsordnungen abschirmen und das beobachtete Bild verändern (optische Filterung).

Hinweise:

- Sie verwenden Laserstrahlung in diesem Teil. Schauen Sie nicht direkt in den Strahl oder seine Reflektionen
- Es ist essenziell, dass Sie auf eine sehr gute Justierung der optischen Achse achten (nehmen Sie sich Zeit dafür!).

Aufgaben

1. Platzieren Sie nur den Laserpointer auf einem Ende und den Schirm auf dem anderen Ende der optischen Schiene.
2. Platzieren Sie das Beugungsmusterrad kurz vor dem Laser und projizieren Sie das Beugungsbild des viereckigen und hexagonalen Gitters auf den Schirm. Fertigen Sie eine Skizze der Beugungsmuster.
3. Platzieren Sie die $f=+60$ mm Linse 60 mm vor dem Gitter. Erklären Sie die Bilder auf dem Schirm und skizzieren Sie die Bilder.
4. Projizieren Sie das Beugungsbild der $f=+60$ mm Linse mit Hilfe der $f=+100$ mm Linse. Markieren Sie die Stelle der $f=+100$ mm mit Hilfe eines leeren Reiters.
5. Platzieren Sie den drehbaren Spalt zwischen beide Linsen bis Sie die Kanten des Spaltes scharf abgebildet auf dem Schirm sehen (Ziel ist das Beugungsbild zu verändern).
6. Stellen Sie den Spalt vertikal und drehen Sie ihn zu, bis Sie nur die Reihe der ersten Beugungsordnung sehen können.
7. Entfernen Sie die $f=+100$ mm Linse und erklären Sie das Bild. Beobachten Sie das Bild für verschiedene Stellungen des Spaltes (Viereckiges Gitter: 0° , 45° und 90° , hexagonales Gitter: 0° , 60° und 120°) und fertigen Sie jeweils eine Skizze von Beugungsbild und Bild an. Erklären Sie die Beobachtung!

Literatur:

W. Demtröder, *Experimentalphysik 2*, Kap. 11.3.3, 11.3.4 und 12.5, 6. Auflage (2013)

9.2016/Hau,Ra,VdM