

**Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 1**  
**Gruppe 1 - Optik**

**1.3 Abbildungsfehler von Linsen**

*Stichwörter: Geometrische Optik, Sammellinse, Aberration, Achromat, Brechung, Brechungsindex*

*Hinweis: zu diesem Versuch wird kein Laborbericht verlangt. Daher wird eine sehr gute Vorbereitung erwartet. Lesen Sie mindestens die am Ende angegebene Literatur gut durch, und recherchieren Sie in anderen Quellen (z.B. andere Aufbauten, Erwartungswerte, usw.) vor den Versuchstag.*

Die Abbildung von Objekten durch reale Linsen gehorcht nicht in vollem Maße dem theoretischen Verhalten von dünnen oder dicken Linsen. Die u.a. durch die Geometrie oder die Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex verursachten Abweichungen nennt man *Abbildungsfehler* oder *Aberrationen*. In diesem Versuch sollen als ihre wichtigsten Vertreter die *chromatische*, die *zonale* und die *astigmatische Aberration* untersucht werden.

**1 Chromatische Aberration**

Der *chromatische Fehler* wird verursacht durch die Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex des bei Linsen verwendeten Materials und tritt deshalb bei Spiegeln nicht auf (z.B. astronomische Spiegelteleskope). Für die Brennweite  $f_\lambda$  einer dünnen Linse gilt:

$$\frac{1}{f_\lambda} = (n_\lambda - 1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

Dabei sind  $n_\lambda$  der wellenlängenabhängige Brechungsindex des Glases,  $r_1$  und  $r_2$  die Krümmungsradien der beiden Linsenflächen.

Die chromatische Aberration ist hier anhand einer einfachen Glaslinse kleiner relativer Öffnung auszumessen. Hierzu wird zunächst paralleles Licht hergestellt und dann unter Einschaltung von Farbfiltern die Brennweite  $f_\lambda$  als Abstand Linsenmitte–Fokus ermittelt.

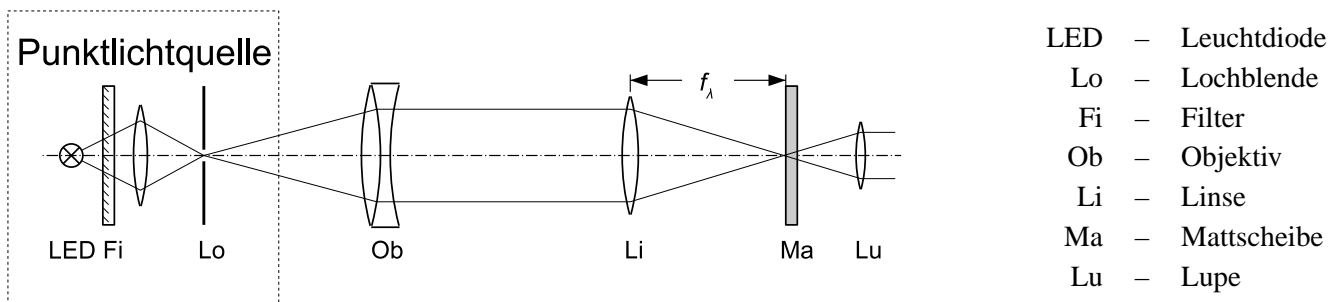


Abbildung 1: Aufbau zur Ausmessung der chromatischen Aberration einer Linse

- Bauen Sie die Punktlichtquelle gemäß der beiliegenden Aufbauanleitung auf und bringen Sie diese in den Brennpunkt eines gut korrigierten Objektivs (Abb. 1). Das aus dem Objektiv austretende Lichtbündel muss möglichst parallel zur optischen Bank ausgerichtet sein und muss auf der mehrere Meter entfernten Wand seinen Durchmesser beibehalten!

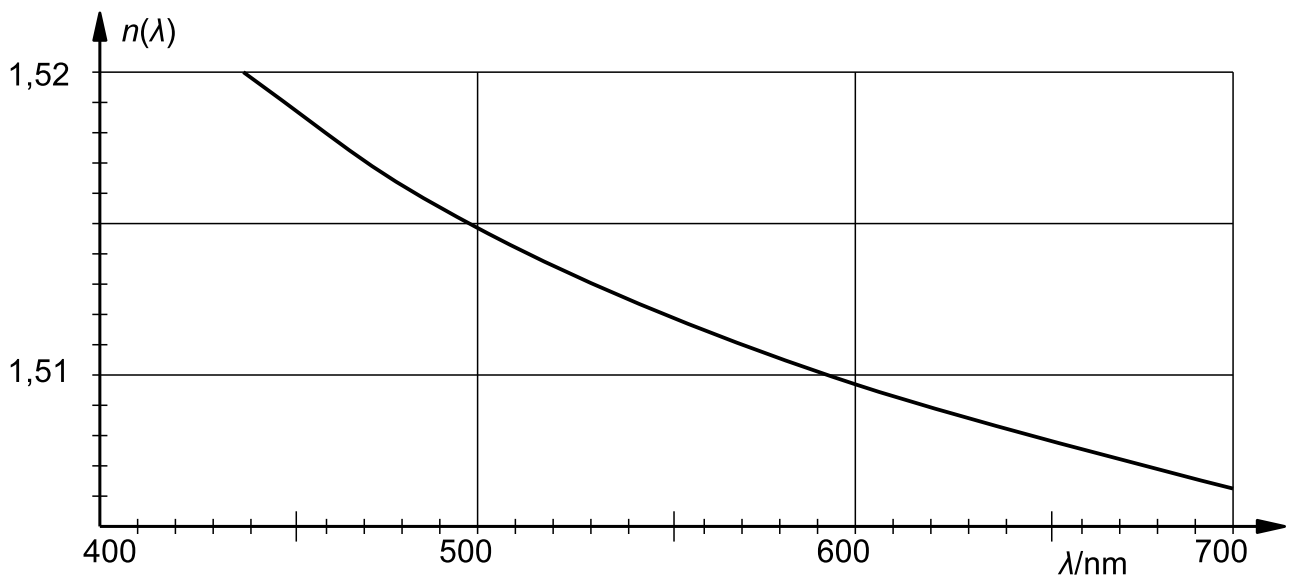


Abbildung 2: Brechungsindex  $n_\lambda$  von Kronglas in Abhängigkeit der Wellenlänge  $\lambda$

### Aufgaben:

1. Bauen Sie den Versuch gemäß Abbildung 1 auf. Stellen Sie nacheinander die drei zur Verfügung stehenden Farbfilter (rot: 620 nm, Gelb: 540 nm, Blau: 480 nm) in den Strahlengang und ermitteln Sie für jeden die Brennweite  $f_\lambda$ . Suchen Sie hierzu mit Hilfe einer Mattscheibe und einer Lupe den Brennpunkt auf. Schätzen Sie den Fehler  $\Delta f_\lambda$  ab.
2. Verifizieren Sie Gleichung (1) indem Sie das Produkt  $f_\lambda \cdot (n - 1)$  für die Filterwellenlängen  $\lambda$  bestimmen. Geben Sie einen Fehler für das Produkt an. Den Brechungsindex entnehmen Sie dabei der Abbildung 2.

Durch Vorschaltung einer schwachen Zerstreuungslinse vor die Sammellinse kann man die chromatische Aberration beheben. Da auch Zerstreuungslinsen den chromatischen Fehler zeigen muss sie aus einem anderen Material (andere Dispersion) bestehen. Auf diesem Weg lässt sich für zwei verschiedene Wellenlängen die gleiche Brennweite erreichen (siehe Gl. (1)). Solche Linsenkombinationen heißen *Achromate*.

3. Unter dem Versuchsmaterial befindet sich ein Achromat. Bestimmen Sie die Brennweite dieses vorhandenen Achromaten bei allen drei Filterwellenlängen und schätzen Sie den Fehler Ihrer Messung ab.

## 2 Sphärische Aberration

Die sphärische Aberration bzw. der *zonale Fehler* tritt bei allen Linsen (und auch Spiegeln) mit Kugeloberflächen auf, wenn das Verhältnis Linsendurchmesser zu Brennweite nicht sehr klein gegen 1 ist. Die sphärische Aberration ist hier der Einfachheit halber an einer plankonvexen Linse großer Öffnung zu messen. Fällt ein Strahl parallel zur optischen Achse im Abstand  $h$  von ihr auf die Linse, so ergibt sich für die Brennweite  $f$  in Abhängigkeit von  $h$  durch eine Taylorentwicklung

$$f = \frac{R}{n-1} \cdot \left[ 1 - \frac{n^2}{2} \cdot \left( \frac{h}{R} \right)^2 + \dots \right]. \quad (2)$$

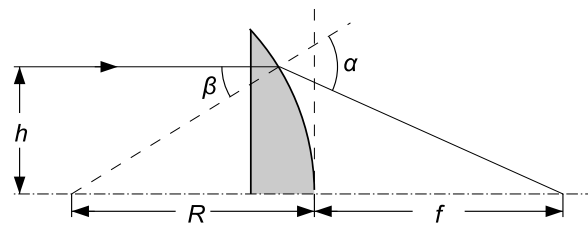


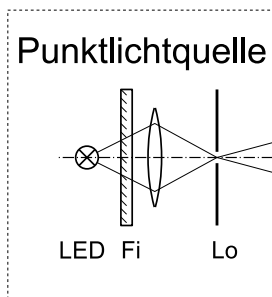
Abbildung 3: Strahlengang bei sphärischer Aberration

Für  $h/R \ll 1$  erhält man hieraus  $f_0 = R/(n - 1)$ , was sich ebenfalls aus Gleichung (1) für  $r_1 = R$  und  $r_2 = \infty$  ergibt. Substituiert man in Gl. (2)  $R$  durch  $f_0$ , die Brennweite bei sehr kleiner Öffnung, so ergibt sich die Näherungsformel

$$f = f_0 \cdot \left[ 1 - h^2 \cdot \frac{n^2}{2 \cdot (n - 1)^2 \cdot f_0^2} \right]. \quad (3)$$

Eine weitere Umformung dieser Gleichung ergibt

$$f_0 - f = h^2 \cdot \frac{n^2}{2 \cdot (n - 1)^2 \cdot f_0}. \quad (4)$$



LED	–	Leuchtdiode
Lo	–	Lochblende
Fi	–	Filter
Ob	–	Objektiv
Rb	–	Ringblende
Li	–	Linse
Ma	–	Mattscheibe
Lu	–	Lupe

Abbildung 4: Aufbau zur Messung der sphärischen Aberration

- Bauen Sie den Versuch gemäß Abbildung 4 für jede Linse so auf, dass das parallele Licht der Glühlampe auf die plane Fläche der Linse fällt. Protokollieren Sie die Wellenlänge des verwendeten Filters.

**Aufgaben:**

1. Blenden Sie mit einer hinter das Objektiv gestellten Lochblende das Licht bis auf ein möglichst schmales Lichtbündel aus und messen Sie die Brennweite  $f_0$  wie oben mit Mattscheibe und Lupe. Achten Sie immer darauf, daß Blende und Linse eine gemeinsame optische Achse haben müssen (gleiche Höhe über der Tischebene!).
2. Wechseln Sie die Lochblende gegen eine Ringblende aus und messen Sie die Brennweite  $f$  in Abhängigkeit der fünf verschiedenen Ringradien  $h$ .
3. Tragen Sie  $f_0 - f$  über  $h^2$  auf, diskutieren Sie ausführlich die Resultate und vergleichen die theoretischen Erwartungen aus Gleichung (4) mit Ihrem Diagramm.

Eine Hebung der sphärischen Aberration gelingt durch eine Kombination verschiedener Linsen. Allgemein lässt sich sagen, dass der zonale Fehler immer geringer wird, desto mehr Flächen an der Brechung beteiligt sind und desto besser die Brechung auf diese Flächen verteilt ist.

4. Lassen Sie nun das parallele Licht auf die gekrümmte Fläche der Linse fallen und messen Sie analog zu oben die Brennweite  $f$  als Funktionen der Ringradien  $h$ .
5. Tragen Sie wieder  $f_0 - f$  über  $h^2$  und vergleichen Sie diesen Verlauf mit dem aus Aufgabe 3 und den theoretischen Erwartungen. Wo ist die Aberration am größten?.

### 3 Astigmatische Aberration

Die bis jetzt betrachteten Fehler treten schon bei achsenparallelem Einfall auf. Die astigmatische Aberration (auch *Astigmatismus*, gr. Punktlosigkeit) bzw. der astigmatische Fehler tritt bei der Abbildung schräge auf die Linsenoberfläche einfallenden Lichtes auf. Ein von einer punktförmigen Lichtquelle ausgehendes, kegelförmiges Lichtbündel wird durch eine astigmatische Linse bei schrägem Einfall im allgemeinen so gebrochen, dass sein Querschnitt hinter der Linse ellipsenförmig ist. Es treten hierbei zwei Orte auf in denen die Ellipse zu einem Strich entartet. Ihnen ordnet man die Brennweiten  $f_M$  (der Strich liegt senkrecht zur Ebene von optischer Achse und Linsennormale) und  $f_S$  (der Strich liegt in der Ebene von optischer Achse und Linsennormale) zu.

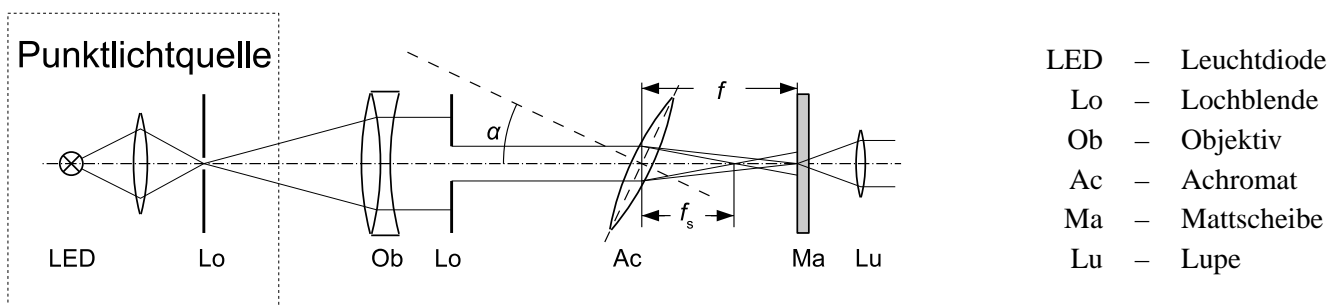


Abbildung 5: Aufbau zur Messung des Astigmatismus

- Bauen Sie den Versuch gemäß Abbildung 5 auf. Verwenden Sie hierbei zur Vermeidung anderer Abbildungsfehler den speziell gekennzeichneten Achromaten. Blenden Sie mit Hilfe einer zweiten Lochblende das Licht bis auf ein Bündel von mehreren Millimetern Durchmesser ab.

#### Aufgaben:

1. Messen Sie zunächst die Brennweite  $f_0$  für senkrechten Einfall ( $\alpha = 0^\circ$ ). Messen Sie nun die Brennweiten  $f_M$  und  $f_S$  als Abstand Fokus–Linsenmitte für die Einfallswinkel  $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$  und  $50^\circ$ .
2. Stellen Sie ihre Messergebnisse graphisch dar und beschreiben Sie sie.

#### Literatur:

D. Meschede *Gerthsen Physik* Kap. 10.1 und 10.2, 25. Auflage (2016).