

**Anleitungen zum
Physikalischen Praktikum
für Anfänger (Hauptfach)**

Teil 1

Themen:

**Optik,
Wärmelehre,
Atomphysik**

Einführung

Zum Studium der Physik gehört neben dem Besuch von Fachvorlesungen auch die Teilnahme an physikalischen Praktika. Diese sollen einerseits dazu dienen, den in den Vorlesungen erworbenen theoretischen Stoff auch praktisch anzuwenden; darüber hinaus wird in ihnen jedoch auch noch weiteres Fachwissen vermittelt.

Das Physikalische Praktikum für Anfänger (Hauptfach) besteht gegenwärtig aus zwei Teilen, die im 3. und 4. Semester zu absolvieren sind. Der Teil 1 enthält dabei die Themengebiete Optik, Wärmelehre und Atomphysik, während der Teil 2 die Themengebiete Mechanik, Elektrizitätslehre und Physik mit dem Computer umfasst.

In der vorliegenden Sammlung sind die Versuchsanleitungen zu Teil 1 mit den Themen Optik, Wärmelehre und Atomphysik zusammengefasst.

Physikalische Größen und Einheiten

1 Physikalische Größen

Alle Gleichungen in den Versuchsanleitungen sind mathematische Verknüpfungen physikalischer Größen (siehe auch DIN 1313). Jede physikalische Größe ist das Produkt eines Zahlenwertes mit einer Einheit (z.B. $Weg = 1 \text{ Meter}$ oder $elektrische \text{ Spannung} = 1 \text{ Volt}$).

In physikalischen und technischen Abhandlungen werden die Bezeichnungen der verwendeten Größen durch ein Symbol - das Formelzeichen - ersetzt. Viele dieser Formelzeichen (siehe auch Anhang 1) von physikalisch-technischen Größen sind international standardisiert (DIN 1304, bzw. ISO 31). Zur besseren Unterscheidung werden alle Formelzeichen, die für physikalische Größen stehen, in den Versuchsanleitungen, wie auch in Büchern und Zeitschriften, kursiv gedruckt (DIN 1338).

Alle physikalischen Größen werden als Potenzprodukte der 7 Basisgrößen (*Länge, Masse, Zeit, elektrische Stromstärke, Temperatur, Stoffmenge* und *Lichtstärke*) dargestellt. Dieses Potenzprodukt bezeichnet man als **Dimension** der jeweiligen Größe. Sie darf nicht mit der Einheit der Größe verwechselt werden und ist unabhängig vom Maßsystem.

Das Messen physikalisch-technischer Größen bedeutet einen Vergleich mit willkürlich, aber zweckmäßig festgelegten **Maßeinheiten**. Diese bilden in ihrer Gesamtheit ein Maß- oder Einheitensystem. Im Laufe der Zeit wurden viele Maßsysteme entwickelt, die aber häufig nur für bestimmte Teilbereiche der Physik oder Technik geeignet waren. Heute hat man sich weltweit auf die Verwendung des **Internationalen Maßsystems (SI)** geeinigt. Mit Einführung dieses Systems werden auf dem Gebiet der Einheiten erstmals klare Verhältnisse geschaffen und deren Anzahl erheblich reduziert.

2 Gleichungen

Zur Verknüpfung physikalischer Größen sollten grundsätzlich nur Größengleichungen verwendet werden. In ihnen steht jedes Formelzeichen (ausgenommen sind die mathematischen Symbole π , e , \ln , \sin etc.) für eine physikalische Größe und ist damit also das Produkt eines Zahlenwertes mit einer Einheit. Solche Gleichungen sind deshalb unabhängig von der verwendeten Einheit und gelten prinzipiell.

Bei Gleichungen, die Konstanten, Tabellenwerte o.ä. enthalten, ist es in der Regel zweckmäßig bestimmte Einheiten einzusetzen. Diese Gleichungen nennt man **zugeschnittene Größengleichungen**. Die zu verwendenden Einheiten werden durch einen Bruchstrich vom Formelzeichen abgetrennt. So schreibt man z.B. die Gleichung

$$\frac{m}{\text{kg}} = \frac{\rho}{\text{kg dm}^{-3}} \cdot \frac{V}{\text{dm}^3}, \quad (1)$$

da die Dichte in Tabellen üblicherweise in $\text{kg} \cdot \text{dm}^{-3}$ angegeben wird. Nach Einsetzen der Größen mit Einheiten kürzen sich die Einheiten weg.

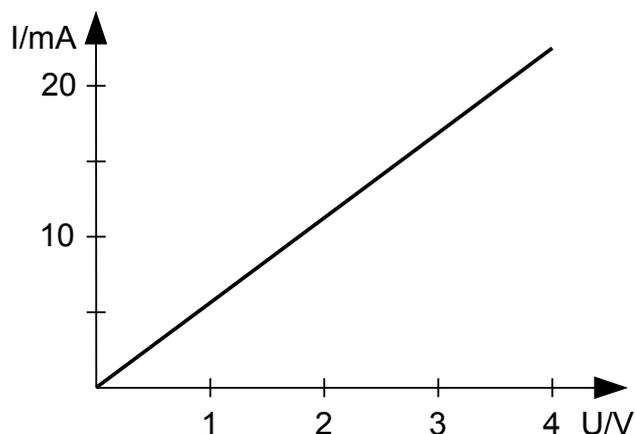


Abb. 1: Achsenbeschriftung in einem Diagramm

Auch die Beschriftung von Tabellenköpfen und Koordinatenachsen erfolgt im Sinne von zugeschnittenen Größengleichungen. Der an den entsprechenden Stellen stehende Quotient aus physikalischer Größe und Einheit ist der Zahlenwert der betreffenden Größe. In der Tabelle oder an der Koordinatenachse dürfen demzufolge auch nur Zahlenwerte stehen (siehe Abb.1).

Hinweis: Die Angabe von Einheiten innerhalb eckiger Klammern ist grundsätzlich **falsch** und darf nicht verwendet werden!

3 Das Internationale Einheitensystem (SI)

3.1 Basiseinheiten

Das Internationale Einheitensystem (SI - Système International d'Unités, ISO 1000, DIN 1301) ist das für die Anwendung in allen Ländern empfohlene System von Einheiten für physikalische und technische Größen. Das SI umfasst die Basiseinheiten und die aus ihnen kohärent abgeleiteten Einheiten sowie einige ergänzende Einheiten.

Die **Basiseinheiten** sind die Einheiten der bereits erwähnten 7 Basisgrößen (Tab.1).

Basisgröße	Formelzeichen	Basiseinheit	Einheitenzeichen
Länge	l, s, r	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
elektr. Stromstärke	I	Ampere	A
Temperatur	T	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I	Candela	cd

Tabelle 1: SI-Basiseinheiten

3.2 Kohärent abgeleitete Einheiten

Kohärent abgeleitete Einheiten werden als Potenzprodukte mit dem Zahlenfaktor 1 aus den Basiseinheiten gebildet. Die wichtigsten von ihnen haben eigene Namen (z.B. Watt, Joule, Lux, Newton etc.). Jeder dieser Einheiten ist ein Einheitenzeichen zugeordnet (DIN 1301, siehe auch Anhang 1). Die Kurzzeichen der von Personennamen abgeleiteten Einheiten werden immer groß, die anderen klein geschrieben (z.B. W, J, N, aber lx etc.).

Ein allgemeines Zeichen für eine Einheit ist das in eckige Klammern gesetzte Symbol dieser Größe, z.B. ist $[l]$ = Längeneinheit (z.B. Meter), $[U]$ = Einheit der elektr. Spannung (z.B. Volt).

Die meisten Einheiten des früheren „Technischen Maßsystems“ sind inkohärent abgeleitet, also nur mit Hilfe von Zahlenfaktoren auf die Basiseinheiten zurückzuführen und damit SI-fremd. Dazu gehört z.B. das Kilopond: $1 \text{ kp} = 9,81 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Vorsatz	Zeichen	Bedeutung	Vorsatz	Zeichen	Bedeutung
Deka	da	10^1	Dezi	d	10^{-1}
Hekto	h	10^2	Zenti	c	10^{-2}
Kilo	k	10^3	Milli	m	10^{-3}
Mega	M	10^6	Mikro	:	10^{-6}
Giga	G	10^9	Nano	n	10^{-9}
Tera	T	10^{12}	Piko	p	10^{-12}
Peta	P	10^{15}	Femto	f	10^{-15}
Exa	E	10^{18}	Atto	a	10^{-18}
Zetta	Z	10^{21}	Zepto	z	10^{-21}
Yotta	Y	10^{24}	Yokto	y	10^{-24}

Tabelle 2: Einheitenvorsätze

Für den praktischen Gebrauch sind die SI-Einheiten häufig zu groß oder zu klein. Es dürfen dann von ihnen dezimale Vielfache oder Teile durch besondere Vorsätze (Tab. 2) gebildet werden, sofern dies nicht im Einzelfall ausdrücklich ausgeschlossen ist (z.B. bei kg).

Da Einheiten mit Vorsatz inkohärent sind, gelten sie nicht als SI-Einheiten, sind aber gesetzliche und damit gültige Einheiten.

3.3 Gesetzliche Einheiten

Folgende Einheiten wurden als gesetzlich festgelegt und dürfen deshalb in Wissenschaft und Technik verwendet werden¹:

1. die SI-Einheiten (Basiseinheiten nach Tab. 1 und abgeleitete Einheiten),
2. SI-Einheiten mit Vorsatz nach Tab. 2 für dezimale Vielfache und Teile,
3. SI-fremde Einheiten für bestimmte Anwendungen.

Zu den letzteren gehören z.B. Einheiten wie Bar, Minute, Stunde, sowie die in speziellen Bereichen verwendeten Einheiten wie Seemeile, Lichtjahr, Hektar, etc. Die gesetzlich zulässigen Einheiten der wichtigsten im Praktikum benutzten physikalischen Größen sind im Anhang 1 aufgeführt.

4 Zahlen

4.1 Schreibweise

Für die Zahlenangaben bei physikalischen oder technischen Meßgrößen gelten eine Reihe von Regeln die in verschiedenen DIN-Normen festgelegt sind (DIN 1333 und DIN 5477).

Als **Dezimalzeichen** ist vorzugsweise das **Komma** zu verwenden (alternativ kann auch noch der Punkt benutzt werden). Zur besseren Lesbarkeit von Zahlenangaben dürfen die Zahlen vom Dezimalzeichen ausgehend in Gruppen von jeweils 3 Ziffern aufgeteilt werden. Die Trennung dieser Gruppen erfolgt durch ein Leerzeichen. Punkt oder Komma sind hier nicht erlaubt.

Bei der Angabe von Messwerten sollte die Zahlenangabe durch Wahl eines passenden Vorsatzes vor die Einheit (siehe Tab. 2) immer so erfolgen, dass sich ein Zahlenwert in dem Bereich 0,1 ... 1000 ergibt. Wird die Schreibweise mit Zehnerpotenzen verwendet, ist ein durch 3 teilbarer Exponent zu bevorzugen.

Bsp.: $m = 0,827\ 35 \cdot 10^6\ \text{g}$ oder $m = 827,35 \cdot 10^3\ \text{g}$
 (nicht $m = 8,273\ 5 \cdot 10^5\ \text{g}$)

4.2 Runden

Beim Runden wird die letzte Stelle, die nach dem Runden bei der Zahl verbleibt, Rundestelle genannt. Für das Runden gilt folgende Regel (DIN 1333):

- Steht rechts neben der Rundestelle eine der Ziffern 0 bis 4, so wird abgerundet,
- steht rechts neben der Rundestelle eine der Ziffern 5 bis 9, so wird aufgerundet.

Bsp.:	zu rundende Zahl:	8,579 413	8,579 613
	Rundestelle:	↑	↑
	Rundeverfahren:	Abrunden	Aufrunden
	gerundete Zahl:	8,579	8,580

4.3 Messunsicherheiten

Messwerte sind grundsätzlich mit einer Unsicherheit behaftet. Diese Unsicherheit wird entweder explizit angegeben (siehe dazu auch die Hinweise zur „Fehlerabschätzung und Fehlerrechnung“ in den Praktikumsunterlagen) oder durch geeignetes Runden deutlich gemacht.

¹ Gesetz über Einheiten im Messwesen vom 22. Februar 1985 (BGBl. I S. 408), letzte Änderung vom 10. März 2000 BGBl. I S. 214

Bei der Angabe von Messwerten mit Unsicherheiten gelten folgende Rundungsregeln:

- Die Unsicherheit wird an der ersten von 0 verschiedenen Stelle gerundet, außer wenn diese ein 1 oder 2 ist. In diesem Fall ist an der Stelle rechts daneben zu runden.
- Unsicherheiten werden immer aufgerundet.
- Der Messwert wird an der gleichen Stelle gerundet wie die Unsicherheit.

Bsp.: Ergebnis einer Messung mit Fehlerabschätzung: $U = 5,384\ 12\ \text{V} \pm 0,046\ 9\ \text{V}$
 Rundung der Unsicherheit an der 2. Stelle: $\Delta U = 0,05\ \text{V}$
 Rundung des Messwertes an der gleichen Stelle: $U = 5,38\ \text{V}$
 Endergebnis: $U = (5,38 \pm 0,05)\ \text{V}$

Soll die Unsicherheit nicht explizit angegeben werden, so ist an der Stelle zu runden, die um eins weiter links steht als oben beschrieben, um Ziffern mit zweifelhafter Sicherheit an der letzten Stelle zu vermeiden. Bei Rundungen links vom Dezimalzeichen ist mit einer entsprechenden Anzahl Nullen aufzufüllen.

Bei der Umrechnung von Größenwerten, die in veralteten Einheiten angegeben sind, verfährt man nach den gleichen Regeln.

Bsp.: Messwert: $P = (75,0 \pm 0,5)\ \text{PS}$
 Umrechnung: $P = (55,1625 \pm 0,3678)\ \text{kW}$
 Rundung: $P = (55,2 \pm 0,4)\ \text{kW}$

Der Zahlenwert von Größenverhältnissen (Quotienten aus Größen gleicher Dimension) darf durch Abspalten eines Faktor 10^{-2} oder 10^{-3} umgeformt werden. Statt des Faktors 10^{-2} schreibt man dann das Zeichen % (Prozent), statt 10^{-3} das Zeichen ‰ (Promille). Unsicherheiten werden häufig unter Benutzung dieser Zeichen angegeben. Dabei muss immer eindeutig sein, auf welchen Wert sich diese Angabe bezieht. Da Angaben in Prozent oder Promille immer dimensionslos sind, ist bei der Verwendung auf die richtige Schreibweise zu achten.

Bsp.: $m = (8,580 \pm 0,004)\ \text{kg} = 8,580\ \text{kg} \cdot (1 \pm 0,05\%)$

Literatur:

- Kröttsch: Physikalisches Praktikum, Kap. 1.1, 1.2, 1.5
 Walcher: Praktikum der Physik, Kap. 1.1 (Teubner, Stuttgart)
 Walther (Hrsg.): Technische Formeln für die Praxis (Fachbuchverlag Leipzig)
 German, Drath: Handbuch SI-Einheiten (Vieweg, Braunschweig)

Anhang 1: Übersicht über wichtige gesetzliche Einheiten

Mechanische Einheiten				
Größe	Formelzeichen	Einheit	Zeichen	Vor-satz
Arbeit, Energie	W	Joule = $N \cdot m = W \cdot s = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$	J	ja
Beschleunigung	a	$m \cdot s^{-2}$		
Dichte	ρ	$kg \cdot m^{-3}$ $kg \cdot dm^{-3} = g \cdot cm^{-3} = 10^3 kg \cdot m^{-3}$		
Drehimpuls	L	$N \cdot m \cdot s = kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$		
Drehmoment, Kraftmoment	M	$N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$		
Drehzahl	n	s^{-1} min^{-1}		nein nein
Druck, mech. Spannung	p	Pascal = $N \cdot m^{-2}$	Pa	ja
Elastizitätsmodul	E	Pascal = $N \cdot m^{-2}$	Pa	ja
Fläche	A	m^2 $Ar = 100 m^2$ $Hektar = 100 a = 10^4 m^2$	a ha	ja nein nein
Frequenz	f	Hertz = s^{-1}	Hz	ja
Geschwindigkeit	v	$m \cdot s^{-1}$		
Impuls	p	$N \cdot s = kg \cdot m \cdot s^{-1}$		
Kompressionsmodul	K	Pascal = $N \cdot m^{-2}$	Pa	ja
Kraft	F	Newton = $kg \cdot m \cdot s^{-2}$	N	ja
Kreisfrequenz	ω	s^{-1}		
Länge	l, s, r	Meter (Basiseinheit)	m	ja
Leistung, Energiestrom	P	Watt = $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$	W	ja
Masse	m	Kilogramm (Basiseinheit) Gramm = $10^{-3} kg$ Tonne = $10^3 kg$	kg g t	nein ja ja
Raumwinkel	Ω	Steradian = $m^2 \cdot m^{-2} = 1$	sr	ja
Schubmodul, Torsionsmodul	G	Pascal = $N \cdot m^{-2}$	Pa	ja
Trägheitsmoment	J	$kg \cdot m^2$		
Viskosität (dynamisch)	η	$Pa \cdot s = kg \cdot (m \cdot s)^{-1}$ (Poise = $0,1 Pa \cdot s$)	(P)	ja
Volumen	V	m^3 Liter = $dm^3 = 10^{-3} m^3$	l	ja ja
Winkel (eben)	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	Radian = $m \cdot m^{-1} = 1$ Grad = $1,745329 \cdot 10^{-2} rad$	rad °	ja nein
Winkelgeschwindigkeit	ω	$rad \cdot s^{-1} = s^{-1}$		ja
Zeit	t	Sekunde (Basiseinheit) Minute = 60 s Stunde = 60 min = 3600 s Tag = 24 h = 1440 min = 86400 s	s min h d	ja - - -

Elektrische Einheiten				
Größe	Formelzeichen	Einheit	Zeichen	Vor-satz
Dielektrizitätskonstante	ϵ	$F \cdot m^{-1} = s^4 \cdot A^2 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-3}$		
Feldstärke	E	$V \cdot m^{-1} = kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$		
Kapazität	C	Farad = $C \cdot V^{-1} = s^4 \cdot A^2 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-2}$	F	ja
Ladung	Q	Coulomb = $A \cdot s$	C	ja
Leitwert	G	Siemens = $\Omega^{-1} = s^3 \cdot A^2 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-2}$	S	ja
Spannung, Potentialdifferenz	U	Volt = $W \cdot A^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$	V	ja
spezifischer Widerstand	ρ	$\Omega \cdot m = kg \cdot m^3 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$		
Stromdichte	J	$A \cdot m^{-2}$		
Stromstärke	I	Ampere (Basiseinheit)	A	ja
Verschiebungsdichte	D	$C \cdot m^{-2} = A \cdot s \cdot m^{-2}$		
Widerstand	R	Ohm = $V \cdot A^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$	Ω	ja

Magnetische Einheiten				
Größe	Formelzeichen	Einheit	Zeichen	Vor-satz
Feldstärke	H	$A \cdot m^{-1}$ (Oersted = $79,577 A \cdot m^{-1}$)	(Oe)	
Fluss	Φ	Weber = $V \cdot s = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$ (Maxwell = $10^{-8} Wb$)	Wb (M)	ja
Induktion, Flussdichte	B	Tesla = $Wb \cdot m^{-2} = kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$ (Gauß = $10^{-4} T$)	T (G)	ja
Induktivität	L	Henry = $Wb \cdot A^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$	H	ja
Permeabilität	μ	$H \cdot m^{-1} = kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$		

Einheiten aus der Wärmelehre				
Größe	Formelzeichen	Einheit	Zeichen	Vor-satz
Celsius-Temperatur	t	Grad Celsius ($t = T - 273,15 K$)	$^{\circ}C$	nein
Temperatur	T	Kelvin (Basiseinheit)	K	ja
Temperaturdifferenz	ΔT	Kelvin	K	ja
Wärmekapazität	C	$J \cdot K^{-1} = W \cdot s \cdot K^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$		
Wärmekapazität (spez.)	c	$J \cdot (kg \cdot K)^{-1} = m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$		
Wärmeleitfähigkeit	λ	$W \cdot (m \cdot K)^{-1} = kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot K^{-1}$		
Wärmemenge	Q	Joule = $W \cdot s = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$	J	ja

Einheiten aus der Optik				
Größe	Formelzeichen	Einheit	Zeichen	Vorsatz
Beleuchtungsstärke Leuchtdichte	E	Lux = lm m ⁻² = cd sr m ⁻² cd m ⁻²	lx	ja
Lichtstärke	L	(Stilb = cd cm ⁻² = 10 ⁴ cd m ⁻²)	(sb)	ja
Lichtstrom	I	Candela (Basiseinheit)	cd	ja
	Φ	Lumen = cd sr	lm	ja

Einheiten aus der Atomphysik				
Größe	Formelzeichen	Einheit	Zeichen	Vorsatz
Aktivität	A	Becquerel = s ⁻¹ (Curie = 3,7 · 10 ¹⁰ Bq)	Bq (Ci)	ja ja
Äquivalentdosis	D_q	Sievert = J kg ⁻¹ (Rem = 10 ⁻² Sv)	Sv (rem)	ja ja
Energiedosis	D	Gray = J kg ⁻¹ = m ² s ⁻² (Rad = 10 ⁻² Gy)	Gy (rd)	ja ja
Ionendosis	X	C kg ⁻¹ = A s kg ⁻¹ (Röntgen = 2,56 · 10 ⁻⁴ C kg ⁻¹)	(R)	ja

Einheiten aus der Chemie				
Größe	Formelzeichen	Einheit	Zeichen	Vorsatz
Molare Masse	M	kg mol ⁻¹		
Molares Volumen	V_m	m ³ mol ⁻¹		
Molare Wärmekapazität	C_m	J mol ⁻¹ K ⁻¹ = kg m ² s ⁻² mol ⁻¹ K ⁻¹		
Stoffmenge	n	Mol (Basiseinheit)	Mol	ja

Die in Klammern gesetzten Einheiten sind nicht mehr zulässige Einheiten und dürfen deshalb auch nicht mehr verwendet werden. In der letzten Spalte ist unter Vorsatz vermerkt, ob mit der jeweiligen Einheit ein Vorsatz nach Tab. 2 benutzt werden darf (ja) oder nicht (nein).

Anhang 2: Umrechnungen von Einheiten

In den nachfolgenden Tabellen (gesetzliche Einheiten sind fett hervorgehoben) sind die wichtigsten Umrechnungsfaktoren zwischen den SI-Einheiten und anderen älteren, aber häufig in Tabellenwerken noch verwendeten Einheiten aufgeführt. Nach Möglichkeit sollten diese Einheiten heute nicht mehr verwendet werden. Bei der Rechnung mit Größen in diesen Einheiten sollte man sich immer an den Grundsatz halten, in allen Gleichungen die Einheiten der Größen mitzuschreiben. So können auch bei Verwendung veralteter Einheiten keine Fehler entstehen.

Kraft					
N	kp	Mp	p	dyn	
1	0,102	$1,02 \cdot 10^{-4}$	102	10^5	
9,81	1	10^{-3}	10^3	$9,81 \cdot 10^5$	
$9,81 \cdot 10^3$	10^3	1	10^6	$9,91 \cdot 10^8$	
$9,81 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}	10^{-6}	1	981	
10^{-5}	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-9}$	$1,02 \cdot 10^{-3}$	1	

Arbeit, Energie					
J	kp · m	kWh	kcal	erg	eV
1	0,102	$2,78 \cdot 10^{-7}$	$2,39 \cdot 10^{-4}$	10^7	$6,24 \cdot 10^{18}$
9,81	1	$2,72 \cdot 10^{-6}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$9,81 \cdot 10^7$	$6,12 \cdot 10^{19}$
$3,6 \cdot 10^6$	$3,67 \cdot 10^5$	1	860	$3,6 \cdot 10^{13}$	$2,25 \cdot 10^{25}$
4187	427	$1,16 \cdot 10^{-3}$	1	$4,19 \cdot 10^{10}$	$2,61 \cdot 10^{22}$
10^{-7}	$1,02 \cdot 10^{-8}$	$2,78 \cdot 10^{-14}$	$2,39 \cdot 10^{-11}$	1	$6,24 \cdot 10^{11}$
$1,6 \cdot 10^{-19}$	$1,63 \cdot 10^{-20}$	$4,45 \cdot 10^{-26}$	$3,83 \cdot 10^{-23}$	$1,6 \cdot 10^{-12}$	1

Leistung					
W	kW	kp · m · s ⁻¹	PS	cal · s ⁻¹	kcal · h ⁻¹
1	10^{-3}	0,102	$1,36 \cdot 10^{-3}$	0,239	0,86
10^3	1	102	1,36	239	860
9,81	$9,81 \cdot 10^{-3}$	1	$1,33 \cdot 10^{-2}$	2,34	8,43
735,5	0,7355	75	1	175,7	632
4,187	$4,19 \cdot 10^{-3}$	0,427	$5,69 \cdot 10^{-3}$	1	3,6
1,16	$1,16 \cdot 10^{-3}$	0,119	$1,58 \cdot 10^{-3}$	0,278	1

Druck					
Pa = N · m⁻²	at = kp · cm ⁻²	atm	bar	Torr	mm WS = kp · m ⁻²
1	$1,02 \cdot 10^{-5}$	$9,87 \cdot 10^{-6}$	10^{-5}	$7,5 \cdot 10^{-3}$	0,102
$9,81 \cdot 10^4$	1	0,968	0,981	736	10^4
$1,013 \cdot 10^5$	1,033	1	1,013	760	$1,033 \cdot 10^4$
10^5	1,02	0,987	1	750	$1,02 \cdot 10^4$
133	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$	1	13,6
9,81	10^{-4}	$9,68 \cdot 10^{-5}$	$9,81 \cdot 10^{-5}$	$7,36 \cdot 10^{-2}$	1

Anhang 3: wichtige physikalische Konstanten

Lichtgeschwindigkeit (Vakuum)	c_0	= 299 792,458 · 10 ³ m · s ⁻¹ (exakt)
elektrische Feldkonstante (= $(\mu_0 \cdot c^2)^{-1}$)	ϵ_0	= 8,854 187 817 62... · 10 ⁻¹² F · m ⁻¹ (exakt)
magnetische Feldkonstante (= $4\pi \cdot 10^{-7}$ H · m ⁻¹)	μ_0	= 1,256 637 061 44... · 10 ⁻⁶ H · m ⁻¹ (exakt)
Normalfallbeschleunigung	g_n	= 9,806 65 m · s ⁻² (exakt)
Gravitationskonstante	γ	= 6,673 84 (80) · 10 ⁻¹¹ N · m ² · kg ⁻²
Gaskonstante, molare	R	= 8,314 4621 (75) J · mol ⁻¹ · K ⁻¹
Avogadro-Konstante	N_A	= 6,022 141 29 (27) · 10 ²³ mol ⁻¹
Loschmidt-Konstante (0°C, 101,325 kPa)	N_L	= 2,686 7805 (24) · 10 ²⁵ m ⁻³
Boltzmann-Konstante	k_b	= 1,380 6488 (13) · 10 ⁻²³ J · K ⁻¹
Stephan-Boltzmann-Konstante	σ	= 5,670 373 (21) · 10 ⁻⁸ W · m ⁻² · K ⁻⁴
Normvolumen, molares (0°C, 101,325 kPa)	V_{mn}	= 22,413 968 (20) · 10 ⁻³ m ³ · mol ⁻¹
magnetisches Flussquant	Φ_0	= 2,067 833 758 (46) · 10 ⁻¹⁵ Wb
Josephson-Konstante	K_1	= 483 597,870 (11) · 10 ⁹ Hz · V ⁻¹
Faraday-Konstante	F	= 96 485,3365 (21) C · mol ⁻¹
von-Klitzing-Konstante	R_K	= 25 812,807 4434 (84) Ω
Planck-Konstante	h	= 6,626 069 57 (29) · 10 ⁻³⁴ J · s
Rydberg-Konstante	R_∞	= 1,097 373 156 8539 (55) · 10 ⁷ m ⁻¹
Feinstruktur-Konstante (inverse)	α^{-1}	= 137,035 999 074 (44)
Compton-Wellenlänge	λ_C	= 2,426 310 2389 (16) · 10 ⁻¹² m
elektrische Elementarladung	e	= 1,602 176 565 (35) · 10 ⁻¹⁹ C
Elektronruhemasse	m_e	= 9,109 382 91 (40) · 10 ⁻³¹ kg
Elektronenradius	r_e	= 2,817 940 3267 (27) · 10 ⁻¹⁵ m
Atomare Masseneinheit	u	= 1,660 538 921 (73) · 10 ⁻²⁷ kg
Protonenruhemasse	m_p	= 1,672 621 777 (74) · 10 ⁻²⁷ kg
Neutronenruhemasse	m_n	= 1,674 927 351 (74) · 10 ⁻²⁷ kg
Spez. Elektronenladung	$e_0 \cdot m_e^{-1}$	= -1,758 820 088 (39) · 10 ¹¹ C · kg ⁻¹

Die Zahlenwerte dieser Übersicht entstammen der *NIST Reference of Constants, Units and Uncertainty* (<http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>) und stellen die aktuellsten Werte (2010 CODATA) dar.

Die Ziffern in Klammern hinter einem Zahlenwert bezeichnen die Unsicherheit in den letzten Stellen des Wertes. Die Unsicherheit ist als einfache Standardabweichung gegeben (Beispiel: Die Angabe 6,672 59 (85) ist gleichbedeutend mit 6,672 59 ± 0,000 85).

Fehlerabschätzung und Fehlerrechnung

1 Fehlerabschätzung

1.1 Allgemeines

Jeder physikalische *Messwert* ist mit einem *Messfehler* behaftet. Nach DIN wird dieser auch *Abweichung* genannt. Man unterscheidet nach systematischen und zufälligen Messfehlern. Nur die zufälligen Fehler können durch mehrfaches Messen desselben Messwertes einer statistischen Behandlung unterzogen werden (siehe Kap. 2).

Systematische Fehler haben zahlreiche Ursachen:

- fehlerbehaftete Messinstrumente
- fehlerbehaftete Bauteile und Bauteiletoleranzen
- ungünstige Messaufbauten
- Unterschiede zwischen idealen und realen Bauelementen und Messgeräten.

Grundsätzlich sollte jeder Versuchsaufbau dahingehend überprüft werden, ob es Alternativaufbauten gibt, mit denen bestimmte systematische Fehler vermieden oder zumindest kleiner gehalten werden können. Leider kommt es dabei immer wieder vor, dass auch von erfahrenen Experimentatoren nicht alle Ursachen für systematische Fehler erkannt werden, so dass die Versuchsergebnisse mit größeren Fehlern als angenommen behaftet sind.

Einige Fehler, wie z.B. der Messfehler bei Strom- und Spannungsmessung, hervorgerufen durch die endlichen Innenwiderstände der Messgeräte, können auch rechnerisch korrigiert werden.

Grundsätzlich nicht korrigierbar oder zu umgehen sind die Fehler, die durch die Herstellertoleranzen der verwendeten Messgeräte oder Bauteile hervorgerufen werden. Genauere Messungen wären nur durch eine höherwertige Geräteausstattung zu erreichen.

Bei der Durchführung von physikalischen Messungen ist es deshalb immer erforderlich, die möglichen Ursachen für Abweichungen vom tatsächlichen Messwert zu erkennen und ihre Größen quantitativ abzuschätzen. Alle Messwerte und daraus abgeleitete Größen sind mit entsprechenden Fehlerangaben (nach DIN *Unsicherheiten* genannt) zu versehen. Wenn wie in den meisten Praktikumsversuchen ein Messwert x nur einmal bestimmt wird, genügt es, die Summe aller möglichen Abweichungen (z.B. Messgeräte- und Bauteiletoleranzen, Ablesefehler) zu bilden. Sie bildet dann eine obere Grenze für die Unsicherheit Δx des Messwerts:

$$\text{Ergebnis: } x \pm \Delta x. \quad (1)$$

Häufig wird anstelle von Δx der relative Fehler r (meist in Prozent) angegeben:

$$r = \frac{\Delta x}{x}. \quad (2)$$

Dabei muss immer klargestellt sein, auf welchen Grundwert sich diese relative Angabe bezieht. Da relative Angaben naturgemäß dimensionslos sind, ist bei der Angabe des Messwertes mit relativem Fehler folgende Schreibweise anzuwenden:

$$\text{Ergebnis: } x \cdot (1 \pm r \%). \quad (3)$$

Bei der Notierung der Zahlenwerte von Messergebnissen ist außerdem immer darauf zu achten, dass dem Fehler entsprechend **gerundet** wird (siehe dazu die Hinweise „Physikalische Größen und Einheiten“ in den Praktikumsunterlagen).

Bei der Berechnung der Fehler von Messwerten, die mit Zeigermessinstrumenten oder Digitalmultimetern bestimmt wurden, ist zu beachten, dass sich die prozentuale Fehlerangabe hier immer auf den **Vollausschlag** des gerade gewählten Bereichs bezieht. Bei einer Fehlerangabe von 1% und einem Messbereich von 10 V ist der Absolutfehler also unabhängig von der Ableseung immer 0,1 V. Beträgt der Messwert 5 V, so ist der relative Fehler des Messwertes bereits 2%. Man sollte es also bei Messgeräten mit umschaltbaren Bereichen vermeiden, im unteren Teil der Skala abzulesen, da die relativen Fehler hier sehr groß werden (im o.a. Beispiel sind es bei 1 V bereits 10%).

1.2 Fehlerfortpflanzung

Muss eine abgeleitete Größe aus mehreren Messgrößen berechnet werden, so ist natürlich auch für sie eine Messunsicherheit anzugeben. Wenn die zu berechnende Größe

$$z = f(x_1, \dots, x_n) \quad (4)$$

ist und die Δx_i die maximalen Fehler (Messunsicherheiten) der einzelnen Messgrößen sind, ergibt sich für den Gesamtfehler Δz im ungünstigsten Fall

$$\Delta z = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \Delta x_n. \quad (5)$$

Die partiellen Ableitungen stellen also Gewichtungsfaktoren für die Fortpflanzung der einzelnen Fehler dar. Aus diesem Grund sollte man sich diese Faktoren grundsätzlich immer bereits vor der Messung berechnen. Nur so kann man erkennen, welche Messgrößen sich mit ihren Fehlern besonders stark auf das Endergebnis auswirken. Diese müssen dann nach Möglichkeit besonders genau ermittelt werden.

Bei Potenzprodukten

$$z = \prod_{i=1}^n A_i x_i^{a_i} \quad (6)$$

gestaltet sich die Fehlerfortpflanzung besonders einfach, wenn mit den relativen Fehlern gerechnet wird. Es wird dann

$$r = \frac{\Delta z}{z} = \sum_{i=1}^n |a_i| \frac{\Delta x_i}{x_i} = \sum_{i=1}^n |a_i| r_i. \quad (7)$$

Sind die $a_i = 1$ oder -1 (gewöhnliche Produkte und Quotienten), ist der gesamte relative Fehler also einfach die Summe der relativen Fehler der Einzelmessungen.

1.3 grafische Darstellungen

Bei grafischen Darstellungen von Messwerten sind in der Regel die Messwerte auf beiden Koordinatenachsen mit Fehlern behaftet. Für jeden Messpunkt i muss die abgeschätzte obere Fehlergrenze sowohl für x_i als auch für y_i bestimmt werden. Die so ermittelten Fehler Δx_i und Δy_i werden in Form eines Fehlerbalkens an dem Messpunkt (x_i, y_i) eingetragen (Abb. 1).

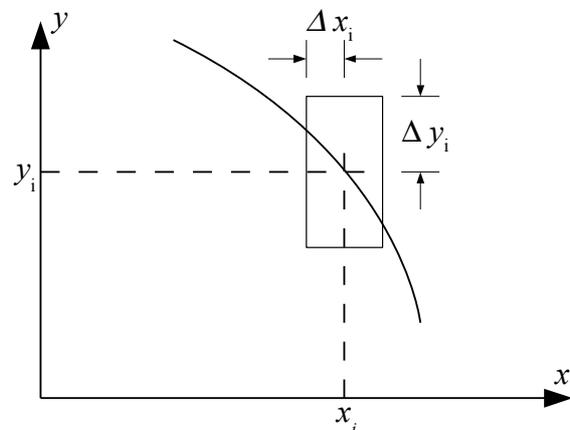


Abb. 1: Fehlerbalken

2 Fehlerrechnung

2.1 Allgemeines

Um zufällige Fehler (z.B. Schwankungen des Messwertes durch äußere Störeinflüsse) zu reduzieren, wird die Messung eines Wertes mehrfach wiederholt. Auf die so gewonnenen Messreihen werden dann die Methoden der Fehlerrechnung angewendet. Sie basieren in der Regel auf dem Gaußschen Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate. Hier sollen nur die beiden wichtigsten Methoden kurz erläutert werden. Weiterführendes findet man in der angegebenen Literatur.

Hinweis: Die Fehlerrechnung darf **nicht** auf **systematische** Fehler angewendet werden.

2.2 Mittelwert

Die einfachste Methode der Fehlerrechnung ist die Bildung des arithmetischen Mittelwertes aus den n Werten einer solchen Messreihe:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (8)$$

Ein Maß für die zufälligen Abweichungen der Einzelmesswerte vom wahren Messwert ist die mittlere quadratische Abweichung oder Standardabweichung der Einzelmessung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (9)$$

Für den Mittelwert ergibt sich daraus ein mittlerer quadratischer Fehler (Standardabweichung) von:

$$\sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (10)$$

Das Endergebnis ist dann wie folgt anzugeben:

$$\text{Endergebnis: } \bar{x} \pm \sigma_M. \quad (11)$$

Bei genügend großem n (>5) besagt die Vertrauensgrenze $\pm\sigma_M$, dass mit einer Sicherheit von ca. 68% der wahre Messwert in dem angegebenen Intervall liegt. Wird z.B. eine Sicherheit von 95% gefordert ist das Intervall auf $\pm 2\sigma_M$ zu vergrößern, bei 99% sind es etwa $\pm 3\sigma_M$.

2.3 Lineare Regression

Häufig soll der Zusammenhang zwischen zwei physikalischen Größen ausgemessen werden. Um die zufälligen Fehler zu reduzieren, nimmt man eine Messreihe mit n Messwertepaaren auf. Besonders leicht wird die Behandlung der zufälligen Fehler, wenn dieser Zusammenhang linear ist (z.B. Spannung und Strom an einem ohmschen Widerstand).

$$y = b \cdot x + a. \quad (12)$$

Die Koeffizienten a und b werden nach dem Verfahren der linearen Regression bestimmt. Für die rechnerische Behandlung haben viele Taschenrechner bereits ein eingebautes Programm, das sich problemlos nutzen lässt. Die Berechnung erfolgt nach folgenden Formeln:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{und} \quad a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}. \quad (13)$$

Die jeweiligen Fehler berechnen sich zu:

$$\Delta b = \sqrt{\frac{n \sum (y_i - a - mx_i)^2}{(n-2)(n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)}} \quad \text{und} \quad \Delta a = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \sum (y_i - a - mx_i)^2}{(n-2)(n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)}} \quad (14)$$

Dabei sind x_i und y_i die Messwertepaare und \bar{x} und \bar{y} die Mittelwerte der beiden Messwertereihen. Alle Summationen sind für $i = 1, \dots, n$ durchzuführen.

Häufig wird der empirische Korrelationskoeffizient r_{xy} angegeben. Je näher er bei 1 liegt, um so besser wird die Abhängigkeit nach (12) erfüllt:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (15)$$

2.4 Grafische lineare Regression

Meist empfiehlt es sich wegen der größeren Anschaulichkeit, zusätzlich zur Rechnung auch eine grafische Darstellung anzufertigen und die lineare Regression daran vorzunehmen. Dazu wird einfach zwischen den grafisch aufgetragenen Messpunkten mit dem Lineal eine nach Augenmaß geschätzte Ausgleichsgerade hindurch gelegt. Das Verfahren reicht für die im Praktikum erzielbaren Genauigkeiten durchaus aus und hat gegenüber der rechnerischen Behandlung folgende Vorteile:

- Bestimmte Punkte können bei der grafischen Regression sehr einfach stärker gewichtet werden. Dies gilt z.B. für den Nullpunkt, wenn ein Widerstand aus Strom- und Spannungsmessungen nach dem Ohmschen Gesetz über die Steigung der Ausgleichsgeraden bestimmt werden soll.
- Abweichungen vom theoretisch zu erwartenden linearen Zusammenhang können leicht erkannt werden. Die Regression beschränkt man dann auf die Bereiche, die im Rahmen der Messgenauigkeit noch als linear anzusehen sind (z.B. bei der Ausmessung des Scheinwiderstandes einer realen Spule mit Eisenkern). Eine rein rechnerische Regression kann hierüber keine Aussage machen. Das Ergebnis würde unter Umständen völlig verfälscht.

Literatur:

Kröttsch:	Physikalisches Praktikum, Kap. 1.3, 1.4
Walcher:	Praktikum der Physik, Kap. 1.2
Frohne, Ueckert:	Grundlagen der elektrischen Messtechnik
Kreyszig:	Statistische Methoden und ihre Anwendungen
Bronstein:	Taschenbuch der Mathematik

Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 1

Gruppe 1 - Optik

Institut für Experimentelle und Angewandte Physik - Universität Kiel

Inhaltsverzeichnis

1	Auflösungsvermögen von Spektralapparaten	1
1.1	Grundlagen	1
1.2	Aufbau und Durchführung	2
2	Drehung der Polarisationssebene, Faradayeffekt, Doppelbrechung	5
2.1	Drehung der Polarisationssebene	5
2.2	Faradayeffekt	6
2.3	Doppelbrechung	7
2.4	Polarisation durch Reflexion	8
3	Abbildungsfehler von Linsen	11
3.1	Chromatische Aberration	11
3.2	Sphärische Aberration	12
3.3	Astigmatische Aberration	14
4	Wellenlängenbestimmung mit dem Prismenspektrometer	15
4.1	Allgemeines, Aufbau	15
4.2	Durchführung	15
4.2.1	Bestimmung des brechenden Winkels	16
4.2.2	Aufnahme der Kalibrierkurve	17
4.2.3	Bestimmung der Wellenlängen beim Quecksilber	18
4.2.4	Bestimmung des Brechungsindex	18
5	Laser	19
5.1	Theorie	19
5.1.1	Laser-Prinzip	19
5.1.2	Fraunhofer-Beugung	20
5.2	Aufbau	21
5.3	Messungen	23
5.3.1	Aufbau des Resonators	23
5.3.2	Bestimmung der Wellenlänge	23
5.3.3	Stabilität des Resonators	23
5.3.4	Anhang: Termschema und Übergänge beim He-Ne-Laser	25
6	Michelson-Interferometer und Newtonsche Ringe	27
6.1	Michelson-Interferometer	27
6.1.1	Versuchsaufbau	27
6.1.2	Durchführung	28
6.2	Newtonsche Ringe	29
6.2.1	Grundlagen	29

6.2.2	Aufbau und Durchführung	30
7	Interferenzen in polarisiertem Licht	33
7.1	Aufbau und Theorie	33
7.2	Durchführung	34
7.2.1	Qualitative Beschreibung	34
7.2.2	Bestimmung von Δn	35
7.2.3	Beobachtungen an Plexiglas	35
8	Auflösungsvermögen des Mikroskops	37
8.1	Grundlagen	37
8.2	Aufbau und Durchführung	38
8.2.1	Abbesche Abbildungstheorie	38
8.2.2	Phasenkontrastverfahren von Zernicke	38
8.2.3	Abbesche Abbildungstheorie am Standardmikroskop	39

9.2013/VdM

1 Auflösungsvermögen von Spektralapparaten

1.1 Grundlagen

Spektrometer und Spektroskope dienen dazu, Licht in seine von der Wellenlänge abhängigen Anteile zu zerlegen. Man unterscheidet

- *Prismenspektrometer*: Ein paralleles Lichtbündel fällt auf ein Glasprisma. Dabei werden die Anteile des Lichtes wegen der Abhängigkeit des Brechungsindex n von der Wellenlänge λ um verschieden große Winkel α abgelenkt.
- *Gitterspektrometer*: Ein Beugungsgitter zerlegt das Licht, da der Winkel α , unter dem die Beugungsordnung m erscheint, eine Funktion der Wellenlänge λ ist.

Sowohl beim *Prisma* als auch beim optischen *Gitter* bezeichnet die Größe

$$D = \frac{d\alpha}{d\lambda} \quad (1)$$

die *Winkeldispersion* des Spektralapparates. Sie ist eine Gerätekonstante.

Beim Prisma (siehe Abb. 2) gilt der Zusammenhang

$$D = \frac{dn}{d\lambda}. \quad (2)$$

Für ein *Transmissionsgitter* mit der Gitterkonstanten g (Anzahl der Gitterstriche pro Längeneinheit) gilt für die Beugungsordnung m und kleine Ablenkwinkel $\alpha = g \cdot m \cdot \lambda$, bzw. $d\alpha = g \cdot m \cdot d\lambda$. Damit wird die Winkeldispersion

$$D = g \cdot m. \quad (3)$$

Der Aufbau der Geräte ist ähnlich. Die Strahlenverläufe sind in den Abb. 1 und 2 dargestellt. Das Licht fällt zunächst auf einen Spalt S (Eintrittspalt) und wird danach durch eine Linse K parallelisiert auf ein Gitter, bzw. ein Prisma gelenkt, wobei es durch einen weiteren Spalt B (Bündelbegrenzung) auf eine Breite a begrenzt wird. Das durch das Gitter, bzw. Prisma abgelenkte Licht wird dann mit Hilfe einer weiteren Linse Ob in ihrer Brennebene abgebildet. Die Linien unterschiedlicher Wellenlängen liegen dabei wegen der Winkeldispersion nebeneinander und bilden das *Spektrum* der Lichtquelle. Die Beobachtung der Linien erfolgt durch ein Okular. Die Spektrallinien zweier Wellenlängen λ und $\lambda + \Delta\lambda$ werden durch das Gitter, bzw. Prisma um die Winkel α_D und $\alpha_D + \Delta\alpha_D$ abgelenkt. Die Spektrallinien dieser zwei Wellenlängen haben dann unter der Annahme, dass $\Delta\alpha_D$ klein ist ($\sin(\alpha_D) \approx \alpha_D$), in der Objektivbrennebene den Abstand

$$\Delta x_D = f \cdot \Delta\alpha_D, \quad (4)$$

wobei f die Brennweite der Objektivlinse ist.

Die Spektrallinien können durch den Eintrittspalt S und die Blende B beeinflusst werden: Je Schmäler der Eintrittspalt, und somit auch sein Bild in der Objektivbrennebene, desto näher benachbarte Linien kann man im Spektrum voneinander trennen, d.h. das Auflösungsvermögen des Spektralapparates verbessert sich. Der Nachteil ist, dass die Lichtintensität sinkt. Hingegen, verschlechtert eine schmale Bündelbreite a das Auflösungsvermögen durch die Beugung des Lichtes.

Für die Beugung an einem Spalt gilt für den Winkelabstand $\Delta\alpha_B$ zwischen dem ersten Beugungsminimum und dem nullten Beugungsmaximum (für kleine $\Delta\alpha_B$):

$$\Delta\alpha_B = \lambda/a. \quad (5)$$

In der Objektivbrennebene ergibt sich daraus für die Breite des nullten Beugungsmaximums:

$$\Delta x_B = f \cdot \lambda / a, \quad (6)$$

d.h. die Breite der Spektrallinien wird also größer, wenn man die Bündelbreite a verringert, weil sich die Spektrallinien (das nullte Beugungsmaximum) verbreitern (wegen der Beugung) und die benachbarten Linien werden überdeckt.

Es stellt sich damit die Frage nach der Bündelbreite für eine optimale Auflösung. *Lord Rayleigh* (1842-1919) hat ein Kriterium für die Auflösung aufgestellt, welches besagt, dass zwei Lichtpunkte noch als getrennt wahrgenommen werden können, wenn sie mindestens so weit auseinander liegen, dass das Hauptmaximum der einen Linie im ersten Beugungsminimum der anderen liegt.

Daraus folgt für unseren Versuchsaufbau: Wenn $\alpha_D = \alpha_B$ ist, so liegt der Mittelpunkt der einen Spektrallinie genau im ersten Beugungsminimum der anderen Linie und die beiden Spektrallinien sind gerade noch zu erkennen. Wird der Spalt allerdings so klein, dass $\alpha_D < \alpha_B$ wird, so überlappen sich die Maxima nullter Ordnung und die beiden Spektrallinien können nicht mehr voneinander getrennt werden. Es muss also die Bedingung

$$\Delta \alpha_B \leq \Delta \alpha_D \quad (7)$$

erfüllt sein, wenn man die entsprechenden Spektrallinien auflösen möchte.

Als das *Auflösungsvermögen* A definiert man den Quotienten aus mittlerer Wellenlänge und der Wellenlängendifferenz von gerade noch trennbaren Linien

$$A = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}. \quad (8)$$

Setzen wir die Gleichungen (1) und (5) in (8) ein und betrachten den Fall $\Delta \alpha_B = \Delta \alpha_D$, bei dem zwei benachbarte Spektrallinien gerade noch aufgelöst werden können, so ergibt sich

$$A = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{a \cdot \Delta \alpha_B}{\Delta \alpha_D / D} = a \cdot D. \quad (9)$$

Das Auflösungsvermögen eines Spektralapparates ist also gleich dem Produkt aus Winkeldispersion und Breite der begrenzenden Öffnung.

Bei Gitterspektralapparaten ergibt sich mit Gleichung (3)

$$A_{\text{Gitter}} = D \cdot a = m \cdot g \cdot a = N \cdot m. \quad (10)$$

Dabei ist $N = g \cdot a$ die effektive (ausgeleuchtete) Strichanzahl. Bemerkenswert ist, dass das Auflösungsvermögen unabhängig von der Gitterkonstanten g ist.

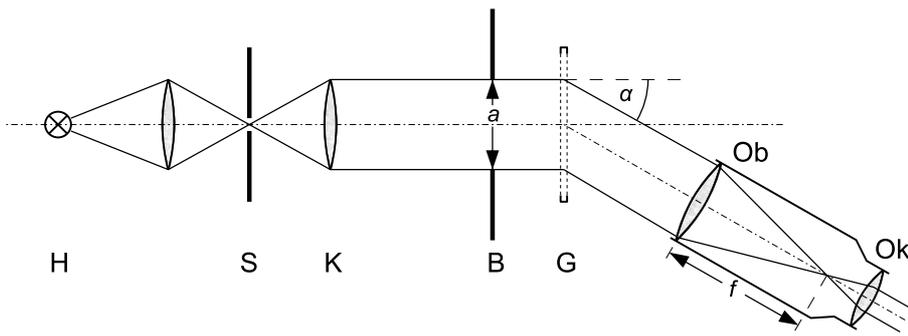
Für das Auflösungsvermögen eines Prismas mit dem Brechungsindex n und basislänge b erhält man mit Gleichung (2):

$$A_{\text{Prisma}} = D \cdot a = b \cdot \frac{dn}{d\lambda}. \quad (11)$$

Im Versuch soll diese Theorie überprüft werden.

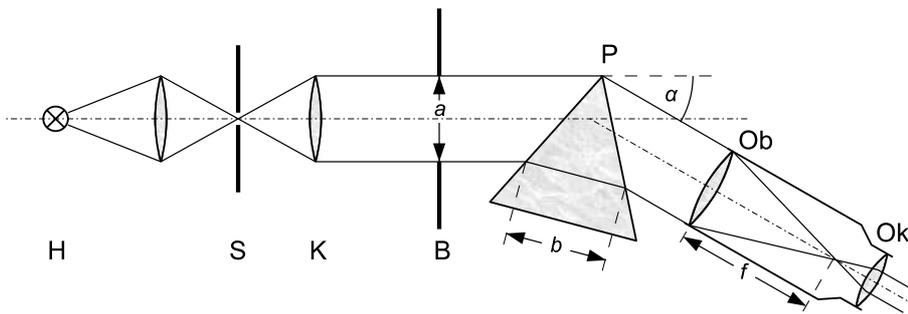
1.2 Aufbau und Durchführung

Der Vergleich von theoretischem Auflösungsvermögen A_{th} und experimentell zu ermittelndem wird an einem Prisma und den ersten drei Beugungsordnungen eines Gitters durchgeführt. Hierzu steht ein kleiner Spektralapparat zur Verfügung, bei dem Gitter und Prisma ausgetauscht werden können. Der jeweilige Aufbau ist in den Abbildungen 1 und 2 dargestellt. Zunächst ist der Aufbau zu justieren:



- H – Hg-Lampe
- S – Spalt
- K – Kollimator
- B – Bündelbegrenzung
- G – Gitter
- Ob – Fernrohrobjektiv
- Ok – Okular

Abbildung 1: Aufbau des Gitterspektrometers



- H – Hg-Lampe
- S – Spalt
- K – Kollimator
- B – Bündelbegrenzung
- P – Prisma
- Ob – Fernrohrobjektiv
- Ok – Okular

Abbildung 2: Aufbau des Prismenspektrometers

- Entnehmen sie dem Holzkasten das 12×Okular und setzen Sie es in das Fernrohr ein. Nehmen Sie das Fernrohr aus der Apparatur und stellen Sie es auf dem Flur auf „Unendlich“ ein. Verdrehen Sie das entsprechende Rädchen ab jetzt nicht mehr.
- Stellen Sie die Linse, die direkt vor der Hg-Lampe steht so auf, das durch sie möglichst viel Licht auf den Spalt gesammelt wird.
- Schauen Sie durch das wieder in den Aufbau eingesetzte Fernrohr direkt in den Kollimator. Leuchtet der Spalt zu hell, so reduzieren Sie seine Breite. Verschieben Sie nun die Kollimatorlinse solange bis durch das Fernrohr eine scharfes Spaltbild zu sehen ist.

Der Vergleich von Theorie und Experiment wird anhand der beiden gelben Quecksilberlinien durchgeführt. Ihre Wellenlängen sind

$$\lambda = 577,12 \text{ nm} \quad \text{und} \quad \lambda = 579,23 \text{ nm}$$

Aufgaben:

1. Berechnen Sie zunächst das zur Trennung dieser beiden Linien nötige Auflösungsvermögen nach Gleichung (8).
2. Bestimmen sie nun das experimentelle Auflösungsvermögen. Gehen sie dabei folgendermaßen vor:
 - Stellen Sie das Gitter am Ende der ersten optischen Bank auf (Striche senkrecht) und fahren Sie mit dem Fernrohr nach rechts in die dritte Beugungsordnung. Beide gelbe Linien müssen deutlich zu sehen sein.
 - Setzen Sie Blende B zwischen Gitter und Kollimator und verringern Sie a soweit, dass die beiden gelben Linien gerade noch trennbar sind bevor sie in eine einzige Linie übergehen (an diesem Punkt gilt Gleichung (9)). Messen Sie a mit der Schieblehre und ermitteln Sie den Fehler Δa durch Wiederholungsmessungen.
 - Bestimmen Sie a und Δa für das Prisma und die ersten drei Beugungsordnungen des Gitters. Achten Sie beim Prisma auf symmetrischen Strahldurchgang (der Ablenkwinkel α ist dann minimal).
3. Zur Bestimmung der Dispersion D sind nun die Abstände Δx_D von grüner ($\lambda = 546,23 \text{ nm}$) und erster gelber Quecksilberlinie auszumessen.
 - Tauschen Sie das $12\times$ gegen das $4\times$ Okular aus. Entfernen Sie Blende B und das Gitter bzw. Prisma aus dem Aufbau und stellen Sie an dem bis jetzt verbotenen Rädchen das Fernrohr so ein, dass der Spalt wieder scharf zu sehen ist. Im Weiteren ist die Fernrohreinstellung nicht mehr zu verändern.
 - Messen sie nun für das Prisma und für die ersten drei Beugungsordnungen des Gitters mit Hilfe des im Okular sichtbaren Maßstabes die Abstände Δx_D von grüner und erster gelber Linie aus. Für den Okularmaßstab gilt
$$1 \text{ Skt} = 0,146 \text{ mm}.$$Berechnen Sie nach Gleichungen (1) und (4) die Dispersion D und mit den oben ermittelten Werten für die Spaltbreiten das Auflösungsvermögen A nach Gleichung (9). Führen Sie eine Fehlerrechnung durch und vergleichen Sie die Werte mit A_{th} .
4. Bestimmen sie nach Gleichung (10) aus dem berechneten Auflösungsvermögen die Gitterkonstante und die Anzahl der Striche der 3 cm breiten Gitterfläche. Geben Sie einen Fehler für die Gitterkonstante an.
5. Wie groß wäre das Auflösungsvermögen des verwendeten Gitters für die ersten drei Beugungsordnungen und für das Prisma, wenn man die Bündelbegrenzung weglassen würde?

Literatur:

Bergmann-Schaefer, Band III Optik, § 3.12 (8.Aufl.).
Gerthsen, Physik, Kap. 10.1.6

2 Drehung der Polarisationssebene, Faradayeffekt, Doppelbrechung

2.1 Drehung der Polarisationssebene

Durch einige Kristalle, z.B. Quarz wird bei Durchstrahlung in Richtung der optischen Achse die Schwingungsrichtung von linear polarisiertem Licht gedreht. Ein optisch aktiver Kristall kann rechts- oder linksdrehend sein. Rechtsdrehende Kristalle drehen die Polarisationssebene im Uhrzeigersinn, wenn man dem Licht entgegen blickt. Der Drehwinkel β ist dabei der Dicke d des Kristalls proportional:

$$\beta = \sigma \cdot d \quad (1)$$

Der Proportionalitätsfaktor σ heißt *spezifisches Drehvermögen* und wird in Grad pro mm angegeben. In diesem Versuch soll das spezifische Drehvermögen von Quarz bestimmt werden. σ ist im Allgemeinen eine Funktion der Wellenlänge (Rotationsdispersion).

Bringt man eine Quarzplatte der Dicke d zwischen zwei gekreuzte Polarisatoren (zueinander senkrechte Schwingungsebenen), so tritt Aufhellung ein. Der Analysator muss um einen Winkel β z.B. nach links gedreht werden, damit wieder Dunkelheit herrscht. Der Kristall kann dann linksdrehend sein mit dem spezifischen Drehvermögen

$$(\beta + n \cdot 180^\circ) / d$$

für eine natürliche Zahl n oder rechtsdrehend mit dem spezifischen Drehvermögen

$$(-\beta + (n + 1) \cdot 180^\circ) / d$$

Eine Entscheidung, ob es sich um einen rechts- oder linksdrehenden Kristall handelt, ist nicht möglich. Hierzu benötigt man zwei Quarzplatten verschiedener Dicke.

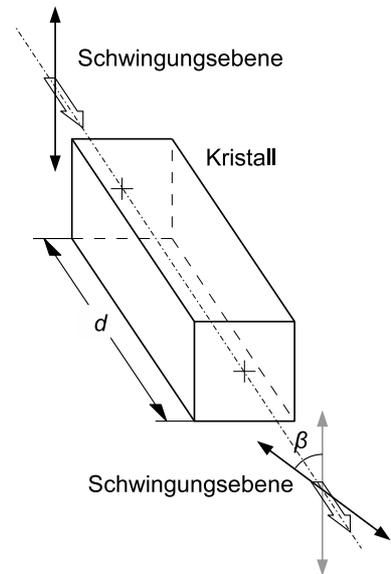


Abbildung 1: Drehung der Polarisationssebene

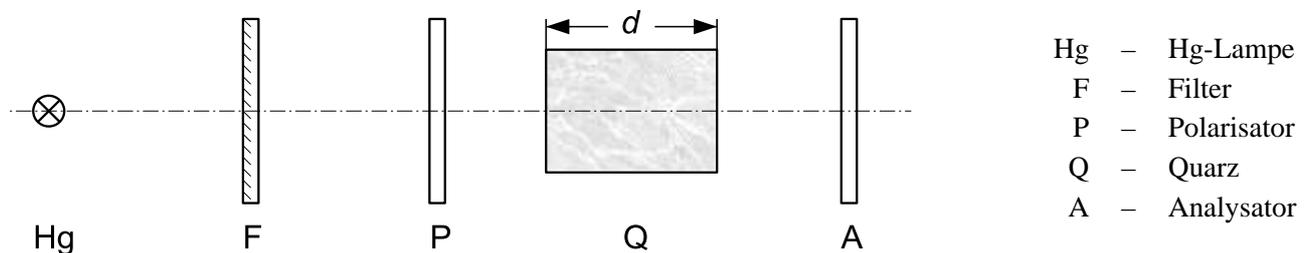


Abbildung 2: Aufbau zur Messung des spezifischen Drehvermögens

Aufgaben:

- Bestimmen Sie für zwei der zur Verfügung stehenden Filter das spezifische Drehvermögen von Quarz. Bauen Sie dazu den Versuch wie in Abbildung 2 dargestellt auf und stellen Sie die Polarisatoren so ein, dass Auslöschung vorliegt. Bringen Sie nun nacheinander dünnen, dicken und dann beide Kristalle in

den Strahlengang und bestimmen Sie die Winkel β . Schätzen Sie den Fehler $\Delta\beta$ ab. Die Wellenlängen des von den Filtern durchgelassen Lichtes sind

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{Blau}} &= 404,7 \text{ nm} \\ \lambda_{\text{Orange}} &= 589,0 \text{ nm} \\ \lambda_{\text{Grün}} &= 546,1 \text{ nm}\end{aligned}$$

Die Dicken der beiden stehenden Quarzplatten sind

$$d_1 = 1,5 \text{ mm} \quad \text{und} \quad d_2 = 4,75 \text{ mm}$$

Die dicke Quarzplatte weist eine horizontale Verwachsung auf. Nur in der unteren Hälfte ist der Quarz senkrecht zur optischen Achse geschnitten.

2. Tragen Sie β über d mit den zugehörigen Fehlern auf und bestimmen Sie aus dem Diagramm das spezifische Drehvermögen σ , sowie $\Delta\sigma$.

2.2 Faradayeffekt

Jeder in ein magnetisches Feld gebrachte Körper wird infolge zirkularer Doppelbrechung optisch aktiv. Bei diamagnetischen Stoffen ist der Winkel β der Polarisationsrichtungen proportional zur Komponente H_l des Magnetfeldes in Richtung der Lichtausbreitung und zur Dicke l der durchsetzten Schicht, d.h. es gilt

$$\beta = \omega \int_0^l H_l dl \quad (2)$$

Der Proportionalitätsfaktor ω heißt *Verdetsche Konstante*. Ist die Ausbreitungsrichtung des Lichtes parallel zur Magnetfeldrichtung und seine Stärke ortsunabhängig (z.B. homogenes Feld in Achsenmitte einer Spule), so gilt

$$\beta = \omega \cdot H \cdot l. \quad (3)$$

Gibt man β in Winkelminuten, H in Oersted und l in cm an, so ergibt sich ω in CGS-Einheiten. ω heißt „positiv“, wenn die Drehung der Polarisationssebene mit dem Uhrzeigersinn erfolgt, wenn man dem Magnetfeld entgegenschaut. Im allgemeinen ist ω wellenlängenabhängig. In diesem Versuch soll die Verdetsche Konstante eines Plexiglasstabes bestimmt werden.

Der zu untersuchende Plexiglasstab ist bereits in das Gerät eingebaut. Er hat eine Länge l von 12,5 cm und befindet sich auf der Achse der Feldspule. Außerdem ist ein Grünfilter in das Gerät eingebaut, so dass die Messung von $\beta(H)$ bei einer definierten Wellenlänge vorgenommen wird (siehe Abb. 3).

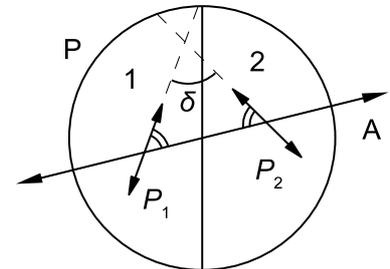
Aufgaben:

1. Bestimmen Sie für die Ströme $I = 500 \text{ mA}$ bis $I = 4000 \text{ mA}$ in 500 mA-Schritten jeweils die Analysatorwinkel gleicher Helligkeit. Polen Sie dann die Magnetfeldrichtungen durch Vertauschen der Batterieanschlüsse um und wiederholen Sie die Messung. **Stellen Sie vor dem Umpolen den Strom auf Null!** Die Differenz der beiden gemessenen Werte ist gleich $2 \cdot \beta$.
2. Berechnen Sie die Magnetfeldstärke $H(I)$ und tragen Sie β gegen H auf. Versehen Sie jeden Messpunkt mit einem Fehlerbalken. Die Fehler für H ergeben sich aus der Ablesungenauigkeit und der Fehlerklasse des Amperemeters, die Fehler von β sind abzuschätzen. Für das Magnetfeld H gilt bei einem Strom I

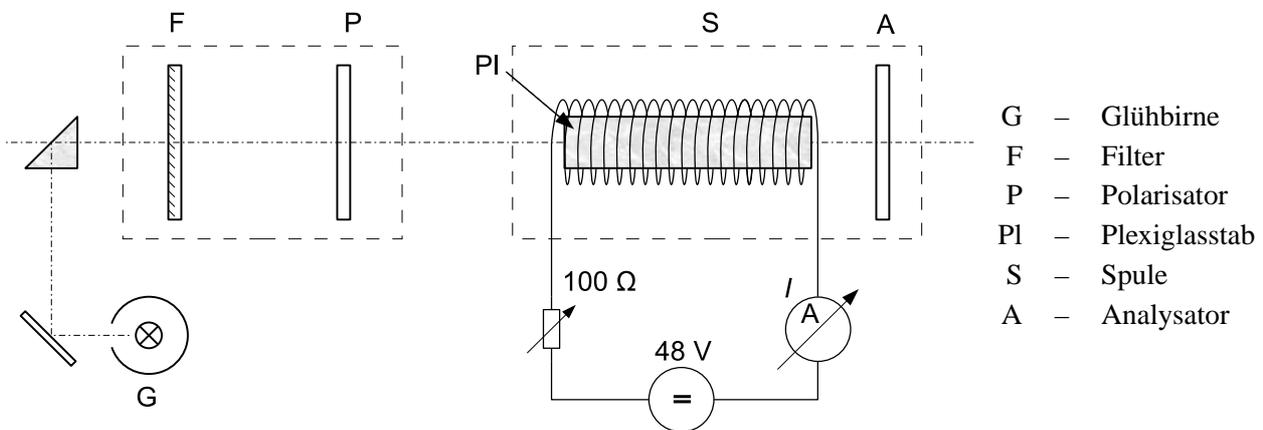
$$\frac{H}{\text{Oe}} = 141 \cdot \frac{I}{\text{A}}. \quad (4)$$

Das Halbschattenpolarimeter

Die Messung wird an dem in Abbildung (b) dargestellten Aufbau durchgeführt. Zur genaueren Messung der Drehwinkel β wird ein *Halbschattenpolarimeter* verwendet. Hierbei besteht der Polarisator aus zwei Bereichen, deren Schwingungsrichtungen um den Winkel δ gegeneinander verschoben sind (δ heißt „Halbschatten“). Die entsprechenden Gesichtsfeldhälften 1 und 2 zeigen gleiche Helligkeit, wenn der Analysator A unter gleichem Winkel gegen P_1 und P_2 steht. Der Winkel δ erscheint als Winkel zwischen den beiden Stellungen völliger Dunkelheit je einer Gesichtshälfte. Halbschattengeräte erreichen eine viel höhere Einstellgenauigkeit als einfache Polarimeter, da für das Auge der Winkel gleicher Helligkeit besser erkennbar ist als der Winkel größter Dunkelheit.



(a) Schwingungsebenen bei einem Halbschattenpolarimeter



(b) Versuchsaufbau

Abbildung 3: Messungen zum Faradayeffekt

Der Strom darf 4 A nicht überschreiten!

- Tragen Sie in das Diagramm die Ausgleichsgerade sowie die Geraden maximaler und minimaler Steigung ein, und bestimmen Sie aus deren Steigungen die Verdettsche Konstante ω .

2.3 Doppelbrechung

Wir betrachten die Doppelbrechung an einem natürlich gewachsenem Kalkspatrhomboider (siehe Abb. 4). Seine optische Achse tritt unter dem Winkel $\alpha = 45,39^\circ$ aus der Rhomboederfläche aus. Fällt Licht, das nicht polarisiert ist auf den Kristall, so tritt Doppelbrechung ein. Der *ordentliche Strahl* (o.) gehorcht dem *Snelliusschen Brechungsgesetz*; er breitet sich kugelförmig im Kristall aus. Der *außerordentliche Strahl* (a.o.) gehorcht dem Brechungsgesetz nicht. Seine Ausbreitungsgeschwindigkeit ist abhängig vom Winkel zwischen betrachteter Richtung und der *optischen Achse*. Sie ist dadurch definiert, dass in ihre Richtung die Ausbreitungsgeschwindigkeit beider Strahlen gleich sind. Senkrecht zu ihr ist der Unterschied der Geschwindigkeiten am größten. Kalkspat ist *einachsigenegativ*, was bedeutet, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit des a.o. Strahles größer ist als die des ordentlichen.

In diesem Teil des Versuches ist das Verhältnis $c_{a.o.,max}/c_o$ zu messen. Das kann bei bekanntem Winkel α

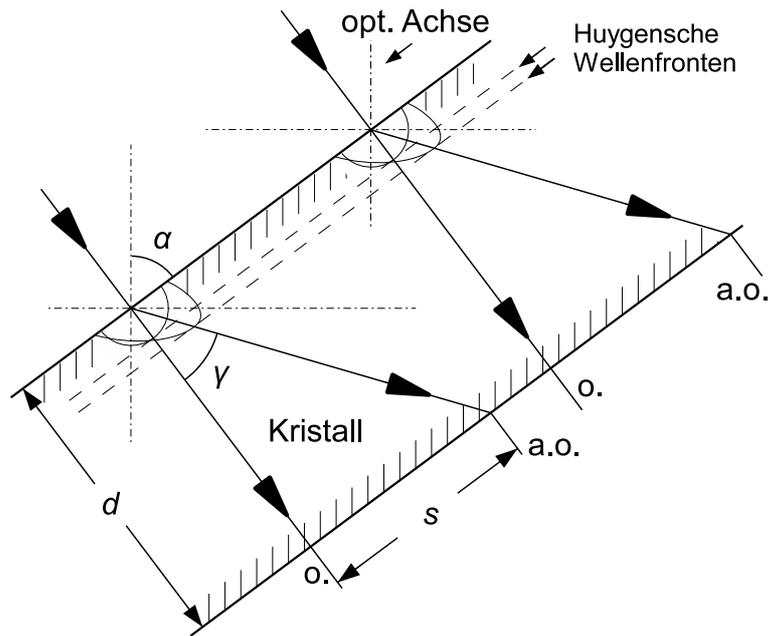


Abbildung 4: ordentlicher und außerordentlicher Strahl im Kalkspat

durch Messung der Strahlversetzung des a.o. Strahles bei senkrechtem Einfall des Lichtes auf die Rhomboederfläche geschehen. Aus der Strahlversetzung s und der Kristalldicke d kann der Ablenkwinkel γ des a.o. Strahles bestimmt werden nach

$$\tan \gamma = s/d. \quad (5)$$

s kann einfach gemessen werden, indem man den Kristall auf ein Raster konvergenter äquidistanter Linien legt und feststellt, an welcher Stelle des Rasters die Versetzung gerade dem Linienabstand gleich ist. Das gesuchte Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten ist gleich dem Verhältnis der Achsen der Ausbreitungsellipse des a.o. Strahles. Unter Zugrundelegung des Huygensschen Prinzips findet man

$$\frac{c_{\text{a.o.,max}}}{c_{\text{o.}}} = \sqrt{\frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha - \gamma)}} \quad (6)$$

Aufgaben:

1. Messen Sie mit Hilfe des Rasters (Abb. 5) die Strahlverschiebung s und ermitteln Sie den Fehler Δs durch Wiederholungsmessungen. Messen Sie die Dicke d des Kalkspates, und geben Sie den Fehler an. Berechnen Sie $c_{\text{a.o.,max}}/c_{\text{o.}}$. Bestimmen Sie anschliessend den Fehler $\Delta(c_{\text{a.o.,max}}/c_{\text{o.}})$ unter Berücksichtigung von Δd und Δs , wobei die Näherung $c_{\text{a.o.,max}}/c_{\text{o.}} = 1 + \frac{s}{d}$ verwendet werden kann.
2. Untersuchen Sie mit Hilfe der Polarisationsfolie den Polarisationszustand von ordentlichem und außerordentlichem Strahl und geben Sie die Lage der elektrischen Vektoren an.

2.4 Polarisation durch Reflexion

Fällt Licht unter einem Einfallswinkel α auf eine Oberfläche, so wird es zum Teil reflektiert und zum Teil unter dem Ausfallswinkel β gebrochen. Der Anteil des reflektierten Lichtes hängt nicht nur vom Einfallswinkel,

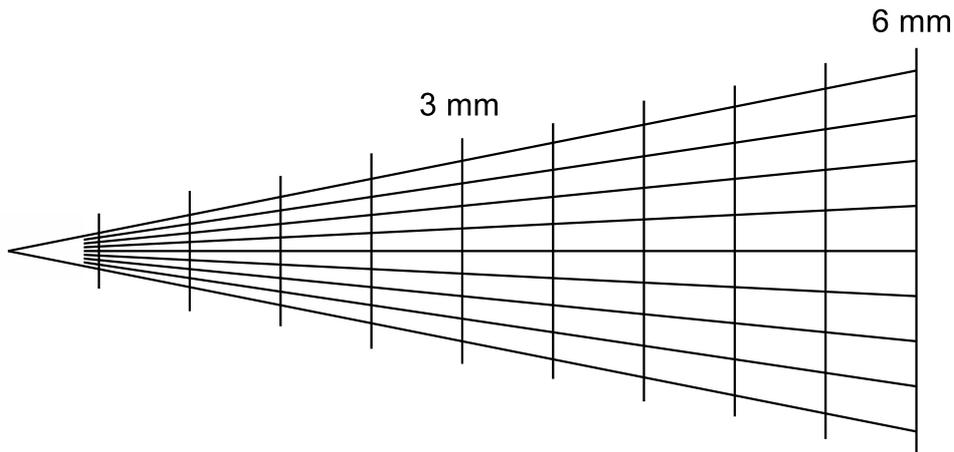


Abbildung 5: Raster zur Bestimmung der Strahlverschiebung s

sondern auch vom Polarisationszustand des Lichtes ab. Schwingt der elektrische Vektor in der Einfallsebene, so gilt für die Intensität des reflektierten Lichtes (*Poynting-Vektor*)

$$S_{r,p} = S_{0,p} \cdot \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)} \quad (7)$$

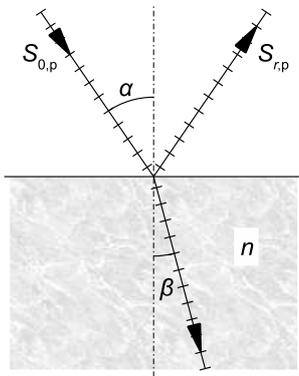


Abbildung 6: parallel zur Einfallsebene polarisiertes Licht

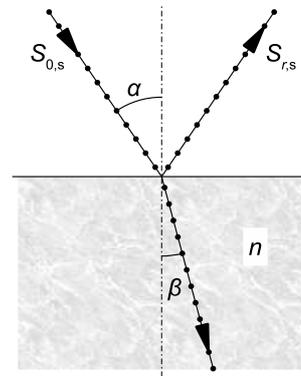


Abbildung 7: senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht

Schwingt der elektrische Vektor senkrecht zur Einfallsebene, so gilt

$$S_{r,s} = S_{0,s} \cdot \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \quad (8)$$

Einfallswinkel α bzw. β sind hierbei durch

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \quad (9)$$

miteinander verknüpft, wobei n der Brechungsindex des Materials ist. Ähnliche Gleichungen wie (7) und (8) gelten für die Intensität des gebrochenen Lichtes. Strahlt man unpolarisiertes Licht ein, so wird der reflektierte

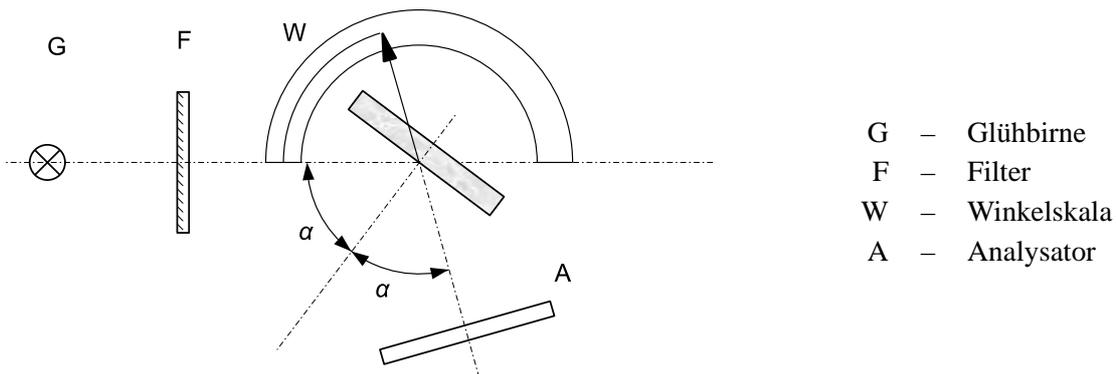


Abbildung 8: Versuchsaufbau, Polarisation durch Reflexion

Anteil zum Teil polarisiert.

Aufgaben:

1. Leiten Sie aus Gleichungen (7), (8) und (9) her, dass es einen Einfallswinkel α_p gibt, für den die Polarisation vollständig ist und folgende Beziehung gilt:

$$\tan \alpha_p = n \quad (10)$$

Dieser Winkel α_p heißt *Brewsterscher Winkel*.

2. In welcher Weise ist das reflektierte Licht beim Brewsterwinkel polarisiert?
3. Bestimmen Sie α_p experimentell für ein Grauglas. Bauen Sie dazu den Versuch nach Abbildung 8 auf. Die Wellenlänge des Filters λ beträgt 546,1 nm. Stellen Sie den Polarisationsfilter so ein, dass der beim Brewsterwinkel reflektierte Strahl vollständig ausgelöscht wird. Bestimmen Sie den Brewsterwinkel, indem Sie das reflektierte Licht für verschiedene Einfallswinkel durch den Polarisator beobachten. Schätzen Sie den Fehler des Brewsterwinkels durch mehrmaliges Messen ab. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Literaturwert.

Literatur:

Bergmann-Schaefer, Band III Optik, §§ 4.1, 4.5, 4.8 und 4.13 (8. Aufl.),
 Gerthsen, Kap. 10.2.9 (16. Aufl.)

3 Abbildungsfehler von Linsen

Die Abbildung von Objekten durch reale Linsen gehorcht nicht in vollem Maße dem theoretischen Verhalten von dünnen oder dicken Linsen. Die u.a. durch die Geometrie oder die Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex verursachten Abweichungen nennt man *Abbildungsfehler* oder *Aberrationen*. In diesem Versuch sollen als ihre wichtigsten Vertreter die *chromatische*, die *zonale* und die *astigmatische Aberration* untersucht werden.

3.1 Chromatische Aberration

Der *chromatische Fehler* wird verursacht durch die Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex des bei Linsen verwendeten Materials und tritt deshalb bei Spiegeln nicht auf (z.B. astronomische Spiegelteleskope). Für die Brennweite f_λ einer dünnen Linse gilt:

$$\frac{1}{f_\lambda} = (n_\lambda - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

Dabei sind n_λ der wellenlängenabhängige Brechungsindex des Glases, r_1 und r_2 die Krümmungsradien der beiden Linsenflächen.

Die chromatische Aberration ist hier anhand einer einfachen Glaslinse kleiner relativer Öffnung auszumessen. Hierzu wird zunächst paralleles Licht hergestellt und dann unter Einschaltung von Farbfiltern die Brennweite f_λ als Abstand Linsenmitte–Fokus ermittelt.

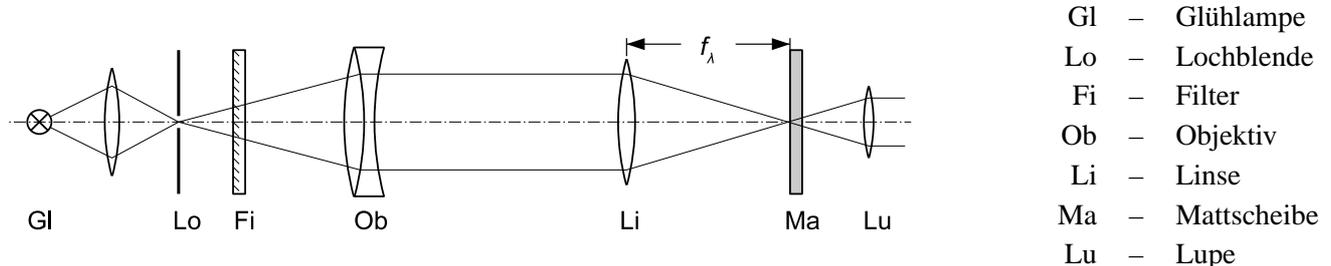


Abbildung 1: Aufbau zur Ausmessung der chromatischen Aberration einer Linse

- Bilden Sie die Wendel einer Glühlampe über eine kurzbrennweitige Linse auf eine Lochblende ab und bringen Sie diese in den Brennpunkt eines gut korrigierten Objektivs (Abb. 1). Das aus dem Objektiv austretende Lichtbündel muss möglichst parallel zur optischen Bank ausgerichtet sein und auf der mehrere Meter entfernten Wand seinen Durchmesser beibehalten!

Aufgaben:

1. Bauen Sie den Versuch gemäß Abbildung 1 auf. Stellen Sie nacheinander die drei zur Verfügung stehenden Farbfilter in den Strahlengang und ermitteln sie für jeden die Brennweite f_λ . Suchen Sie hierzu mit Hilfe einer Mattscheibe und einer Lupe den Brennpunkt auf. Schätzen Sie den Fehler Δf_λ ab.
2. Verifizieren Sie Gleichung (1) indem Sie das Produkt $f_\lambda \cdot (n - 1)$ für die Filterwellenlängen λ bestimmen. Geben Sie einen Fehler für das Produkt an. Den Brechungsindex entnehmen Sie dabei der Abbildung 2.

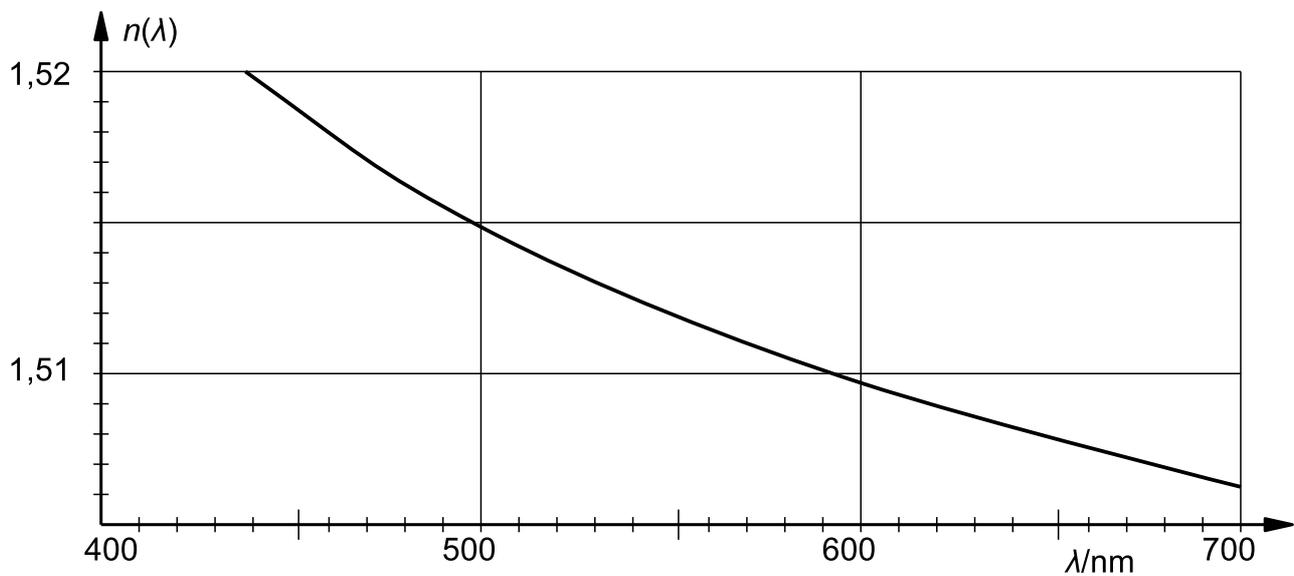


Abbildung 2: Brechungsindex n_λ von Kronglas in Abhängigkeit der Wellenlänge λ

Durch Vorschaltung einer schwachen Zerstreuungslinse vor die Sammellinse kann man die chromatische Aberration beheben. Da auch Zerstreuungslinsen den chromatischen Fehler zeigen muss sie aus einem anderen Material (andere Dispersion) bestehen. Auf diesem Weg lässt sich für zwei verschiedene Wellenlängen die gleiche Brennweite erreichen (siehe Gl. (1)). Solche Linsenkombinationen heißen *Achromate*.

3. Unter dem Versuchsmaterial befindet sich ein Achromat. Bestimmen Sie die Brennweite dieses vorhandenen Achromaten bei allen drei Filterwellenlängen und schätzen Sie den Fehler Ihrer Messung ab.

3.2 Sphärische Aberration

Die sphärische Aberration bzw. der *zonale Fehler* tritt bei allen Linsen (und auch Spiegeln) mit Kugelflächen auf, wenn das Verhältnis Linsendurchmesser zu Brennweite nicht sehr klein gegen 1 ist. Die sphärische Aberration ist hier der Einfachheit halber an einer plankonvexen Linse großer Öffnung zu messen. Fällt

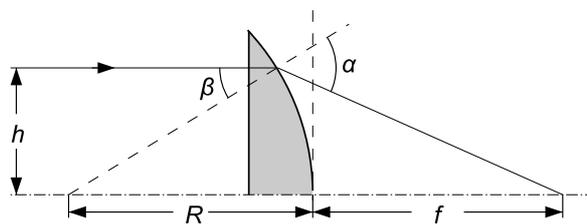


Abbildung 3: Strahlengang bei sphärischer Aberration

ein Strahl parallel zur optischen Achse im Abstand h von ihr auf die Linse, so ergibt sich für die Brennweite f in Abhängigkeit von h durch eine Taylorentwicklung

$$f = \frac{R}{n-1} \cdot \left[1 - \frac{n^2}{2} \cdot \left(\frac{h}{R} \right)^2 + \dots \right]. \quad (2)$$

Für $h/R \ll 1$ erhält man hieraus $f_0 = R/(n-1)$, was sich ebenfalls aus Gleichung (1) für $r_1 = R$ und $r_2 = \infty$ ergibt. Substituiert man in Gl. (2) R durch f_0 , die Brennweite bei sehr kleiner Öffnung, so ergibt sich die Näherungsformel

$$f = f_0 \cdot \left[1 - h^2 \cdot \frac{n^2}{2 \cdot (n-1)^2 \cdot f_0^2} \right]. \quad (3)$$

Eine weitere Umformung dieser Gleichung ergibt

$$\sqrt{f_0 - f} = \frac{n}{\sqrt{2} \cdot (n-1) \cdot \sqrt{f_0}} \cdot h \quad (4)$$

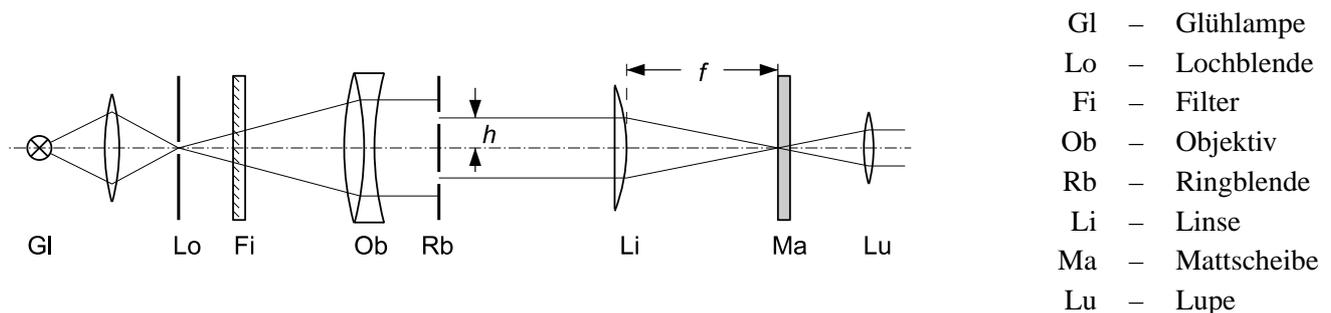


Abbildung 4: Aufbau zur Messung der sphärischen Aberration

- Bauen Sie den Versuch gemäß Abbildung 4 für jede Linse so auf, dass das parallele Licht der Glühlampe auf die plane Fläche der Linse fällt. Protokollieren Sie die Wellenlänge des verwendeten Filters.

Aufgaben:

1. Blenden Sie mit einer hinter das Objektiv gestellten Lochblende das Licht bis auf ein möglichst schmales Lichtbündel aus und messen Sie die Brennweite f_0 wie oben mit Mattscheibe und Lupe. Achten Sie immer darauf, daß Blende und Linse eine gemeinsame optische Achse haben müssen (gleiche Höhe über der Tischebene!).
2. Wechseln Sie die Lochblende gegen eine Ringblende aus und messen Sie die Brennweite f in Abhängigkeit der fünf verschiedenen Ringdurchmesser h .
3. Tragen Sie $\sqrt{f_0 - f}$ über h auf und bestimmen Sie mit Hilfe von Gleichung (4) aus den Steigungen der Ausgleichsgeraden und der Geraden minimaler und maximaler Steigung den Brechungsindex n des Linsenmaterials und seinen Fehler Δn . Vergleichen Sie ihren Wert mit dem in Abb. 2 für die verwendete Wellenlänge angegebenen.

Eine Hebung der sphärischen Aberration gelingt durch eine Kombination verschiedener Linsen. Allgemein lässt sich sagen, dass der zonale Fehler immer geringer wird, desto mehr Flächen an der Brechung beteiligt sind und desto besser die Brechung auf diese Flächen verteilt ist.

4. Lassen Sie nun das parallele Licht auf die gekrümmte Fläche der Linse fallen und messen Sie analog zu oben die Brennweite f als Funktionen der Ringdurchmesser h .
5. Tragen Sie wiederum $\sqrt{f_0 - f}$ über h auf und bestimmen Sie den Brechungsindex und dessen Fehler durch Ausgleichsgerade bzw. Gerade minimaler und maximaler Steigung. Vergleichen Sie den ermittelten Brechungsindex mit dem Literaturwert.

3.3 Astigmatische Aberration

Die bis jetzt betrachteten Fehler treten schon bei achsenparallelem Einfall auf. Die astigmatische Aberration (auch *Astigmatismus*, gr. Punktlosigkeit) bzw. der astigmatische Fehler tritt bei der Abbildung schräge auf die Linsenoberfläche einfallenden Lichtes auf. Ein von einer punktförmigen Lichtquelle ausgehendes, kegelförmiges Lichtbündel wird durch eine astigmatische Linse bei schrägem Einfall im allgemeinen so gebrochen, dass sein Querschnitt hinter der Linse ellipsenförmig ist. Es treten hierbei zwei Orte auf in denen die Ellipse zu einem Strich entartet. Ihnen ordnet man die Brennweiten f_M (der Strich liegt senkrecht zur Ebene von optischer Achse und Linsennormale) und f_S (der Strich liegt in der Ebene von optischer Achse und Linsennormale) zu.

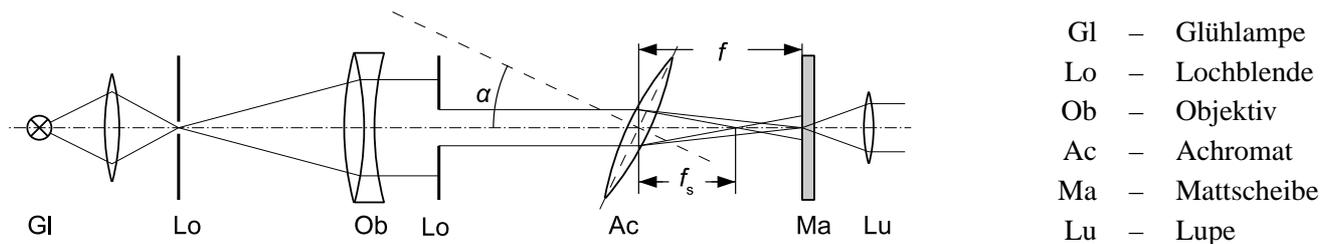


Abbildung 5: Aufbau zur Messung des Astigmatismus

- Bauen Sie den Versuch gemäß Abbildung 5 auf. Verwenden Sie hierbei zur Vermeidung anderer Abbildungsfehler den speziell gekennzeichneten Achromaten. Blenden Sie mit Hilfe einer zweiten Lochblende das Licht bis auf ein Bündel von mehreren Millimetern Durchmesser ab.

Aufgaben:

1. Messen Sie zunächst die Brennweite f_0 für senkrechten Einfall ($\alpha = 0^\circ$). Messen Sie nun die Brennweiten f_M und f_S als Abstand Fokus–Linsenmitte für die Einfallswinkel $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ und 50° .
2. Stellen Sie ihre Messergebnisse graphisch dar und beschreiben Sie sie.

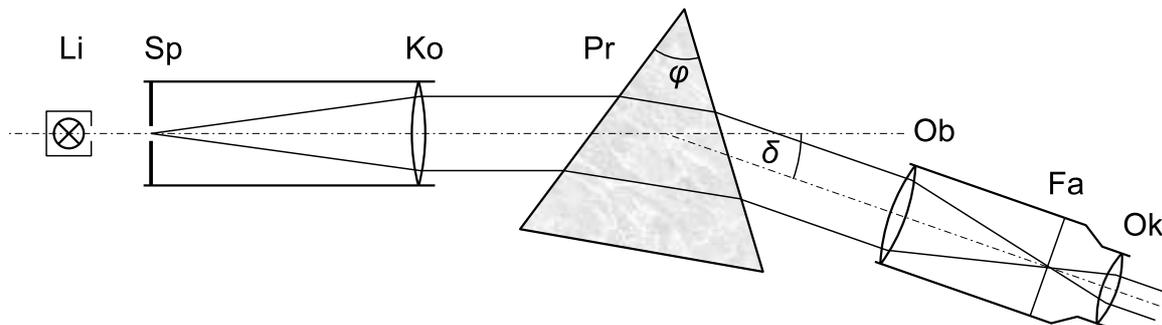
Literatur:

Bergmann-Schaefer, Band III Optik, § 1.10 (8. Aufl.).

4 Wellenlängenbestimmung mit dem Prismenspektrometer

4.1 Allgemeines, Aufbau

Spektrometer dienen zur Messung von Lichtwellenlängen. Der Aufbau des hier verwendeten Prismenspektrometers ist in Abbildung 1 zu erkennen. Die zu untersuchende Lichtquelle Li beleuchtet einen Spalt Sp, der in der Brennebene der Kollimatorlinse Ko steht. Aus dem Kollimator fällt paralleles Licht auf das Prisma Pr und wird von ihm wellenlängenabhängig unterschiedlich stark abgelenkt. Das gebrochene Licht wird durch



Li	–	Lichtquelle	Pr	–	Prisma			
Sp	–	Spalt	Ob	–	Objektiv			
Ko	–	Kollimator	Fa	–	Fadenkreuz	Ok	–	Okular

Abbildung 1: Aufbau des Prismenspektrometers

das Fernrohrobjektiv Ob auf ein Fadenkreuz Fa abgebildet. Mit dem Okular Ok wird das Fadenkreuz und das an gleicher Stelle entstehende Bild des Spaltes betrachtet. Durch Schwenken des Fernrohres kann das Fadenkreuz mit dem Spaltbild zur Deckung gebracht und der Fernrohrwinkel an einer mit dem Fernrohr verbundenen Winkelskala abgelesen werden. Da der Brechungsindex n des Glases wellenlängenabhängig ist, ist der Ablenkwinkel δ ein Maß für die Wellenlänge des beobachteten Lichtes. Enthält das Licht der Quelle Komponenten unterschiedlicher Wellenlängen, so entsteht in der Brennebene des Objektivs das Spektrum der Lichtquelle. In diesem Versuch ist mit Hilfe des Spektrums von Natrium eine Kalibrierkurve für das Spektrometer aufzunehmen und mit seiner Hilfe dann die Wellenlängen mehrerer Linien von Quecksilber zu bestimmen.

4.2 Durchführung

Beachten Sie in diesem Versuch folgende **wichtige Hinweise**:

- **Schalten Sie die Natriumdampflampe (gelbes Licht) zwischendurch nicht aus.**
- **Fassen Sie das Prisma nur an den matten Flächen an.**

Vor Beginn der Messung ist das Spektrometer zunächst möglichst genau zu justieren:

- Stellen Sie das Fadenkreuz durch Drehen am inneren gerändelten Konterring senkrecht. Durch leichtes Herausziehen des Okulars am äußeren Konterring kann das Fadenkreuz scharf gestellt werden.
- Lösen Sie ohne Anwendung von Werkzeug oder Gewalt an den zwei Knebelschrauben das Fernrohr aus dem Aufbau und stellen Sie es auf dem Flur auf „Unendlich“ ein. Visieren Sie hierzu ein sehr weit entferntes Objekt an und stellen Sie das Fernrohr scharf. Setzen Sie das Fernrohr wieder in den Aufbau und verstellen Sie es ab jetzt nicht mehr.

- Schauen Sie durch das Fernrohr ohne Prisma direkt in den Kollimator und drehen Sie an der Rändelschraube des Kollimators (die größere, vorne links) bis ein scharfes Spaltbild erscheint.

Durch dieses Vorgehen ist gewährleistet, dass das Licht zwischen Kollimator und Objektiv parallel ist.

- Stellen Sie den Eintrittsspalt an der entsprechenden Schraube (die kleinere, hinten rechts) so schmal wie möglich und justieren Sie das Fernrohr durch leichtes Verdrehen der Knebelschrauben so ein, dass der Helligkeitssprung im Spaltbild in der Mitte des Fadenkreuzes liegt. Der Spalt kann durch Lösen des hinteren Konterringes am Kollimator senkrecht gestellt werden.

Der Helligkeitssprung wird durch ein Umlenkprisma verursacht, das vor der unteren Hälfte des Spaltes steht. Es ermöglicht eine seitliche Beleuchtung des Spaltes.

Für Messungen können Prismen bzw. Gitter in die Halterung auf dem Tisch des oberen Drehtellers eingesetzt und mit der Plastikschraube festgestellt werden. Die Höhe des Tisches kann nach Lösen der Schraube mit dem langen Schaft eingestellt werden. Die Lage des Tisches kann mit Hilfe der drei Knebelschrauben unterhalb des Tisches korrigiert werden. Die Stellung ist richtig, wenn der Helligkeitssprung bei der Beobachtung des von der Prismenoberfläche reflektieren Lichtes in beiden Stellungen in der Mitte des Fadenkreuzes erscheint (s.u.). Der Tisch lässt sich nach Lösen der kleineren sich links unten am Fuß des Spektrometers befindenden Schraube verdrehen. Nach Feststellen dieser Schraube kann er durch Drehen der größeren der beiden Schrauben feinjustiert werden. In gleicher Weise kann das Fernrohr bewegt werden. Die entsprechenden Schrauben befinden sich unterhalb der Fernrohrbefestigung. Die zu Fernrohr und Teller gehörenden Winkel sind an der zwischen den beiden Drehtellern fest angebrachten Winkelskala und den jeweils zwei Nonii abzulesen. Hierzu benutze man die beigegefügte Lupe.

Der Abstand zweier Teilstriche auf der Winkelskala beträgt 20 Bogenminuten. Die Nonii sind in 40 Teilstriche unterteilt, so dass ein Skalenteil 0,5 Bogenminuten entspricht. Diese Noniusskalenteile überdecken 39 Winkelskalenteile, wodurch die Winkel auf 0,5 Bogenminuten genau abgelesen werden können. Stehen Winkelskala und Nonius wie in Abbildung 2 so beträgt der korrekt abgelesene Winkel $240^\circ 6,5'$.

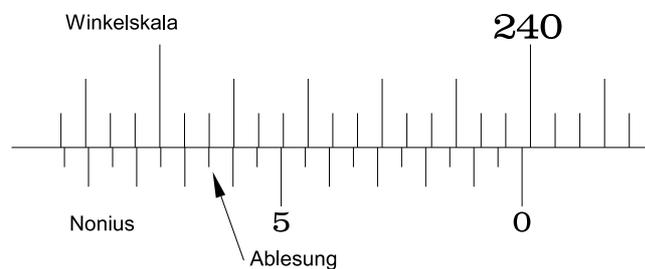


Abbildung 2: Beispiel für eine Noniusablesung

4.2.1 Bestimmung des brechenden Winkels

Als erstes ist der *brechende Winkel* φ des Prismas zu bestimmen.

Aufgaben:

1. Setzen Sie dazu das Prisma mit der Basis gegen den Haltebügel gerichtet auf den Tisch und ziehen Sie die Halteschraube mit der Hand leicht an. Drehen Sie nach Lösen der Arretierung den Drehteller so, dass das Prisma mit der Spitze zum Kollimator zeigt. Arretieren Sie den Drehteller wieder.
2. Messen Sie die Winkel unter denen das von den Prismenseitenflächen reflektierte Licht erscheint. Der Differenzwinkel ist das Doppelte des brechenden Winkels (Abb 3). Ermitteln Sie den Fehler $\Delta\varphi$ indem Sie die Arretierung ein wenig verändern und die Messung wiederholen. Beurteilen Sie, ob der bestimmte Fehler realistisch ist.

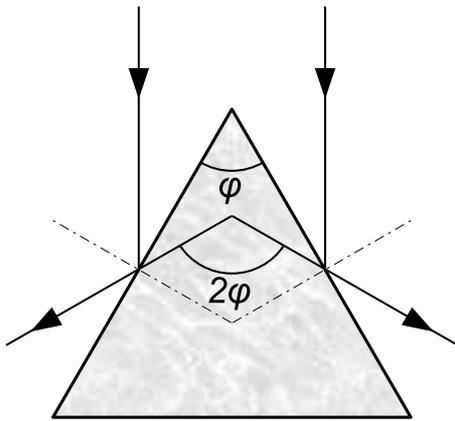


Abbildung 3: Messung des brechenden Winkels φ

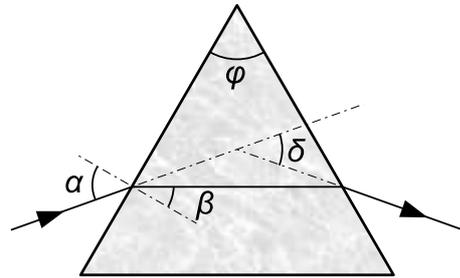


Abbildung 4: Symmetrischer Strahlengang

4.2.2 Aufnahme der Kalibrierkurve

Abbildung 5 zeigt einen Teil des Natriumspektrums. Bestimmen Sie folgendermaßen die Kalibrierkurve des Spektrometers.

Aufgaben:

1. Stellen Sie den Drehteller wie in Abbildung 4 gezeigt ein. Suchen Sie das Spektrum zunächst mit dem Auge. Visieren Sie dann die auszumessenden Linien mit dem Fernrohr an und drehen Sie das Prisma bis symmetrischer Strahlengang vorliegt (der Ablenkwinkel δ ist dann minimal). Bringen Sie Fadenzug und Linie zur Deckung und lesen Sie den Fernrohrwinkel an der Winkelskala und am Nonius ab.
2. Messen Sie die Fernrohrwinkel für möglichst viele Linien.
3. Ermitteln Sie durch eine Wiederholungsmessung an einer Linie den Fehler der Fernrohrwinkel.

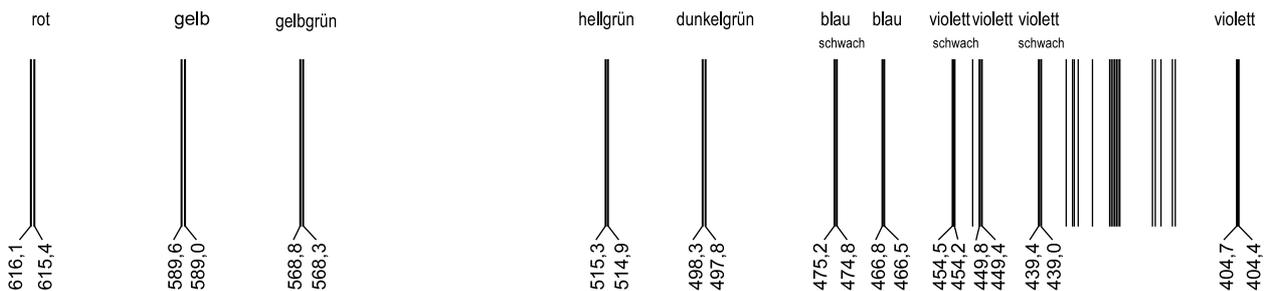


Abbildung 5: Spektrum des Natriums (Wellenlängen in nm)

4. Drehen Sie das Prisma um, sodaß das Licht zur anderen Seite hin abgelenkt wird. Messen Sie die entsprechenden Fernrohrwinkel für den symmetrischen Strahlengang. Die Hälfte des Differenzwinkels beider Fernrohrwinkel ist der Ablenkwinkel δ . Tragen Sie δ auf Millimeterpapier über der Wellenlänge λ auf und legen Sie per Hand eine „glatte“ Kurve durch ihre Werte. Konstruieren Sie aus dem Fehler für den Fernrohrwinkel einen „Fehlerschlauch“.

4.2.3 Bestimmung der Wellenlängen beim Quecksilber

Mit Hilfe der Kalibrierkurve sind nun die Wellenlängen dreier Linien des Quecksilbers zu bestimmen.
Aufgaben:

1. Schalten Sie die Quecksilberdampfampe an und stellen Sie sie hinter den Eintrittsspalt. Rücken Sie die Natriumdampfampe nur zur Seite.
2. Messen Sie wie oben beschrieben die Fernrohrwinkel der beiden gelben und der grünen Quecksilberlinie und bestimmen Sie daraus die Ablenkwinkel δ . Tragen Sie die Ablenkwinkel in die Kalibrierkurve ein und bestimmen Sie die Wellenlängen λ der Linien und ihre Fehler $\Delta\lambda$.

4.2.4 Bestimmung des Brechungsindex

Aus brechendem Winkel φ und Ablenkwinkel δ lässt sich der Brechungsindex n des Glases bestimmen. Nach dem Brechungsgesetz gilt in Abbildung 4

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Wegen des symmetrischen Strahlenganges gilt

$$\beta = \varphi/2, \quad \text{und} \quad \alpha = \delta/2 + \varphi/2.$$

Hieraus folgt

$$n = \frac{\sin(\delta/2 + \varphi/2)}{\sin \varphi/2}.$$

Aufgabe:

1. Berechnen Sie den Brechungsindex n aus den gemessenen Größen δ und φ für mindestens drei Wellenlängen des Natriumspektrums. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit Literaturwerten.

Literatur:

Bergmann-Schaefer, Band III Optik, §§ 2.10 und 3.9 (8. Aufl.),
Westphal, Kleines Physikalisches Praktikum (Fehlerrechnung).

5 Laser

5.1 Theorie

5.1.1 Laser-Prinzip

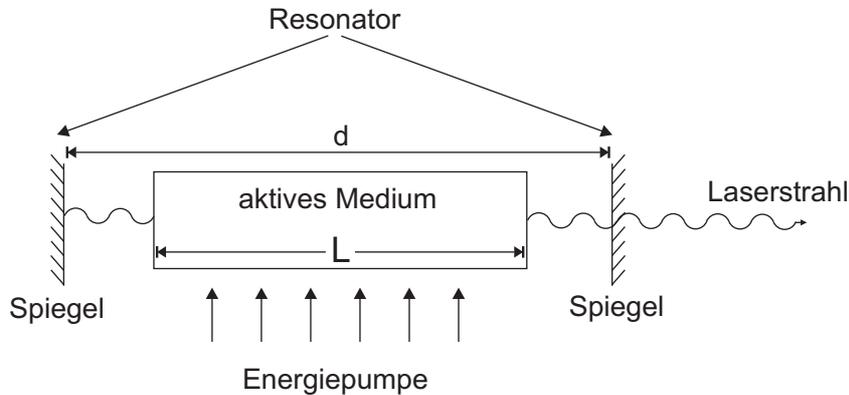


Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau eines Lasers. [1]

In diesem Versuch werden Sie einen Helium-Neon-Laser in Betrieb nehmen und die Wellenlänge und die Stabilität des Resonators bestimmen.

Der Begriff LASER steht für **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation. Der grundlegende physikalische Effekt, auf dem der Laser basiert, ist die *stimulierte Emission*. Stimulierte Emission ist eine Wechselwirkung eines angeregten Atoms mit einem einfallenden Photon. Wenn das einfallende Photon eine Energie hat, die einem atomaren Übergang entspricht, dann emittiert das Atom ein weiteres Photon mit der selben Energie. Es wird in die gleiche Richtung wie das einfallende Photon emittiert. Deshalb wird durch diesen Vorgang Licht verstärkt. Da auch die Wellenlänge und Phase beider Photonen übereinstimmen, ist Laserlicht *kohärent*.

Um Lichtverstärkung durch stimulierte Emission zu erreichen, braucht man ein sogenanntes aktives Medium der durch einen optischen Übergang eines angeregten Zustandes in einen niedrigeren Zustand Photonen erzeugt. In diesem Medium muss man durch Energiezufuhr (Energiepumpen, diese kann eine Blitzlampe, Gasentladung oder ein anderer Laser sein) eine Besetzungsinversion erzeugen. Die Besetzungsinversion ist eine Abweichung vom thermischen Gleichgewicht, in der die Besetzungsdichte N_2 eines Niveaus E_2 größer ist als die des energetisch tiefer liegenden Niveaus E_1 mit der Besetzungsdichte N_1 . Eine Besetzungsinversion kann in einem System mit mindestens drei beteiligten Energieniveaus langfristig erreicht werden (kurzzeitig kann man auch Zwei-Niveau-System Inversion erhalten, wenn die Pumpzeit kurz gegen alle Relaxationszeiten des Systems ist). Der hier verwendete He-Ne-Laser benutzt Neon als aktives Medium, welches ein Vier-Niveau-System darstellt (mehr dazu im Anhang).

Das aktive Medium befindet sich zwischen zwei Spiegeln, dem sogenannten Resonator. Im Resonator wird Licht in wenigen Moden (stehende Wellen) mit hoher Photonendichte gespeichert. Dadurch gelangt spontan emittiertes Fluoreszenz-Licht wieder in das aktive Medium zurück. Das Zusammenwirken aus Besetzungsinversion und der Modenselektion im Resonator hat zur Folge, dass stimulierte Emission dann wahrscheinlicher als Absorption ist. Das Verhältnis aus den Wahrscheinlichkeiten für stimulierte und spontane Emission beträgt

$$\frac{W_{ik}^{stim}}{W_{ik}^{spont}} = n, \quad (1)$$

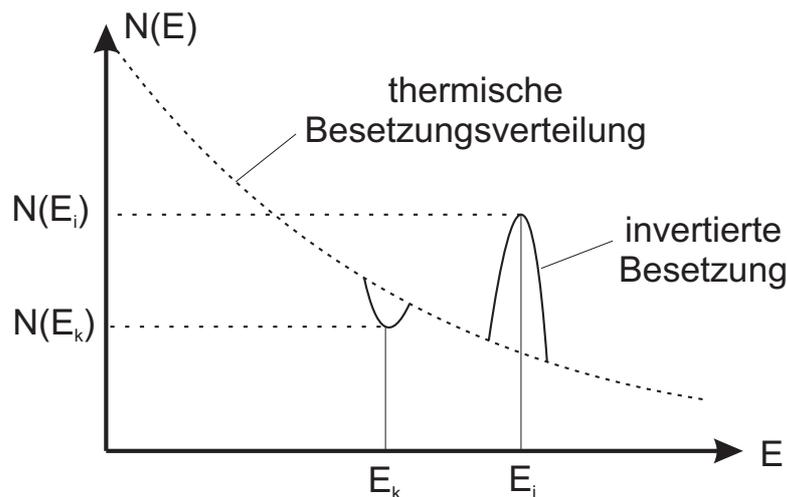


Abbildung 2: (Selektive) Besetzungsinversion. [1]

und n ist gerade die Anzahl der Photonen pro Mode. Somit wird das Fluoreszenz-Licht verstärkt. Die so emittierten zusätzlichen Photonen bewirken wiederum stimulierte Emission. Es entsteht eine Photonenlawine. Sind die Verluste kleiner als die Verstärkung, kommt es zur *Laserszillation*. Die Laseroszillation führt zum Abbau der durch das Pumpen aufgebauten Besetzungsinversion. Ist die Abbaurrate gerade so groß wie die Pumprate, findet keine Verstärkung mehr statt. Ein Laser erreicht daher eine konstante Leistung. Der Verstärkungsfaktor eines Lasers ist wie auch der Dämpfungsfaktor wellenlängenabhängig und kann durch geeignete Materialien der Spiegel gesteuert werden. Das Laserlicht enthält daher nur eine scharf definierte Wellenlänge, auch wenn es im Laser-Medium mehrere Übergänge gibt, auf denen Laserlicht emittiert werden kann.

In einem Laser bewirken Absorption, Streuung und Beugung eine Abschwächung der Lichtleistung. Absorption tritt an Spiegeln und Glasflächen auf. Inhomogenitäten im Laser-Medium und an den Glasflächen bewirken Streuung. Das vom Spiegel 1 mit Radius a reflektierte Licht hat eine Beugungsstruktur, die der einer Ringblende mit demselben Radius entspricht. Hohe Beugungsordnungen werden am Spiegel 2 vorbeireflektiert. Die Beugungsverluste werden sehr hoch, wenn die Breite der nullten Beugungsordnung den Durchmesser des zweiten Spiegels übersteigt.

5.1.2 Fraunhofer-Beugung

Fällt Licht auf eine Öffnung, so kommt es im Allgemeinen zu Beugungs- und Interferenzerscheinungen. Ist das einfallende Licht parallel (ebene Wellenfronten), so spricht man von *Fraunhoferbeugung*. Dies ist immer der Fall, wenn die Lichtquelle im Unendlichen liegt oder durch eine Linse dorthin „verschoben“ wird. Bei Einfall von nichtparallelem Licht spricht man von *Fresnelbeugung*.

Die Theorie der Fraunhoferbeugung am Einfachspalt liefert bei Einfall von monochromatischem, kohärentem Licht für die Intensitätsverteilung I hinter dem Spalt die Beziehung

$$I = I_0 \cdot \left| \frac{\sin u}{u} \right|^2, \quad (2)$$

mit

$$u = \frac{\pi d}{\lambda} \cdot \sin(\alpha). \quad (3)$$

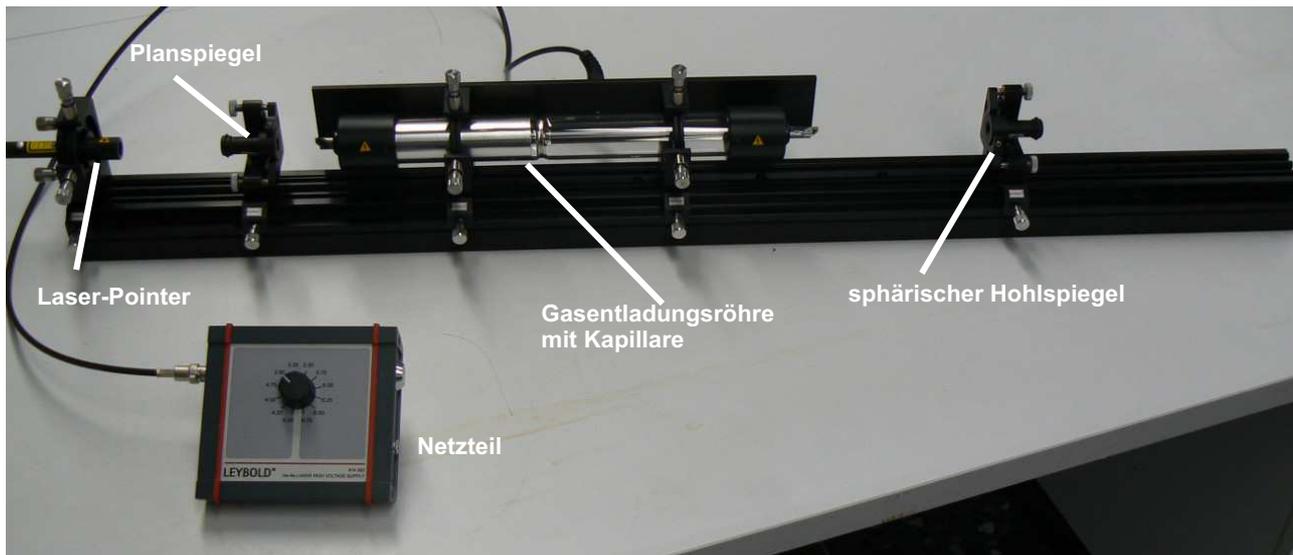


Abbildung 3: Aufgebauter He-Ne-Laser. Von links nach rechts: Laser-Pointer, Planspiegel, Gasentladungsröhre, Hohlspiegel zum Auskoppeln. Vorne: Netzteil.

Hierbei sind I_0 die Intensität des nullten Maximums, d die Spaltbreite, α der Winkel zur optischen Achse und λ die Wellenlänge des Lichtes. Die Intensitätsminima befinden sich bei $u_{\min} = n \cdot \pi$ bzw. bei

$$\sin \alpha = n \cdot \lambda / d \quad \text{mit } n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4)$$

Für die Beugung an N äquidistanten Spalten gilt

$$I = I_0 \cdot \left| \frac{\sin u}{u} \right|^2 \cdot \left| \frac{\sin(N \cdot v)}{\sin v} \right|^2, \quad (5)$$

mit

$$u = \frac{\pi d}{\lambda} \cdot \sin(\alpha) \quad \text{und} \quad v = \frac{\pi b}{\lambda} \cdot \sin(\alpha), \quad (6)$$

wobei b der Spaltabstand, gemessen von Spaltmitte zu Spaltmitte ist.

In diesem Versuch soll Laserlicht, welches in guter Näherung parallel ist, am Einfach- und Doppelspalt gebeugt werden. Aus dem Beugungsbild kann die Wellenlänge bestimmt werden.

5.2 Aufbau

Der Versuch besteht aus einer optischen Bank, einem Laser-Pointer, zwei Spiegeln, einer Lochblende und einer Gasentladungsröhre. In der Gasentladungsröhre ist eine dünne Glaskapillare, die das Helium-Neon-Gemisch enthält. Die Enden der Kapillare und auch die Spiegel dürfen nicht mit den Händen angefasst werden. Der Schweiß der Haut kann das Material beschädigen. Der Laser-Pointer erzeugt einen Referenzstrahl, den Sie mit Justierschrauben auf die optische Achse ausrichten können. Dann kann man die restlichen Komponenten nach dem Referenzstrahl einstellen. Der Aufbau ist in Abb. (3) zu sehen. Wenn Sie den Laser-Pointer ausgerichtet haben, fassen Sie ihn nach Möglichkeit nicht mehr an, da seine Ausrichtung sich leicht wieder verstellt.

Mit der Lochblende (Abb. 4) können Sie den Strahlenverlauf untersuchen. Die Gasentladung wird an einem externen Hochspannungs-Netzteil eingeschaltet und kann bei verschiedenen Entladeströmen betrieben werden. Alle Messungen in diesem Versuch werden bei einem Entladestrom von $I = 5 \text{ mA}$ durchgeführt.

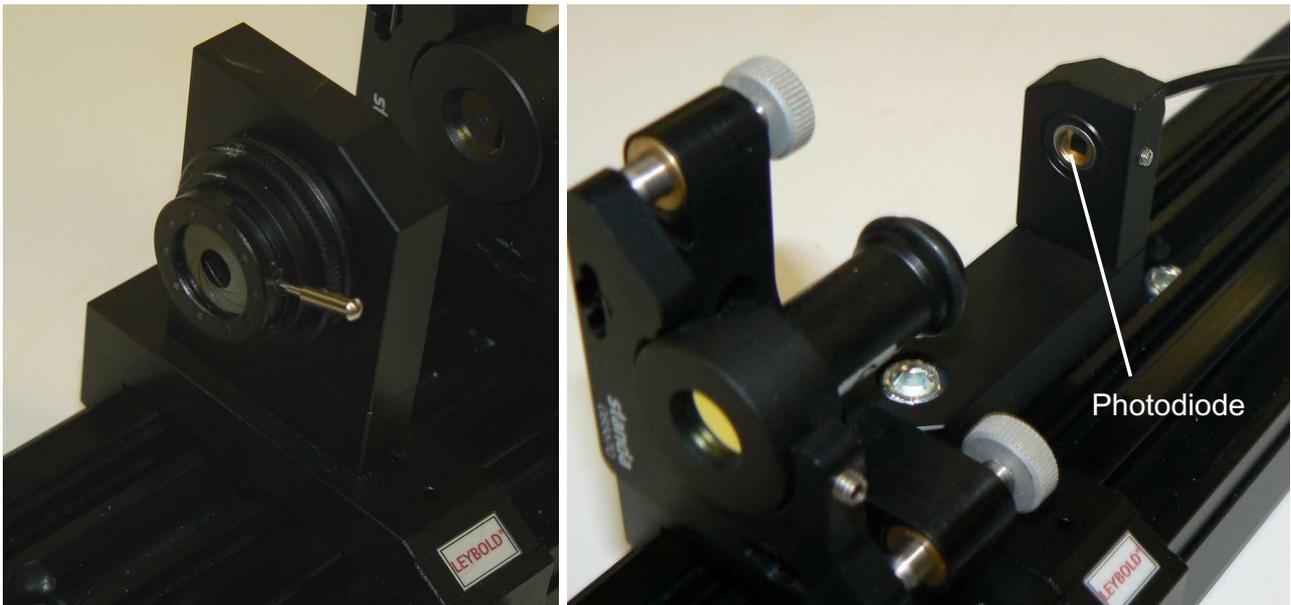


Abbildung 4: Links: Lochblende mit einstellbarem Durchmesser. Rechts: Zum Laser gehörende Photodiode, hier direkt hinter dem Hohlspiegel montiert.

Außerdem gehört zum Versuch eine Photodiode, die auf der optischen Bank des Lasers montiert werden kann (siehe Abb. 4). Mit dem Multimeter können Sie die Photospannung messen. Eine weitere optische Bank beherbergt den Objektträger mit den Einzel- und Doppelspalten sowie eine separate Photodiode zur Vermessung der Beugungs- und Interferenzbilder.

In diesem Versuch kommt ein hemisphärischer Resonator zum Einsatz, der aus einem planen Spiegel und einem sphärischen Hohlspiegel besteht (siehe Abb. 5). Der Hohlspiegel ist teilweise transparent und dient zum Auskoppeln des Laserstrahles. Die Verwendung von einem oder zwei sphärischen Hohlspiegeln im Resonator hat gegenüber der Verwendung zweier Planspiegel einen Vorteil. Bei einer leichten Dejustierung eines Planspiegels läuft der Lichtstrahl schnell aus dem Resonator hinaus. Ein sphärischer Spiegel reagiert weniger empfindlich auf Abweichungen von der optimalen Justierung.

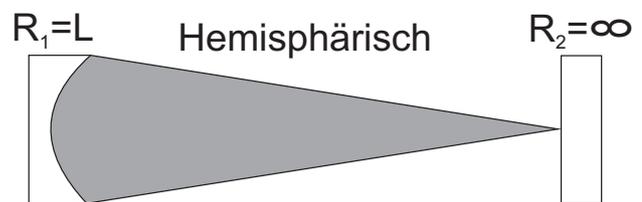


Abbildung 5: Ein hemisphärischer Resonator. [2]

**Schauen Sie nie direkt in den Laserstrahl!
Erblindungsgefahr!**

Die vom Laser emittierte Energiedichte reicht aus, die Netzhaut in dem Punkt, in dem das Licht auftrifft, irreversibel zu schädigen.

Beachten Sie auch, dass die Enden der Glaskapillare als Brewsterfenster ausgeführt sind. Dadurch wird das Laserlicht, das im Brewster-Winkel auf die Glasflächen trifft, teilweise in den Raum hineingebrochen. Schauen Sie auch da nicht hinein.

5.3 Messungen

5.3.1 Aufbau des Resonators

In diesem Versuchsteil sollen Sie aus einem Planspiegel und einem Hohlspiegel mit Krümmungsradius $R = 750\text{mm}$ einen Resonator bauen. Zur Verfügung stehen Ihnen dafür die beiden Spiegel, eine Lochblende und ein Laser-Pointer. Mit Hilfe des Laser-Pointers können Sie die Ausrichtung der Spiegel und Kapillare prüfen. Die Ausrichtung der Spiegel kann mit je zwei Schrauben eingestellt werden. Der He-Ne-Laser oszilliert, wenn der Resonator korrekt eingestellt wurde und das zwischen den Spiegeln reflektierte Licht die Kapillare ungehindert durchlaufen kann. Der Abstand der Kapillare zum Planspiegel sollte kleiner sein als der zum Hohlspiegel. Überlegen Sie sich eine Methode, mit der Sie die richtige Einstellung der Spiegel und der Kapillare erreichen. Besprechen Sie die Methode mit einem Assistenten. Bauen Sie dann den Laser auf und schalten Sie die Gasentladung ein. Es ist wichtig, daß Sie die Justierung akkurat durchführen, sonst müssen Sie alles wieder abbauen und von vorne anfangen. Sollte der Laserstrahl nicht sofort erscheinen, wackeln Sie ein bisschen an den Justierschrauben des Hohlspiegels.

Wie groß darf der Spiegelabstand maximal sein, wenn der Krümmungsradius des Hohlspiegels $R = 750\text{mm}$ beträgt?

5.3.2 Bestimmung der Wellenlänge

Nehmen Sie ein Intensitätsprofil von einem Einzel- und einem Doppelspalt auf. Verwenden Sie den Einzelspalt mit $0,2\text{mm}$ Spaltbreite und den Doppelspalt mit $0,1\text{mm}$ Spaltbreite und $0,3\text{mm}$ Spaltabstand. Beim Einzelspalt berücksichtigen Sie die Minima der ersten drei Beugungsordnungen. Beim Doppelspalt nehmen Sie die Interferenzstreifen innerhalb der nullten Beugungsordnung auf. Achten Sie darauf, an den Extrempunkten des Profils genügend Messwerte aufzunehmen, damit Sie die Lage der Maxima und Minima genau bestimmen können. Dazwischen können Sie größere Messintervalle wählen. Sie können Zeit sparen, in dem Sie die Symmetrie der Intensitätsprofile ausnutzen.

Stellen Sie die Profile graphisch auf Millimeterpapier dar. Berechnen Sie aus jedem Profil drei Werte für die Wellenlänge und den Mittelwert daraus (mit Fehlerrechnung). Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Literaturwert für die Hauptlinie des He-Ne Lasers.

5.3.3 Stabilität des Resonators

Ein Resonator ist stabil, wenn ein Strahl unendlich oft im Resonator umlaufen kann (perfekte Spiegel). Die Stabilität des Resonators wird anhand der Resonatorparameter g_1 und g_2 berechnet,

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} \quad \text{und} \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} \quad (7)$$

wo R_1 und R_2 die Krümmungsradien der Spiegel sind. Der Resonator ist stabil wenn

$$0 < g_1 \cdot g_2 \leq 1 \quad (8)$$

wenn $g_1 \cdot g_2 = 1$ oder $= 0$ ist, dann ist der Resonator Grenzstabil. Die Stabilität beeinflusst die Kohärenz und die Intensität des Laserstrahls positiv.

Mit der Photodiode, die auf der Laser-Bank montiert wird, und dem Multimeter, können Sie die vom Laser emittierte Leistung als Photospannung messen. Messen Sie für verschiedene Spiegelabstände von 450 mm an aufwärts die Photospannung. Verschieben Sie dazu nur den Hohlspiegel. Nehmen Sie Messwerte für $L = 450$ mm, 550 mm, 650 mm und 9 Messwerte im Intervall 650 mm, 750 mm auf. Maximieren Sie jeweils die Laserleistung durch Justieren des Hohlspiegels. Achten Sie darauf, auch jeweils das Fluoreszenz-Licht der Gasentladung zu messen, wenn der Laser nicht oszilliert. Dazu können Sie ein Blatt Papier in den Resonator halten. Erstellen Sie ein Diagramm, in dem Sie die gemessene Photospannung abzüglich der Fluoreszenz als Funktion des Spiegelabstands auftragen und erklären Sie das Ergebnis.

Literatur:

1. Wolfgang Demtröder: *Experimentalphysik 3. Atome, Moleküle und Festkörper*. Springer Verlag, 3. Auflage. Berlin Heidelberg 2005.
2. Jürgen Eichler, Hans J. Eichler: *Laser. Bauformen, Strahlführung, Anwendungen*. Springer Verlag, 6. Auflage. Berlin Heidelberg 2006.
- zu Fraunhofer-Beugung:
3. Bergmann-Schaefer, Band III Optik, §§ 3.8 und 3.10 (8. Aufl.)

5.3.4 Anhang: Termschema und Übergänge beim He-Ne-Laser

In der Gasentladung werden Helium-Atome auf zwei *metastabile* Niveaus angeregt. Metastabile Niveaus können nicht durch Lichtemission in Zustände niedrigerer Energie übergehen (quantenmechanisch verboten). Sie haben daher eine lange mittlere Lebensdauer. Deshalb können die angeregten Helium-Atome ihre Energie durch Stöße auf Neon-Atome übertragen. Diese zwei Prozesse erzeugen die Besetzungsinversion im Neon-System, da die Niveaus 3s und 2s selektiv bevölkert werden.

Den mit Abstand größten Verstärkungsfaktor von 10 weist die Hauptlinie mit $\lambda = 632,8\text{nm}$ auf. Nach Laserübergängen fallen die Neon-Atome auf das metastabile Niveau 2p zurück. Durch Kollision mit der Wand der Kapillare verlieren sie ihre restliche Anregungsenergie und gelangen in den Grundzustand zurück.

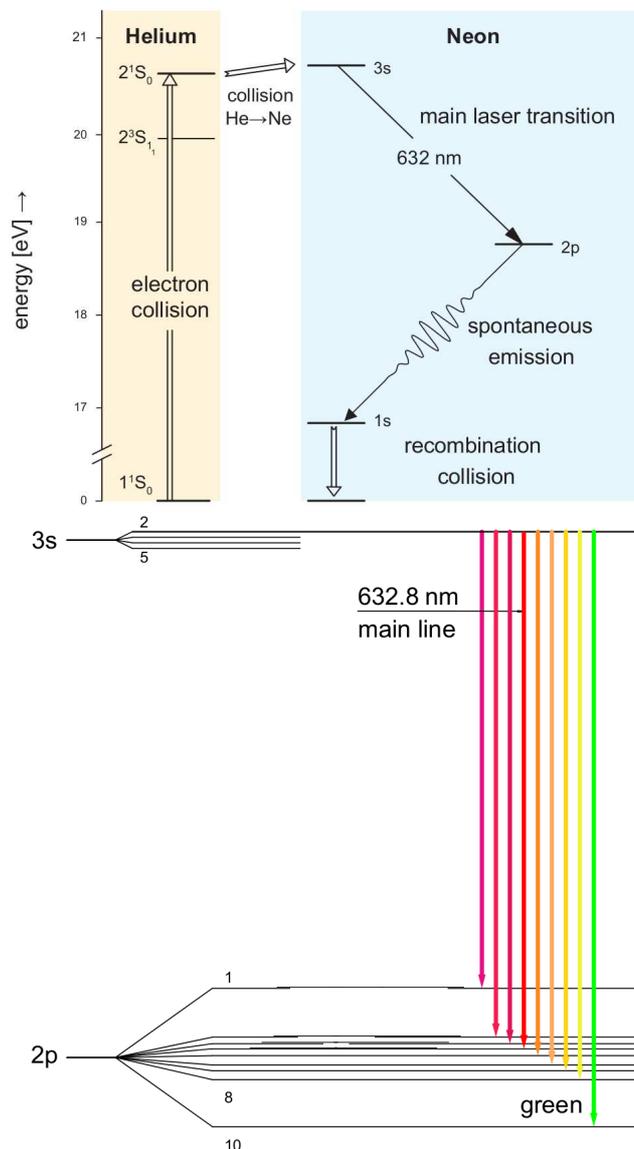


Abbildung 6: Oben: Schema der Energiezufuhr in das Helium-Neon-System mit der Laser-Hauptlinie von 632,8 nm. Unten: Die wichtigsten Laserübergänge im Neon. Neon hat mehr als 200 Laserübergänge.

6 Michelson-Interferometer und Newtonsche Ringe

6.1 Michelson-Interferometer

Interferometer dienen zur Messung von Längen oder Längendifferenzen in Einheiten der verwendeten Lichtwellenlänge. Das Prinzip der Messung besteht in einer Zerlegung des zur Messung benutzten, monochromatischen Lichtes in zwei kohärente, verschiedene Wege durchlaufende Strahlenbündel und ihrer anschließenden

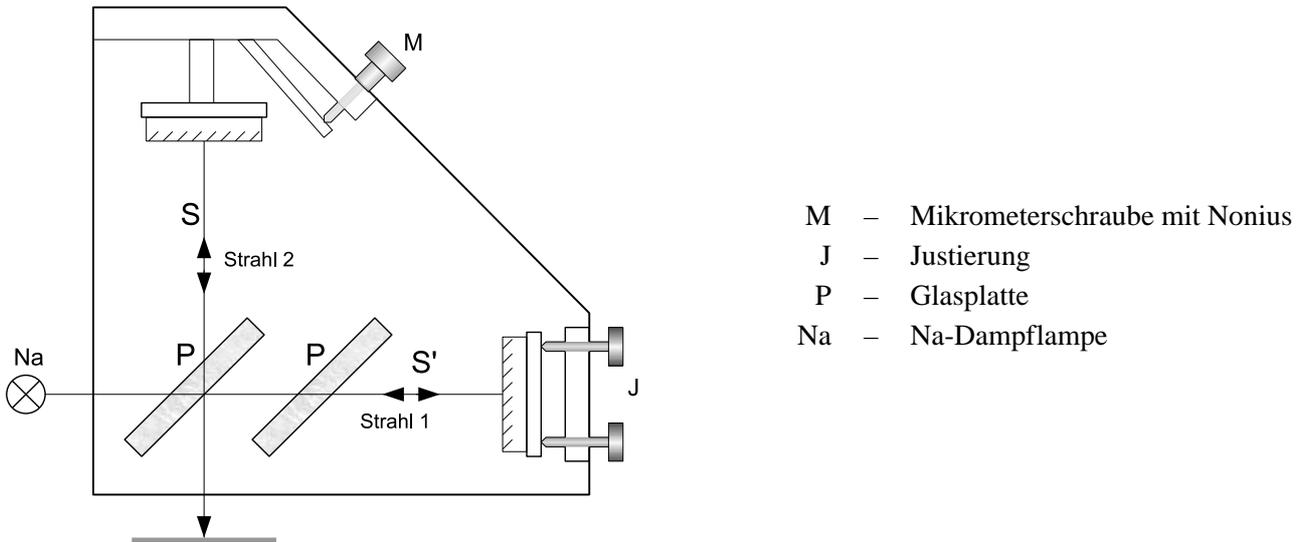


Abbildung 1: Aufbau des Michelson-Interferometers

Wiedervereinigung. Die hierbei auftretenden Interferenzen lassen Rückschlüsse auf den Unterschied der optischen Weglängen beider Bündel und damit auf die von einem Strahl durchlaufene Messstrecke zu.

Sie lassen sich aber umgekehrt bei bekannter Länge einer Messstrecke auch dazu verwenden, kleine Wellenlängendifferenzen zu messen. Die Genauigkeit dieser Messungen beträgt Bruchteile von Wellenlängen, so dass Interferometer zu den genauesten Präzisionsinstrumenten gehören. Das hier verwendete Interferometer entspricht in seinem Aufbau dem von *Michelson*.

Im ersten Teil des Versuches soll mit Hilfe dieses Interferometeraufbaues der Wellenlängenunterschied der beiden Komponenten $\Delta\lambda$ der Na-D-Linie gemessen werden.

6.1.1 Versuchsaufbau

Das Licht der Natriumdampfampe (Lampen dieses Typs dürfen nur im kalten Zustand angeschaltet werden!) durchläuft die erste Glasplatte und wird an deren Rückseite durch eine halbdurchlässige Silberschicht in zwei Strahlen aufgestaltet (Abb. 1). Beide Strahlen werden an einem Planspiegel zurückgeworfen und treffen wieder auf die Silberschicht. Die Überlagerung des durch sie hindurchtretenden Anteils von Strahl 2 und des reflektierten Anteils von Strahl 1 ist durch das vorne am Gerät liegende Austrittsfenster zu beobachten.

Strahl 1 wird an einem ortsfesten aber justierbaren Planspiegel reflektiert. Über die Justierung kann das durch Interferenz entstehende Ringsystem zentriert werden. Strahl 2 wird an einem über eine Mikrometerschraube verschiebbaren Planspiegel reflektiert. Der optische Weg S von Strahl 2 (doppelte Entfernung Silberschicht–Spiegel) kann somit verändert werden, wohingegen der optische Weg S' von Strahl 1 konstant bleibt.

Strahl 2 durchläuft auf den Weg von der Silberschicht zum Spiegel und zum Beobachter zweimal die Glasplatte (das $2\sqrt{2}$ -fache ihrer Dicke). Damit beide Strahlenbündel bei gleichen geometrischen Weglängen die gleichen

optischen Weglängen durchquert haben, ist in Strahl 1 eine identische, unverspiegelte Glasplatte eingebracht. In anderen Ausführungen wird die Silberschicht auf die Hypothenusenfläche eines rechtwinkligen Glasprismas aufgedampft und dann mit einem zweiten, unversilberten Prisma verkittet. Die sich nun auf der Diagonalfäche des entstandenen Glaswürfels befindende Silberschicht ist sehr gut gegen Umwelteinflüsse geschützt.

6.1.2 Durchführung

Vor Beginn des eigentlichen Versuches ist das Interferometer zu justieren:

- Lassen Sie durch einen Betreuer die Na-Dampflampe in Betrieb nehmen und stellen Sie sie vor das vordere linke Fenster des Interferometers. **Die Na-Dampflampe darf nur einmal ein- und wieder ausgeschaltet werden und das ausschließlich von einem Betreuer!**
- Schauen Sie in das vordere Austrittsfenster des Interferometers. Falls Sie einen Ausschnitt des Ringsystems sehen, verschieben Sie dessen Mitte durch vorsichtiges Drehen an den sich rechts seitlich befindenden Feinjustierschrauben in das Zentrum des Gesichtsfeldes. Die Spiegelnormalen fallen dann mit den optischen Achsen zusammen. Verständigen Sie einen Betreuer, falls Sie keine Ringabschnitte erkennen können.

Das hier verwendete Licht ist nicht streng monochromatisch, da die Na-D-Linie ($\lambda_{\text{Na-D}} \approx 5896 \text{ \AA}$) ein Duplett ist, d.h. aus zwei eng benachbarten Komponenten besteht. Das Verhältnis ihrer Intensitäten beträgt, je nach Natur der Lichtquelle, $1/2$ bzw. $1/\sqrt{2}$. Es müssten daher zwei gegeneinander verschobene Interferenzsysteme zu sehen sein. Die Ringsysteme sind mit dem Auge nur sehr schwer voneinander zu trennen. Fallen aber die hellen Ringe des einen auf die dunklen Ringe des anderen Systems, so kommt es zu einer deutlichen Verminderung des Kontrastes. Der größte Kontrast wird beobachtet, wenn helle auf helle und dunkle auf dunkle Ringe fallen. Diesen Effekt nutzen wir zur Bestimmung des Wellenlängenunterschiedes $\Delta\lambda$ beider Komponenten. Haben beide Ringsysteme bei den Weglängen S und S' eine Maximum, so bildet sich auch ein Maximum des Kontrastes aus. Dies wird durch das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} S - S' &= n \cdot \lambda \\ S - S' &= m \cdot (\lambda + \Delta\lambda) \end{aligned}$$

ausgedrückt. Hierbei sind n und m natürliche Zahlen. Wird das Ringsystem der Wellenlänge λ durch Verschieben des beweglichen Spiegels um die Strecke ΔS um a Maxima verrückt und wird dabei das nächste Kontrastmaximum erreicht, so wurde das Ringsystem der Wellenlänge $\lambda + \Delta\lambda$ um $a - 1$ Maxima verschoben (O.b.d.A. $\Delta\lambda > 0$). Es gilt somit:

$$\begin{aligned} S + 2\Delta S - S' &= (n + a) \cdot \lambda \\ S + 2\Delta S - S' &= (m + a - 1) \cdot (\lambda + \Delta\lambda) \end{aligned}$$

Subtraktion der beiden Gleichungssysteme ergibt:

$$\begin{aligned} 2\Delta S &= a \cdot \lambda \\ 2\Delta S &= (a - 1) \cdot (\lambda + \Delta\lambda) \end{aligned}$$

Elimination von $2\Delta S$ führt auf $\lambda = (a - 1)\Delta\lambda$ bzw. $(a - 1) = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$. Setzt man dies in die zweite Gleichung des letzten Gleichungssystems ein erhält man:

$$2\Delta S = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \cdot (\lambda + \Delta\lambda) = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} + \lambda$$

Da hier $\Delta\lambda \ll \lambda$ folgt $\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \gg 1$ und weiter $\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \gg \lambda$. Man kann also λ in der letzten Gleichung vernachlässigen und erhält somit:

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{2\Delta S} \quad (1)$$

Für ein Kontrastminimum gilt eine ähnliche Überlegung.

Aufgaben:

1. Verschieben Sie den hinteren Spiegel durch Drehen der Mikrometerschraube und notieren Sie die Positionen von ca. 10 aufeinanderfolgende Kontrastminima in Skalenteilen (Noniusteilstrichen). Um den toten Gang der Schraube auszuschalten, drehe man die Schraube bei Beobachtung der Kontraständerungen nur in eine Richtung.
2. Schätzen Sie durch Reproduzierbarkeitstests den Fehler $\Delta(\Delta S)$ der Messwerte.
3. Rechnen Sie mit dem Faktor

$$1 \text{ Schraubenumdrehung} = 50 \text{ Noniusskalenteile} = 0,1 \text{ mm Spiegelverschiebung}$$

die Messwerte in mm um und bestimmen Sie mit Gleichung (1) den Wellenlängenunterschied $\Delta\lambda$. Führen Sie eine Fehlerrechnung durch.

6.2 Newtonsche Ringe

6.2.1 Grundlagen

Die *Newtonschen Ringe* bezeichnen eine Interferenzerscheinung an einer dünnen Luftschicht, die von einer Glasplatte und der konvexen Oberfläche einer Linse begrenzt wird (Abb. 2). Sie entstehen ebenso wie die Far-

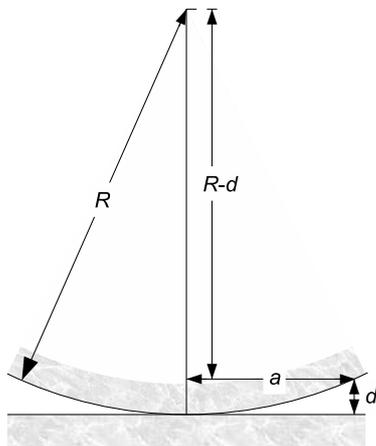


Abbildung 2: Newtonsche Ringe

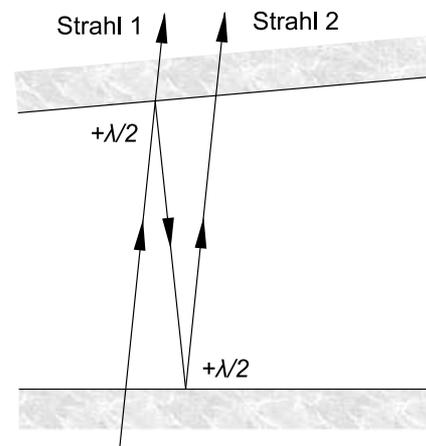


Abbildung 3: Strahlengang des durchf. Lichtes

ben dünner Plättchen durch Interferenz des an der Ober- und Unterseite der Schicht reflektierten Lichtes.

In monochromatischem Licht erkennt man sowohl im durchfallenden als auch im reflektierten Licht konzentrische helle und dunkle Ringe. Berühren sich Glasplatte und Linse, so erscheint im durchfallenden Licht das Zentrum hell (alles Licht wird durchgelassen, keine Interferenz!), im reflektierten jedoch dunkel. Orte, an denen im durchscheinenden Licht helle Ringe zu sehen sind, zeigen im reflektierten Licht dunkle Ringe und umgekehrt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei Reflektion am Glas (Übergang optisch dünn nach optisch dick)

ein Phasensprung von $\lambda/2$ auftritt (Abb. 3; zur Verdeutlichung sind die Strahlen schräg eingezeichnet). Beobachtet man die Newtonschen Ringe bei weißem Licht, so erfolgt die Auslöschung jeweils nur für eine Farbe (Wellenlänge), so dass die Mischfarbe des restlichen Lichtes entsteht. Die Erscheinung verschwindet durch Überlappung der verschiedenen Ordnungen schon bei einem Gangunterschied von nur wenigen Wellenlängen. Mit Hilfe der Newtonschen Ringe wird in diesem Versuch der Krümmungsradius einer Linse bestimmt.

6.2.2 Aufbau und Durchführung

Bei durchfallendem Licht, in dem hier die Messung durchgeführt wird, hängt der Gangunterschied G von Strahl 1 und Strahl 2 (Abb. 3) mit der Dicke der Luftschicht folgendermaßen zusammen:

$$G = 2d + \lambda. \quad (2)$$

λ berücksichtigt die beiden Phasensprünge. Bei dunklen Ringen muss außerdem gelten

$$G = (2n + 1) \cdot \lambda/2. \quad (3)$$

n ist eine natürliche Zahl und wird als *Ordnung* des Minimums bezeichnet. Es folgt:

$$2d = \lambda \cdot \left(n - \frac{1}{2} \right). \quad (4)$$

Die Dicke d ist vom Abstand a zum Auflagepunkt abhängig. Wie aus Abb. 2 zu erkennen, gilt in guter Näherung

$$d = \frac{a^2}{2R}, \quad (5)$$

a – Radius des Ringes
 R – Krümmungsradius der Linse

Setzt man den Wert für d in obige Formel ein, so ergibt sich

$$R = \frac{a^2}{\lambda \left(n - \frac{1}{2} \right)}. \quad (6)$$

Durch Messung von a und n kann bei bekanntem λ also der Krümmungsradius R bestimmt werden. Zur Messung der Ringradien wird ein Projektionsmikroskop verwendet, auf dessen Objektisch eine Messingbüchse mit der zu untersuchenden Linse und Glasplatte gelegt wird. Die schon mit bloßem Auge sichtbaren Ringe werden vergrößert auf einer Mattscheibe dargestellt.

- Befestigen Sie die Na-Dampflampe oberhalb des Mikroskops, so dass auf der Mattscheibe Ringe sichtbar werden.

Aufgaben:

1. Zentrieren Sie die Ringe mit Hilfe des X-Y-Tisches in die Mitte der Mattscheibe und messen Sie mit dem Lineal ca. 10 Ringradien a aus und notieren Sie ihre Ordnungen n .
2. Ermitteln Sie den Vergrößerungsfaktor des Mikroskops indem Sie den Tisch in X-Richtung (vordere Skala, mit Nonius) um einen mm verschieben und die Bildverschiebung ausmessen.

3. Tragen Sie a^2 einschließlich Fehlerbalken über $n - \frac{1}{2}$ auf. Berücksichtigen Sie bei den Fehlerbalken die Messungsgenauigkeiten von a und den Fehler des Vergrößerungsfaktors. Zeichnen Sie die Ausgleichsgerade und die Geraden minimaler und maximaler Steigung ein und bestimmen Sie aus deren Steigungen R und den Fehler ΔR .

Da die hier zu untersuchende Linse eine Bikonvexlinse ist, deren Oberflächen gleiche Krümmungsradien haben, gilt für ihre Brennweite f

$$f = \frac{R}{2(n-1)}, \quad (7)$$

wobei n der Brechungsindex des Glases ist. Er hat hier den Wert 1,516. Geben Sie f und den Fehler Δf an.

4. Überlegen Sie, wie die Ringe auszuwerten sind, falls ein Abstand δ zwischen Linse und Platte existiert und außerdem unbekannt ist. Wie sieht Gleichung (6) für diesen Fall aus?

Hinweise:

Die Messingkapsel, in der sich Planplatte und Linse befinden, darf nicht geöffnet werden. Wenn Staub zwischen Linse und Platte geraten ist, so ist die Mitte des Bildes nicht notwendigerweise hell. Lassen Sie sich für die Messung nicht zu lange Zeit, da die Lampe die Linsenhalterung erwärmt und diese dadurch verspannt!

Literatur:

Bergmann-Schäfer, Band III Optik, § 3.3 (8.Aufl.)

7 Interferenzen in polarisiertem Licht

7.1 Aufbau und Theorie

Tritt ein Lichtstrahl in ein optisch *anisotropes (doppelbrechendes) Medium*, z.B. Kalkspat, so wird er in zwei Teilstrahlen aufgespalten, die senkrecht zueinander polarisiert sind und verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten und damit auch verschiedene Brechungsindizes besitzen. Die beiden Teilstrahlen werden als *ordentlicher* und *außerordentlicher Strahl* bezeichnet. Lediglich in dem Fall, dass der Lichtstrahl genau parallel zur

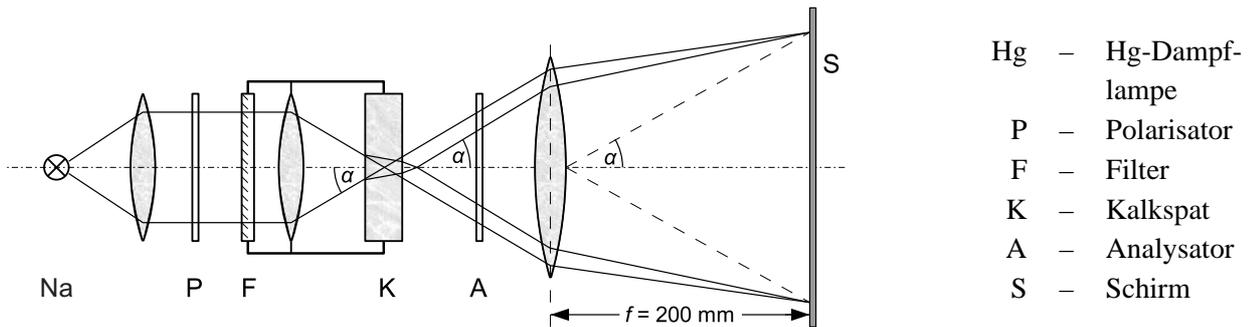
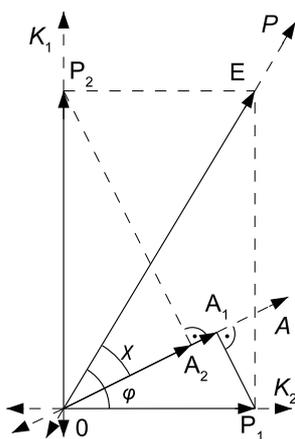


Abbildung 1: Aufbau zur Messung des Brechungsindexunterschiedes Δn von Quarz

optischen Kristallachse ist, stimmen die Ausbreitungsgeschwindigkeiten überein. Nach Verlassen des Mediums weisen die beiden kohärenten Lichtbündel einen Phasenunterschied δ auf. Bringt man diese Strahlen, deren Intensitäten I_1 und I_2 seien, mit Hilfe eines Polarisationsfilters (Analysator) zur Interferenz, so erhält man die Intensität

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(\delta). \quad (1)$$



- P – Schwingungsrichtung von P
- A – Schwingungsrichtung von A
- $K_{1,2}$ – Schwingungsrichtungen von K
- OE – Amplitude in P
- $OP_{1,2}$ – Amplituden im Kristall
- $OA_{1,2}$ – Amplituden in A
- χ – Winkel zwischen den Schwingungsebenen der Polarisationsfilter
- ϕ – Winkel zwischen Schwingungsrichtung von P und 1. Schwingungsrichtung von K

Abbildung 2: Amplituden des elektrischen Feldes

Um die Intensität des Lichtbündels nach Durchlaufen von P, K und A zu bestimmen (Abb. 1), betrachten wir mit Hilfe eines Zeigerdiagramms die Amplituden des elektrischen Feldes (Abb. 2). Aus dem Zeigerdiagramm erhält man

$$I = E^2 \cdot (\cos^2(\chi) - \sin(2\phi) \cdot \sin(2(\phi - \chi)) \cdot \sin^2(\delta/2)). \quad (2)$$

Der zweite Summand berücksichtigt hierbei den Einfluss der Kristallplatte. Speziell gilt:

$$\begin{aligned}
I_{\parallel} &= E^2 \cdot (1 - \sin^2(2\phi) \cdot \sin^2(\delta/2)) \quad , \text{ für } A \parallel P \\
I_{\perp} &= E^2 \cdot \sin^2(2\phi) \cdot \sin^2(\delta/2) \quad , \text{ für } A \perp P
\end{aligned}$$

Auf der Mattscheibe erscheint ein System von Kurven gleicher Helligkeit, wobei man unterscheidet zwischen *Isogyren* („Orte gleichen Winkels“, kreuzförmige Streifen) und *Isochromaten* („Orte gleicher Farbe“, Ringe). Bei den vorliegenden Kalkspatpräparaten liegen die optischen Achsen senkrecht zur Schnittfläche.

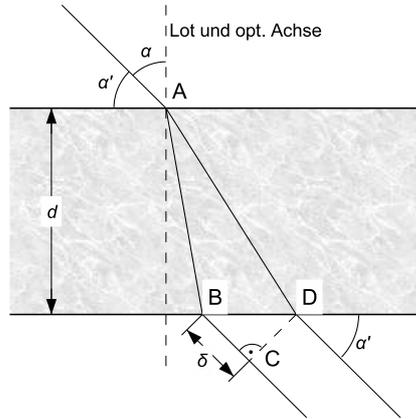


Abbildung 3: Strahlengang in Quarz

Die Phasendifferenz δ von ordentlichem und außerordentlichem Strahl kann Abbildung 3 entnommen werden. Sind λ_1 und λ_2 die beiden Wellenlängen im Medium und λ die Wellenlänge in Luft, so gilt nach Durchlaufen der Quarzplatte

$$\delta = 2\pi \cdot \left(\frac{AB}{\lambda_2} + \frac{BC}{\lambda} - \frac{AD}{\lambda_1} \right) \quad (3)$$

Daraus erhält man

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta n}{n^2} \cdot d \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}}, \quad (4)$$

wobei $n = \frac{n_1 + n_2}{2}$ und $\Delta n = n_1 - n_2$ als mittlerer Brechungsindex beider Strahlen und Differenz der Brechungsindizes definiert sind. Für die dunklen Isochromaten ($I(\delta) = 0$) gilt nach Gleichung (2):

$$\chi = \pi/2 \quad \text{und} \quad \delta = 2\pi \cdot k \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Gleichung (5) in (4) eingesetzt ergibt für kleine α

$$\Delta n = \lambda \cdot \frac{n^2}{d} \cdot \frac{k}{\sin^2 \alpha_k}. \quad (6)$$

In diesem Versuch sollen als qualitative Aufgaben die Interferenzerscheinungen an zwei Beispielen beschrieben werden, und als quantitative Aufgabe der Brechungsindexunterschied Δn aus dem Interferenzbild bestimmt werden.

7.2 Durchführung

7.2.1 Qualitative Beschreibung

Bauen Sie das Experiment wie in Abbildung 1 dargestellt auf. Erzeugen Sie dabei zuerst mit der direkt vor der Hg-Lampe stehenden Quarzlinse paralleles Licht. Stellen Sie ein möglichst großes und „scharfes“ Interferenzbild auf dem Schrank her.

Aufgaben:

1. Legen Sie den Gelb-Filter ein. Skizzieren Sie das entstehende Bild jeweils für parallele und gekreuzte Polarisatoren (senkrecht aufeinander stehende Schwingungsebenen) und beschreiben Sie sie. Entfernen Sie den Filter und beschreiben Sie die Veränderung der Interferenzbilder.
2. Überlegen Sie sich, wie die Isochromaten und Isogyren zustandekommen.

7.2.2 Bestimmung von Δn

Hier soll für zwei Kalkspatpräparate durch Ausmessen der Radien r der dunklen Isochromaten der Brechungsindexunterschied Δn beider Strahlen bestimmt werden.

Aufgaben:

1. Setzen Sie den Gelb-Filter und das jeweils zu untersuchende Präparat in den Aufbau ein. Stellen Sie die Mattscheibe in die Brennebene der Linse und bestimmen Sie die Radien r der Isochromaten. Messen Sie hierbei für den dünnen Kristall ca. 10 und für den dickeren ca. 8 Ringe aus ($k = 1, 2, 3, \dots$). Schätzen Sie den Fehler Δr ab.
2. Berechnen Sie aus den geometrischen Abmessungen $\sin^2 \alpha_k$ und tragen Sie die Werte auf Millimeterpapier über der Interferenzordnung k auf. Stellen Sie beide Messungen im gleichen Diagramm dar. Berechnen Sie hierbei die Fehlerbalken mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung. Es gilt:

$$(\arctan(x))' = 1/(1+x^2) \quad \text{und} \quad (\sin^2(x))' = 2 \cdot \sin(x) \cos(x).$$

Die Position der Mattscheibe in der Brennweite der Linse darf als fehlerfrei angenommen werden.

3. Tragen Sie die Ausgleichsgerade sowie die Geraden minimaler und maximaler Steigung ein, und bestimmen aus deren Steigungen mit Hilfe von Gleichung (6) den Brechungsindexunterschied Δn .

Das vom Filter durchgelassene Licht hat eine Wellenlänge von $\lambda = 578,0 \text{ nm}$. Das Quadrat des mittleren Brechungsindex n beträgt $n^2 = 2,48$. Die Dicken der Präparate sind

$$d_1 = 1,4 \text{ mm} \quad \text{und} \quad d_2 = 3,4 \text{ mm}.$$

7.2.3 Beobachtungen an Plexiglas

Ersetzen Sie den Halter mit Filter, Linse und Kalkspat durch den Plexiglashaken und die Quarzlinse durch die Linse mit größerem Durchmesser. Mit ihr soll der Haken möglichst gut ausgeleuchtet werden. Bilden Sie den Haken mit der Linse scharf auf den Schrank ab und verspannen Sie ihn dann (ohne ihn zu zerstören).

Aufgaben:

1. Beschreiben Sie das zu beobachtende Interferenzbild bei gekreuzten Polarisatoren und fertigen Sie eine Skizze an.
2. Was lässt sich beim Verspannen des Hakens beobachten und welche Aussagen über seine Belastung lassen sich machen?

Literatur:

Bergmann-Schäfer, Band III, §§ 4.10 und 4.11 (8. Aufl.),
Gerthsen, Physik, Kap. 10.2.8 (16. Aufl.)

8 Auflösungsvermögen des Mikroskops

8.1 Grundlagen

Während das Auflösungsvermögen eines Fernrohrs durch die Beugung am Objektiv begrenzt ist, spielt beim Mikroskop die Beugung am Objekt eine wesentliche Rolle. Liegt ein Strichgitter, das mit einem Spaltrohr parallel und kohärent beleuchtet wird, als Objekt unter dem Mikroskop, so werden die einzelnen Beugungsordnungen in der bildseitigen Brennebene des Objektivs (= „Beugungsbildebene“) sichtbar. Nach *Abbe* entsteht das mit dem Okular betrachtete Zwischenbild des Objektes durch Interferenz der verschiedenen, als Sekundärlichtquellen aufzufassenden Beugungsordnungen. Diese strahlen, da sie Bilder derselben Lichtquelle sind, kohärent, also mit festen Phasendifferenzen. Nach der *Abbeschen Theorie* sind zur Entstehung eines Bildes mindestens die nullte und die erste Beugungsordnung als Sekundärlichtquellen notwendig.

Zur Herleitung des Auflösungsvermögens nach Abbe wird ein monochromatisch beleuchtetes Gitter mit der Gitterkonstanten s benutzt. Nach der Theorie des Gitters gilt für den Winkel φ unter dem die Beugungsmaxima erster Ordnung erscheinen

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{n \cdot s}, \quad (1)$$

wobei λ die Vakuumwellenlänge des verwendeten Lichtes ist. n ist der Brechungsindex des Mediums zwischen Objekt und Objektiv. Damit diese Beugungsmaxima nicht ausgeblendet werden, muss der Öffnungswinkel des Objektivs α größer sein als φ . Hieraus folgt für den kleinsten, noch auflösbaren Strichabstand

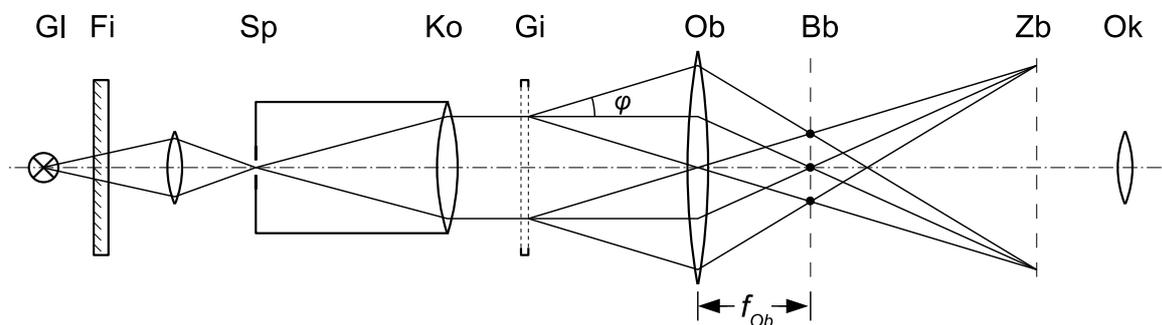
$$s = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \alpha}. \quad (2)$$

Das Auflösungsvermögen des Mikroskopes U ist definiert als der Kehrwert von s . Mit Hilfe der *numerischen Apertur* $A = n \cdot \sin \alpha$ lässt sich U schreiben als

$$U = \frac{A}{\lambda}. \quad (3)$$

An modernen Mikroskopobjektiven ist die numerische Apertur stets angegeben.

In diesem Versuch soll diese Theorie anhand eines Modell- und eines Standardmikroskops geprüft werden.



Gl	–	Glühlampe	Ko	–	Kollimator	Ob	–	Objektiv	Zb	–	Zwischen-	
Fi	–	Filter	Gi	–	Objekt (Mikrofiche, Gitter)	Bb	–	Beugungs-	bildebene	Ok	–	Okular
Sp	–	Spaltrohr						bildebene				

Abbildung 1: Aufbau des Modellmikroskops

8.2 Aufbau und Durchführung

8.2.1 Abbesche Abbildungstheorie

Bauen Sie das Modellmikroskop gemäß Abbildung 1 auf (im realen Aufbau ist die Lampe rechts und das Okular links). Stellen Sie den Kollimator so ein, dass das zu untersuchende Objekt mit parallelem Licht beleuchtet wird. Informieren Sie sich aus der Literatur über die Abstände in einem „typischen“ Mikroskop. Überprüfen Sie anschließend den Aufbau mit dem bereitgestellten Mikrofiche.

Aufgaben:

Befestigen Sie den Aufbau leicht an der optischen Bank, und ersetzen Sie ihr Testobjekt durch die Abbesche Diffraktionsplatte. Sie besteht aus zwei Strichgittern, wobei das eine Gitter eine doppelt so großen Strichabstand hat wie das andere. Stellen Sie die Hilfslinse zwischen Okular und Objektiv und positionieren Sie sie so, dass im Okular das Beugungsbild der Diffraktionsplatte erscheint.

Stellen Sie den Manipulationsspalt in die Beugungsbildebene. Zeichnen Sie zunächst ein Bild der Platte und des theoretischen Beugungsbildes in Ihr Protokoll. Testen Sie die Abbesche Theorie indem Sie durch den Spalt zunächst nur die nullte Beugungsordnung passieren lassen, dann die 1te des groben Gitters, dann die 2te des groben und 1te des feinen u.s.w. Protokollieren Sie ihre Beobachtungen jeweils durch Anfertigen eines Bildertripel (theoretisch erwartetes Beugungsbild und Spalt; beobachtetes Beugungsbild und Spalt; beobachtetes Zwischenbild).

8.2.2 Phasenkontrastverfahren von Zernicke

Die bisher benutzten Gitter waren *Amplitudengitter*, d.h. Gitter, bei denen die Amplitude des Lichtes beim Durchgang ortsabhängig abgeschwächt wird. Daneben gibt es auch sog. *Phasengitter* (Abb. 2 und 3). Bei ihnen erfährt das Licht keine Schwächung, sondern durch unterschiedliche optische Weglängen innerhalb des Objektes verschieden große Phasenverschiebungen, z.B. verursacht durch unterschiedliche Materialstärken.

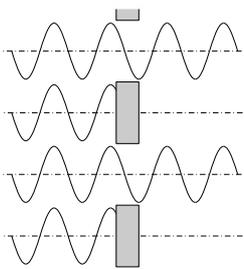


Abbildung 2: Amplitudengitter

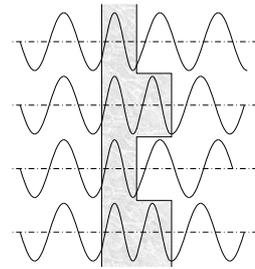


Abbildung 3: Phasengitter

Wichtig ist, dass auch an Phasenstrukturen Beugung auftritt, falls kohärent beleuchtet wird. Die Beugungsbilder von geometrisch gleichen Phasen- und Amplitudenstrukturen sind sehr ähnlich. Als spezielles Phasenobjekt wird hier mit dem Modellmikroskop ein Phasengitter untersucht. Das ist ein Objekt, bei dem die Stege nicht wie beim Amplitudengitter absorbieren, sondern das Licht ungeschwächt, aber mit einer Phasenverschiebung durchlassen. Für die Lage der Beugungsmaxima gilt wieder die Gitterformel.

Betrachtet man nun die Zwischenbildebene, so erkennt man im Gegensatz zum Amplitudengitter nur eine gleichmäßig helle Fläche, wobei höchstens die feinen Begrenzungen der Gitterfurchen zu erkennen sind.

Um dieses Verhalten des Phasengitters zu verstehen, muss man die gebeugte elektrische Feldstärke der 1.,2.,... Ordnung mit der elektrischen Feldstärke der nullten Ordnung vergleichen (siehe auch *Bergmann-Schäfer*). Man stellt fest, dass die elektrische Feldstärke der 1.,2.,... Ordnung gegenüber der elektrischen Feldstärke der nullten

Ordnung um 90° phasenverschoben sind. Diese Phasenverschiebung verhindert, dass man das Zwischenbild des Gitters erkennen kann, da das menschliche Auge Phasenunterschiede nicht sieht. Beim Amplitudengitter tritt diese Phasenverschiebung um 90° zwischen der nullten und den höheren Ordnungen nicht auf.

Wie im ersten Versuchsteil gezeigt wurde, kann das Zwischenbild durch Manipulation in der Beugungsbildebene verändert werden. Aufgrund dieser Tatsache wurde von *F. Zernicke* (1932) das sogenannte *Phasenkontrastverfahren* entwickelt, welches auf folgendem Gedankengang beruht:

Werden im Beugungsbild eines Phasenobjektes die Phasenbeziehungen der Beugungsordnungen so geändert, dass sie mit denen eines Amplitudengitters identisch sind, so muss das Phasengitter im reellen Zwischenbild als Amplitudengitter sichtbar werden. Dazu genügt es die Phase der nullten Beugungsordnung um 90° zu verschieben. Durch eine leichte Abschwächung dieser Ordnung wird außerdem eine Kontrasterhöhung dieses „Amplitudenbildes“ erreicht. Diese Phasenverschiebung um 90° wird durch einen sogenannten *Phasenstreifen* erzeugt.

Aufgaben:

Ersetzen Sie das Diffraktionsgitter durch das Phasengitter und öffnen Sie den Manipulationsspalt komplett. Überzeugen Sie sich mit dem Okular, dass auch ein Phasengitter in der Beugungsbildebene Beugungsmaxima erzeugt. Protokollieren Sie Ihre Beobachtungen durch eine Skizze.

Stellen Sie an den Ort des Manipulationsspalt ein Objektträger mit aufgesetztem Phasenstreifen. Justieren Sie den Phasenstreifen so, dass die nullte Beugungsordnung durch ihn hindurchtritt. Erläutern Sie den beobachteten Effekt im Protokoll und führen Sie ihn einem Betreuer vor.

8.2.3 Abbesche Abbildungstheorie am Standardmikroskop

Im dritten Teil des Versuches sollen die Beobachtungen am Modellmikroskop an einem Standardmikroskop wiederholt werden. Bei dem verwendeten Mikroskop kann das Beugungsbild durch Einbringen von Blenden verändert werden.

Aufgaben:

Platzieren Sie das Standardmikroskop auf der optischen Bank hinter den Kollimator. Nimmt man das Okular aus dem Tubus, so erkennt man, wenn ein Objekt auf dem Objektisch liegt, dessen Beugungsbild. Drehen Sie gegebenenfalls den Beleuchtungsspiegel.

Entnehmen Sie dem grauen Plastiktui den Objektträger und legen Sie ihn so auf den Objektisch, dass die Abbe-Platte zu sehen ist (sie befindet sich bei 2 Uhr). Entnehmen Sie dem höheren Holzkasten verschiedene Dreierspalte (kleine, runde Scheiben) und bringen Sie sie in die Beugungsbildebene. Bringen Sie den Dreierspalt in verschiedene Positionen bezüglich der Struktur der Abbe-Platte, z.B. (0° und 90°). Erklären Sie die Beobachtung mit Hilfe einer Zeichnung vom Beugungsbild der Platte und dem darüber liegenden Dreierspalt sowie dem beobachteten Zwischenbild.

Stellen Sie nun das Kreuzgitter ein (es befindet sich bei 6 Uhr) und bringen Sie einen Einfachspalt in die Beugungsbildebene. Beobachten Sie das Zwischenbild für verschiedene Stellungen des Spaltes (0° , 45° und 90°) und fertigen Sie jeweils eine Skizze von Beugungsbild und Zwischenbild an. Erklären Sie die Beobachtung!

Literatur:

Bergmann-Schäfer, Band III (Optik), §§ 3.9 und 3.12.

H. Beyer, Theorie und Praxis des Phasenkontrastverfahrens (Fachbibliothek Physik, Signatur: 17.11).

Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 1

Gruppe 2 - Wärmelehre

Institut für Experimentelle und Angewandte Physik - Universität Kiel

Inhaltsverzeichnis

1	Zustandsgleichung von Gasen	1
1.1	Grundlagen	1
1.2	Aufbau und Durchführung	1
1.2.1	Messanordnung	1
1.2.2	Boyle-Mariottesches Gesetz	1
1.2.3	Gay-Lussacsches Gesetz	2
2	Spezifische und latente Wärmen	3
2.1	Grundlagen	3
2.2	Die spezifische Wärme von Wasser	3
2.3	Die Schmelzwärme des Wassers	4
2.4	Spezifische Wärme von Metallen	4
2.5	Allgemeine Hinweise zum Versuch	6
3	Dampfdruck des Wassers und Luftfeuchtigkeit	7
3.1	Grundlagen	7
3.2	Messung des Dampfdrucks	7
3.3	Messung der Luftfeuchtigkeit	8
4	Spezifische Wärme des Aluminiums bei tiefen Temperaturen	9
4.1	Grundlagen	9
4.2	Versuchsdurchführung	9
4.2.1	Messung der molaren Wärmekapazität C bei Zimmertemperatur	9
4.2.2	Messung der molaren Wärmekapazität C bei tiefer Temperatur	11
5	Das Wiedemann-Franzsche Gesetz	13
5.1	Grundlagen	13
5.2	Aufbau und Durchführung	13
5.2.1	Messung der elektrischen Leitfähigkeit σ	13
5.2.2	Messung des Wärmeleitvermögens λ	14
6	Temperaturstrahlung	17
6.1	Grundlagen	17
6.2	Aufbau und Durchführung	17
6.2.1	Das Stefan-Boltzmannsche Gesetz	17
6.2.2	Temperaturmessung einer Glühwendel	18

7	Wirkungsgrad einer Wärmepumpe	21
7.1	Theorie und Aufbau	21
7.2	Aufbau	21
7.3	Durchführung	22
7.3.1	Bestimmung der Leistungszahl	22
7.3.2	Bestimmung der Leistungszahl bei konstantem T_1	23
8	Kritischer Punkt realer Gase	25
8.1	Ideale Gase	25
8.2	Reale Gase	25
8.3	Aufbau und Durchführung	26

3.2014/Ra, VdM

1 Zustandsgleichung von Gasen

1.1 Grundlagen

Eine Gleichung, die Druck, Volumen und Temperatur eines Gases miteinander verknüpft, heißt *Zustandsgleichung*. Die meisten Gase, darunter auch Luft, gehorchen bei kleinen Dichten (hohe Temperaturen und kleine Drucke) der *Zustandsgleichung idealer Gase*:

$$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T . \quad (1)$$

Hierbei ist p der Druck in Pascal (Pa) V das Volumen des Gases in m^3 , ν die Anzahl der Mole des in V eingeschlossenen Gases und T die Temperatur in Kelvin (K). R ist die allgemeine Gaskonstante und hat den Wert $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. Die Differentiation von Gleichung 1 liefert

$$\frac{\Delta V}{\Delta p} = -\frac{k}{p^2} \quad (2)$$

und damit

$$V = -p \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p} \quad (3)$$

wobei ΔV eine Volumenänderung und Δp eine Druckänderung entsprechen. Hält man dagegen die Stoffmenge und den Druck konstant, so ergibt sich:

$$V = (\nu \cdot R / p) \cdot T = \text{konst} \cdot T . \quad (4)$$

Diese Beziehung wird *Gay-Lussacsches Gesetz* genannt. Bezeichnet t die Temperatur in $^{\circ}\text{C}$ so gilt

$$T / \text{K} = t / ^{\circ}\text{C} + 273 \quad (5)$$

und

$$V(t) = (273 \text{ K} \cdot \nu R / p) \cdot (1 + t / 273^{\circ}\text{C}) = V(0^{\circ}\text{C}) \cdot (1 + \alpha \cdot t), \quad (6)$$

wobei α der *Volumenausdehnungskoeffizient* ist. Beide Gesetze sind in diesem Versuch nachzuprüfen.

1.2 Aufbau und Durchführung

1.2.1 Messanordnung

Die Messanordnung besteht aus einem Glaskolben, in dem sich das Gas (Luft) befindet, und einem Manometerschenkel, der über einen Schlauch mit dem Kolben verbunden ist (Abb. 1a). Das Gas wird mit Hilfe eines Metallvenils eingeschlossen.

1.2.2 Boyle-Mariottesches Gesetz

Durch Heben und Senken des Manometerschenkels kann das eingeschlossene Gasvolumen um ΔV vergrößert oder verkleinert werden (siehe Abb. 1a und b)). Gleichzeitig verkleinert bzw. vergrößert sich der Druck um Δp gemäß dem Schweredruck einer Flüssigkeitssäule. ΔV berechnet sich zu $\Delta V = \Delta h_V \pi r^2$ (Innenradius des Manometerschenkels $r=0.6 \text{ cm}$). Δp ergibt sich aus dem Schweredruck der Flüssigkeitssäule: $\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h_p$.

Aufgaben:

1. Führen sie die Messung für mehrere Werte von Δp und ΔV , berechnen Sie den Mittelwert und bestimmen Sie das Volumen der eingeschlossenen Luft gemäß Gleichung 3 (bei Normaldruck $1.013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$).
2. Bestimmen Sie aus der Zustandsgleichung (1) die Molzahl ν der eingeschlossenen Gasmenge.

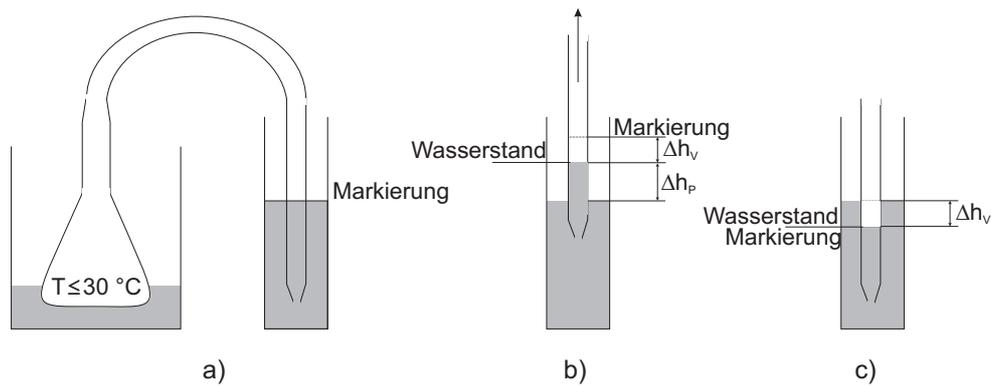


Abbildung 1: Versuchsaufbau

1.2.3 Gay-Lussacsches Gesetz

Das eingeschlossene Gas mit dem Ausgangsvolumen V_{RT} wird in einem Wasserbad auf maximal 30°C erwärmt und dann durch hinzufügen von eis langsam und gleichmäßig abgekühlt. Es wird bei konstant gehaltenem Druck die Änderung des Volumens mit der Temperatur bestimmt (siehe Abb. 1 C), wobei ein Druckausgleich durch „leichtes“ Anheben des Manometerschenkels gewährleistet werden sollte.

Aufgaben:

1. Messen Sie für 10 verschiedenen Werte $\Delta V(t)$ zwischen 27°C und Raumtemperatur wie oben beschrieben. $V(T)$ erhält man als Summe aus der gemessenen Volumenänderung $\Delta V(T)$ und dem in Teil I bestimmten Volumen V_{RT} bei Raumtemperatur: $V(T) = V_{RT} + \Delta V(T)$ **Hinweis:** Korrekte Ergebnisse erhält man nur, wenn Wasser und Gas bei jeder Messung im Temperaturgleichgewicht stehen.
2. Tragen Sie das Volumen V in abhängigkeit von der Temperatur T in einem Diagramm auf und bestimmen Sie mit Hilfe der Steigung der Ausgleichsgeraden gemäß Gleichung 6 den Ausdehnungskoeffizienten α .

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 5.2

2 Spezifische und latente Wärmen

2.1 Grundlagen

Die Energie, die man einer Masseneinheit einer Substanz zuführen muss, um ihre Temperatur um ein Grad zu erhöhen, heißt *spezifische Wärme* c oder *spezifische Wärmekapazität* c . Die Energie, die notwendig ist um ein Mol einer Substanz um ein Grad zu erwärmen heißt *Molwärme* C , bzw. *molare Wärmekapazität* C .

Um einen Gegenstand der Masse m um eine Temperatur ΔT zu erwärmen, muss man ihm die Energie ΔE zuführen:

$$\Delta E = c \cdot m \cdot \Delta T \quad \Rightarrow \quad c = \frac{\Delta E}{m \cdot \Delta T} . \quad (1)$$

c ist im allgemeinen temperaturabhängig.

Die Energie, die notwendig ist, um eine Masseneinheit einer Substanz bei einer Temperatur T_s vom festen in den flüssigen Aggregatzustand zu überführen, heißt *Schmelzwärme* Q_s . T_s ist hierbei die Schmelztemperatur. Entsprechend ist die *Verdampfungswärme* Q_d definiert. Schmelz- und Verdampfungswärmen werden auch *latente Wärmen* genannt, da bei ihrer Zuführung keine Temperaturerhöhung erfolgt.

In den drei Teilen dieses Versuches sollen die spezifischen Wärmekapazitäten von Wasser, zwei Metallen und die Schmelzwärme des Wassers bestimmt werden.

2.2 Die spezifische Wärme von Wasser

Zur Messung der spezifischen Wärmekapazität von Wasser wird ein beheizbares Kalorimetergefäß benutzt (Abb. 1). Die an der Heizspirale anliegende Spannung U und der durch sie fließende Strom I werden am Netzgerät abgelesen. Ein Quecksilber-Thermometer mit einer Skalenteilung von 0,1K dient zur Bestimmung der Temperatur der Flüssigkeit.

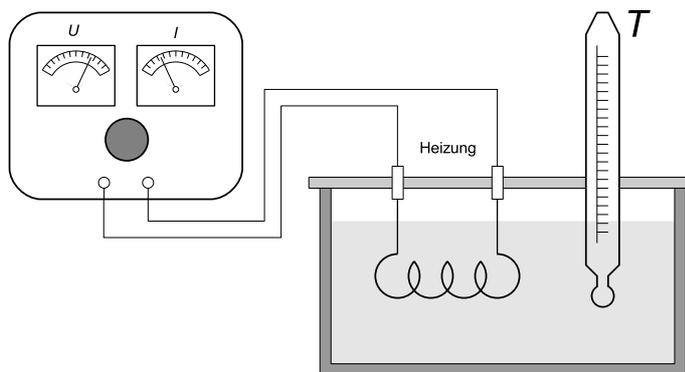


Abbildung 1: Kalorimetergefäß mit Heizung

Aufgaben:

1. Wägen Sie 120 g destilliertes Wasser mit Hilfe der im Praktikumsraum vorhandenen Waage ab, und füllen Sie es in das Kalorimetergefäß.
2. Heizen Sie das Wasser um mindestens 15 K auf, und messen Sie dabei den Temperaturverlauf im Abstand von ca. 30 s. Beachten Sie dabei die allgemeinen Hinweise am Ende dieser Anleitung. Bestimmen Sie aus der Grafik die Temperaturerhöhung ΔT . Die Energiebilanz des Erwärmungsvorganges lautet:

$$U \cdot I \cdot t = \Delta E = (m \cdot c + W) \cdot \Delta T . \quad (2)$$

Hierbei ist W der *Wasserwert*. Er berücksichtigt die Wärmekapazitäten des Kalorimetergefäßes, Thermometers, Rührers u.s.w. und kann experimentell leicht bestimmt werden. Für eine Wassermenge von 120 g nimmt W den Wert 40 J/K an. Bestimmen Sie mit Hilfe dieses Wertes c gemäß (2).

3. Führen Sie die Messung zweimal durch!

Anmerkung: Als Einheit für die Wärmemenge ist häufig noch die *Kalorie* (cal) in Gebrauch. Sie ist die Wärmemenge, die nötig ist, um ein Gramm Wasser von $14,5^\circ\text{C}$ auf $15,5^\circ\text{C}$ zu erhöhen. Die spezifische Wärme des Wassers bei dieser Temperatur ist per definitionem $1\text{ cal g}^{-1}\text{ K}^{-1}$. Daher bezeichnet man die spezifische Wärme des Wassers gemessen in SI-Einheiten ($\text{J}/(\text{g}\cdot\text{K})$) auch als *elektro-kalorisches Wärmeäquivalent*. Mit genauen Zahlenwerten gilt

$$1\text{ cal} = 4,186\text{ J}. \quad (3)$$

2.3 Die Schmelzwärme des Wassers

In diesem Versuchsteil soll die Schmelzwärme des Wassers bestimmt werden. Zu ihrer Messung wird ein Kalorimeter verwendet, das zur Aufnahme des Eises mit einem Sieb ausgestattet ist.

Aufgaben:

1. Wägen sie wieder 120 g Wasser ab und füllen Sie es in das Kalorimeter. Beginnen Sie mit der Temperaturmessung.
2. Geben Sie einige Minuten nach Beginn der Messung ein oder zwei Eiswürfel mit der Temperatur $T_0 = 0^\circ\text{C}$ in das Gefäß. Messen Sie nun die Temperatur T (in abständen von höchstens 5 s) solange, bis das Eis vollständig geschmolzen ist und sich eine Endtemperatur eingestellt hat.

Hinweis: Die dem Gefrierfach eines Kühlschranks entnommenen Eiswürfel haben eine Temperatur kleiner als 0°C . Sie können Sie auf $T_0 = 0^\circ\text{C}$ erwärmen, indem Sie sie einige Zeit bei Zimmertemperatur auf einem Tuch ablagern. Trocknen Sie die Eiswürfel ab, bevor Sie sie ins Kalorimetergefäß geben!

Frage: Warum erwärmen sich die Eiswürfel nicht auf über 0°C ?

3. Bestimmen Sie die Masse der Eiswürfel, indem Sie die Wassermenge nach dem Schmelzen der Würfel wiegen.
4. Bestimmen Sie Anfangstemperatur T_A und Endtemperatur T_E des Wassers, wie es in den allgemeinen Hinweise zum Versuch beschrieben ist. Die Energiebilanz des Schmelzvorganges lautet:

$$m_E \cdot Q_s + m_E \cdot c_W \cdot (T_E - T_0) = (m_W \cdot c_W + W) \cdot (T_A - T_E) \quad (4)$$

- m_E – Masse des Eises
- c_W – spezifische Wärmekapazität des Wassers
- m_W – Masse des Wassers
- W – Wasserwert des Kalorimeters, $W = 40\text{ J K}^{-1}$

5. Führen Sie die oben beschriebene Messung zweimal durch, und bestimmen Sie mit den gewonnenen Werten die Schmelzwärme Q_s gemäß Gleichung (4). Geben Sie Q_s sowohl in J/g als auch in cal/g an!

2.4 Spezifische Wärme von Metallen

Die spezifischen Wärmekapazitäten von nicht löslichen Stoffen können mit einem Mischungskalorimeter bestimmt werden. Hierzu wird eine Metallmenge der Masse m_M zunächst auf eine Temperatur von etwa 100°C gebracht und dann sehr schnell in das mit Wasser gefüllte Kalorimeter gegeben. Die Erhitzung des Metalls erfolgt in einem Metallgefäß, das von Wasserdampf durchströmt wird. Der Wasserdampf wird in einem Kochtopf, der auf einer kleinen Kochplatte steht, erzeugt. Füllen Sie vor dem Versuch falls notwendig destilliertes Wasser nach. Es sind die folgenden beiden Metalle zu untersuchen:

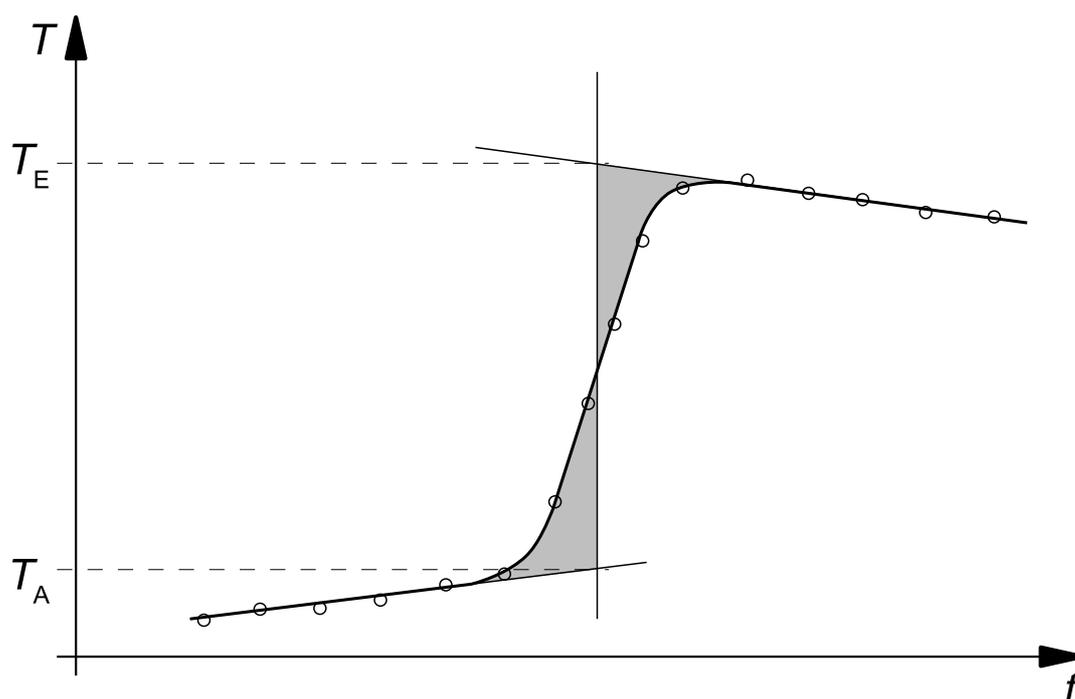


Abbildung 2: Verlauf der Kalorimetertemperatur T , Messbeispiel

Metall	Atomgewicht
Al	27,0
Cu	63,5

Die nachfolgende Messung ist nacheinander für Aluminium und Kupfer durchzuführen.

Aufgaben:

1. Wägen Sie ca. 120 g destilliertes Wasser ab und füllen Sie es in das Kalorimetergefäß.
2. Erhitzen Sie die gesamte vorhandene Metallmenge. Hat der Dampf das Erhitzungsgefäß etwa eine viertel Stunde durchströmt, so hat das Metall die Temperatur des Dampfes angenommen, und die am Thermometer abzulesende Temperatur entspricht der Metalltemperatur T_M .
3. Geben Sie nun das erhitzte Metall in das Kalorimetergefäß und messen Sie die Temperatur T . Mit der sich einstellenden Mischungstemperatur T_m lautet die Energiebilanz

$$c_M \cdot m_M \cdot (T_M - T_m) = (c_W \cdot m_W + W) \cdot (T_m - T_A) \quad (5)$$

- c_M – spezifische Wärmekapazität des Metalls
 c_W – spezifische Wärmekapazität des Wassers
 T_A – Anfangstemperatur des Wassers
 W – Wasserwert des Kalorimeters

Da die Temperatur sich sehr schnell ändert, sollten Sie sie so oft wie möglich messen (höchstens jede drei Sekunden). Beachten Sie bei der Messung und Auswertung wieder die allgemeinen Hinweise am Ende der Versuchsbeschreibung

4. Geben Sie neben der spezifischen auch die molare Wärmekapazität C an.

2.5 Allgemeine Hinweise zum Versuch

Damit die Abscheidung von Kesselstein an den Geräten verhindert wird, darf nur destilliertes Wasser verwendet werden. Vermeiden Sie Wassertropfen und Pfützen auf dem Experimentiertisch. Ein Feuchtwerden der elektrischen Geräte ist auf jeden Fall zu vermeiden.

Um die Messgenauigkeit des Versuches zu erhöhen, wird mit der Aufnahme der Messreihe etwa 3 min vor Beginn des Aufheizens angefangen. Die Temperatur im Kalorimetergefäß ist in den Zeitabständen wie in der Aufgabenstellung angegeben zu messen. Notieren Sie neben der Temperatur jeweils die Gesamtzeit. Nach dem Ende des Aufheizens werden die Messungen noch etwa weitere 3 min fortgeführt.

Die so ermittelten Messwerte werden dann grafisch aufgetragen, und der Temperaturverlauf vor und nach dem Heizen linear extrapoliert (siehe Abb. 2). Zur Bestimmung der Anfangs- und Endtemperatur T_A und T_E zeichnen Sie dann eine Senkrechte so in das Diagramm ein, dass die beiden Teilflächen zwischen idealisiertem und wahren Temperaturverlauf gleich groß werden. T_A und T_E erhält man dann an den Schnittpunkten dieser Senkrechten mit den durch Extrapolierten gefundenen Geraden.

3 Dampfdruck des Wassers und Luftfeuchtigkeit

3.1 Grundlagen

Über einer Flüssigkeitsoberfläche stellt sich in einem abgeschlossenen Volumen ein nur von der Temperatur und der Art der Flüssigkeit abhängiger „Dampfdruck“ $p = p(T)$ ein. Der Dampfdruck (auch „Sättigungsdruck“) wird erreicht, wenn sich ein Gleichgewicht von Verdampfungs- und Kondensationsrate der Flüssigkeitsmoleküle eingestellt hat. Steigt die Temperatur der Flüssigkeit, so erhöht sich aufgrund der größeren thermischen Bewegung die Verdampfungsrate. Da die Kondensationsrate mit der Dampfdichte zunimmt, muss die Dampfdichte größer sein, damit sich ein Gleichgewicht einstellen kann. p wächst also mit T . Den Dampfdruck, der vom Oberflächenwasser unserer Umgebung erzeugt wird, empfinden wir als „Luftfeuchtigkeit“. Es ist definiert die „absolute Luftfeuchtigkeit“

$$\rho = m/V, \quad (1)$$

wobei m die Masse des im Volumen V befindlichen Wassers ist, und die „relative Luftfeuchtigkeit“

$$f = \rho/\rho_0, \quad (2)$$

wobei ρ_0 die bei der vorherrschenden Temperatur maximal mögliche absolute Feuchtigkeit ist. ρ_0 ist mit dem Sättigungsdampfdruck p über die Beziehung

$$p = \rho_0 \cdot R \cdot T/M \quad (3)$$

- R – allgemeine Gaskonstante = $8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- M – Molekulargewicht des Wassers in kg mol^{-1}
- T – Temperatur in K

verknüpft. Die Einheit von p ist das Pascal ($1 \text{ Pa} = 1 \text{ N m}^{-2}$). Die früher verwendete Einheit Torr = mm Hg entspricht einem Druck vom 133,4 Pa. Gleichung (3) entspricht der allgemeinen Gasgleichung für ideale Gase, in der das Volumen durch die Dichte ersetzt ist.

3.2 Messung des Dampfdrucks

Im ersten Teil des Versuches soll die Abhängigkeit des Wasser-Dampfdrucks von der Temperatur (20°C bis 43°C) bestimmt werden. Zur Messung wird ein U-förmiges Glasrohr verwendet, das an beiden Seiten zugeschmolzen und etwa bis zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt ist. Über der einen Hg-Säule befindet sich Wasser, der Raum über der anderen Hg-Säule ist evakuiert. Im Raum über dem Wasser bildet sich der zu messende Dampfdruck aus. Das Gerät befindet sich in einem Kunststoffrohr, das durch eine elektrische Heizung erwärmt werden kann.

Aufgaben:

1. Bestimmen Sie p bei steigender (Raumtemperatur bis 45°C) und bei fallender Temperatur (45°C bis Raumtemperatur) in Schritten von jeweils 3°C . Stellen Sie erstmals die Spannungsquelle auf 140 V, und erhöhen Sie diese wenn die gewünschte Temperatur nicht mehr erreicht wird. Der Dampfdruck ergibt sich aus dem Höhenunterschied Δh_{Hg} der beiden Quecksilbersäulen vermindert um die Höhe der Wassersäule zu

$$\frac{p}{\text{hPa}} = 1,334 \cdot \left(\frac{\Delta h_{\text{Hg}}}{\text{mm}} - \frac{1}{13,5} \cdot \frac{h_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{mm}} \right). \quad (4)$$

13,5 ist das Dichteverhältnis von Quecksilber zu Wasser.

2. Tragen Sie die Messergebnisse $p = p(t)$ für auf- und absteigende Temperaturen jeweils auf dem im Praktikum bereitgestellten halblogarithmischen Papier auf (t ist die Temperatur in Grad Celsius). Extrapolieren Sie die beiden Kurven bis herunter zu einer Temperatur von 0°C , und zeichnen Sie die Kurve für die gemittelten Werte ein.
3. Warum unterscheiden sich die Kurven bei steigender und fallender Temperatur?

3.3 Messung der Luftfeuchtigkeit

Im zweiten Teil des Versuches sind relative und absolute Luftfeuchtigkeit zu bestimmen. Hierzu steht ein „Aspirationspsychrometer“ zur Verfügung. Es besteht aus einem Ventilator, der die Umgebungsluft gegen zwei Thermometer bläst. Ein Thermometer misst die Temperatur t_L der Raumluft, das andere ist mit angefeuchteter Watte umwickelt. In der anströmenden Luft kühlt sich dieses Thermometer durch die Verdunstung des Wassers auf t_F ab. Bei dem sich so einstellenden Gleichgewichtszustand verbraucht der durch die Dampfdruckdifferenz $p - p(t_F)$ verursachte Diffusionsstrom gerade so viel Latentwärme, wie der durch die Temperaturdifferenz $t_L - t_F$ verursachte Wärmestrom der Luft nachliefert. Der Zusammenhang wird durch die *Sprungsche* Formel beschrieben:

$$p = p(t_F) - \gamma \cdot (t_L - t_F) \quad (5)$$

Bei normalem Luftdruck (1013 hPa) ist $\gamma = 0,67 \text{ hPa/K}$. Für die relative Feuchte ergibt sich dann

$$f = \frac{p}{p_0} = \frac{p}{p(t_L)} \quad (6)$$

Aufgaben:

1. Messen Sie mit dem Aspirationspsychrometer dreimal, nach dem sich das thermische Gleichgewicht eingestellt hat, die Temperaturen t_L und t_F . Entnehmen Sie dem Diagramm aus Kap. 2 die zugehörigen Dampfdrucke p .
2. Berechnen Sie mit Gl. (6) die zugehörigen relativen Luftfeuchten und den sich ergebenden Mittelwert.
3. Geben Sie die absolute Luftfeuchtigkeit in g/m^3 an.

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 5.6.

4 Spezifische Wärme des Aluminiums bei tiefen Temperaturen

4.1 Grundlagen

Die Energie, die notwendig ist, um die Temperatur eines Kilogramms einer Substanz um ein Kelvin zu erhöhen, heißt *spezifische Wärmekapazität* c . Bezieht man die Wärmekapazität auf ein Mol, so spricht man von der *Molwärme* bzw. der *molaren Wärmekapazität* C . Für einen Gegenstand mit der einem Mol entsprechenden Masse gilt also

$$\Delta W = C \cdot \Delta T. \quad (1)$$

Nach der klassischen Theorie gibt es bei festen Körpern 6 Freiheitsgrade f (jeweils einen der kinetischen und potentiellen Schwingungsenergie pro Raumrichtung). Daher ergibt sich hier für C (Regel von Dulong und Petit):

$$C = N_A \frac{f}{2} k = 3R. \quad (2)$$

Dabei sind N_A die Avogadro-Zahl, k die Boltzmann-Konstante und R die allgemeine Gaskonstante ist ($R = 8,3145 \text{ J}/(\text{molK})$). Diese Beziehung gilt jedoch nur für „hohe“ Temperaturen. Bei tiefen Temperaturen sinkt C und nähert sich nach dem 3. Hauptsatz der Thermodynamik dem Wert Null. Nach dem *Debye-Modell* wird C beschrieben durch

$$C(T) = 9R \cdot \left(\frac{T}{\Theta}\right)^3 \cdot \int_0^{\Theta/T} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx \quad (3)$$

mit

$$\Theta = h \nu_g / k. \quad (4)$$

Θ ist die materialabhängige *Debye-Temperatur*. Sie berechnet sich aus dem Planckschen Wirkungsquantum h , der Boltzmann-Konstante k und der *Debyeschen Grenzfrequenz* ν_g . Sie ist die größte auftretende Schwingungsfrequenz der Atome des Festkörpers und hat den Wert

$$\nu_g = v_s / (2 \cdot d), \quad (5)$$

wobei d der mittlere Atomabstand und v_s die Schallgeschwindigkeit ist. Das Integral in Gl. (3) kann nur iterativ berechnet werden. Der sich ergebende Zusammenhang zwischen T/Θ und $C(T)$ ist in Abbildung 4 dargestellt.

4.2 Versuchsdurchführung

In diesem Versuch soll die molare Wärmekapazität von Aluminium bei Zimmertemperatur und bei ca. -180°C gemessen und hieraus die Debye-Temperatur und die Debyesche Grenzfrequenz bestimmen werden.

Ein 332 g schwerer Aluminiumzylinder, in den eine Heizwicklung und ein Thermoelement vom Typ K (NiCr-Ni) eingebaut sind, hängt in einem Dewar-Gefäß (Abb. 1). Als Referenz wird ein in Eiswasser eingetauchtes zweites Thermoelement benutzt. Die resultierende Differenz der Thermospannungen U_{th} wird mit Hilfe eines Millivoltmeters gemessen.

4.2.1 Messung der molaren Wärmekapazität C bei Zimmertemperatur

Am Millivoltmeter wird als Messbereich 2 mV eingestellt. Der Aluminiumzylinder befindet sich im Dewar-Gefäß.

Aufgaben:

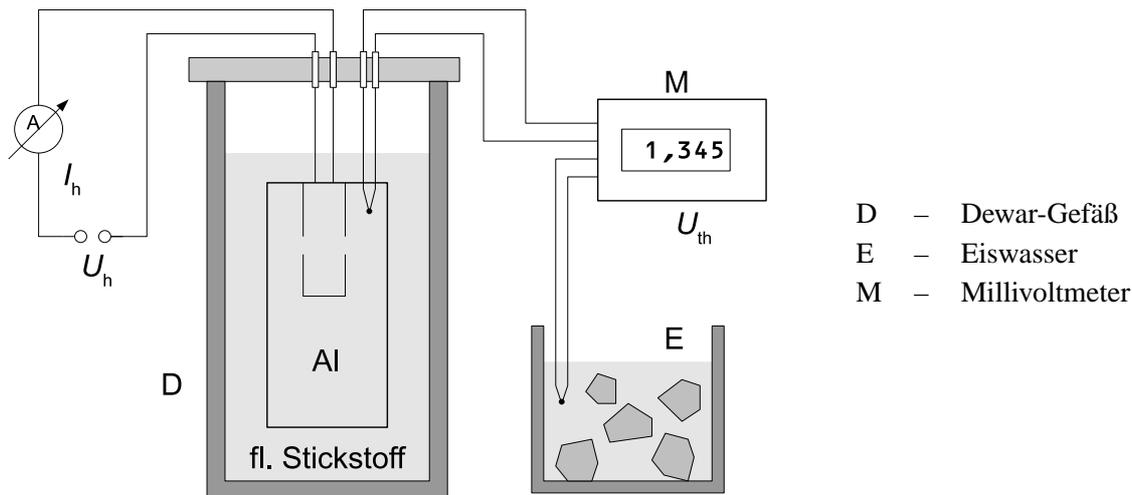


Abbildung 1: Versuchsaufbau zur C -Messung bei tiefen Temperaturen

- Die Messung beginnt bei ausgeschalteter Heizung. Nach einer Wartezeit von 3 Minuten wird mit einer Spannung U_h von 60V für 5 Minuten geheizt. Notieren Sie den Heizstrom I_h . Danach wird bei ausgeschalteter Heizung die Messung weitere 5 Minuten fortgesetzt. Während der gesamten Messung werden alle 15 s die Werte für die Thermospannung U_{th} erfasst.

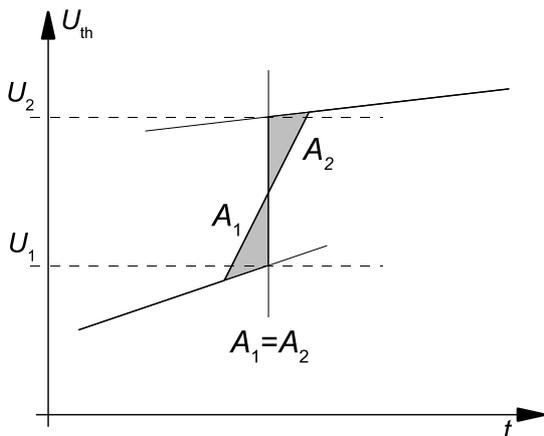


Abbildung 2: U_{th} gegen t , Messbeispiel

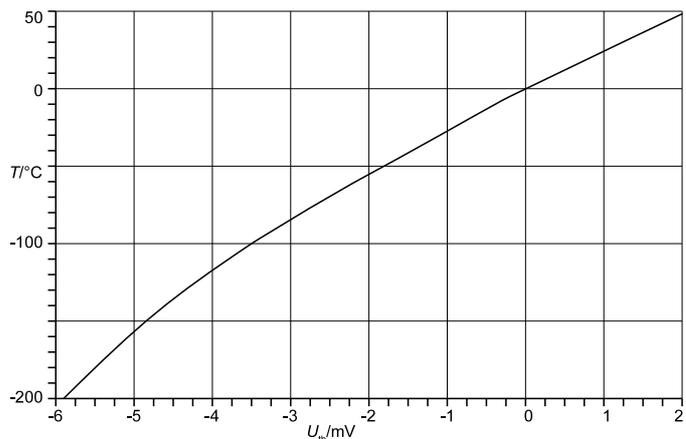


Abbildung 3: Kalibrierkurve des Thermoelementes

- Tragen Sie die gemessenen Thermospannungen U_{th} gegen die Zeit t auf (siehe Abb. 2), und entnehmen Sie dem Diagramm Anfangs- und Endthermospannung U_1 bzw. U_2 . Beachten Sie bei der Bestimmung von U_1 und U_2 den allgemeinen Hinweis in der Anleitung zum Versuch „Spezifische und latente Wärmen“. Der Zusammenhang von U_{th} und der Temperatur ist im Bereich der Raumtemperatur in guter Näherung (siehe auch Abb. 3) gegeben durch

$$T / ^\circ\text{C} = 25,3 \cdot U_{th} / \text{mV} - 0,27 \cdot (U_{th} / \text{mV})^2. \quad (6)$$

Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Beziehung den Temperatursprung $\Delta T = T_1(U_1) - T_2(U_2)$ und aus der mittleren Thermospannung $\bar{U} = 0,5 \cdot (U_1 + U_2)$ die mittlere Temperatur $\bar{T} = T(\bar{U})$.

3. Berechnen Sie C aus der Energiebilanz des Erwärmungsvorganges

$$U_h \cdot I_h \cdot t_h = \Delta W = \frac{m}{m_{\text{Mol}}} \cdot C \cdot \Delta T \quad (7)$$

Hierbei ist m_{Mol} die Molmasse von Aluminium. Sie hat den Wert 27,0 g/mol.

4.2.2 Messung der molaren Wärmekapazität C bei tiefer Temperatur

Am Millivoltmeter wird als Messbereich 20 mV eingestellt. Zum Abkühlen des Aluminiumzylinders wird das Dewar-Gefäß mit flüssigem Stickstoff gefüllt und dann der Zylinder hinein getaucht. Wenn keine Dampfbildung mehr zu beobachten ist, hat er sich auf ca. -180°C abgekühlt. Für die Messung wird das Gefäß dann bis auf einen kleinen Rest wieder entleert.

Wichtiger Hinweis: Aus Sicherheitsgründen darf die Kühlung nur mit Hilfe eines Betreuers vorgenommen werden!

Aufgaben:

1. Führen Sie Messung wie in Aufgabe 2.1.1 beschrieben durch.
2. Tragen Sie wie in Aufgabe 2.1.2 U_{th} gegen t auf. Rechnen Sie die dem Diagramm entnommene Anfangs- und Endthermospannung U_1 bzw. U_2 mit der für den Bereich $-180^\circ\text{C}.. -140^\circ\text{C}$ geltenden Näherungsformel

$$T/^\circ\text{C} = -127 - 33,1 \cdot U_{\text{th}}/\text{mV} - 7,67 \cdot (U_{\text{th}}/\text{mV})^2. \quad (8)$$

in Temperaturen um, und berechnen Sie daraus die Temperaturdifferenz und die mittlere Temperatur.

3. Berechnen Sie die spezifische Wärme C nach Formel (7).
4. Entnehmen Sie für die beiden C -Werte aus der Abbildung 4 die zugehörigen Werte für T/Θ , und berechnen Sie mit Hilfe der gemessenen mittleren Temperaturen die Debye-Temperatur Θ . Wie groß ist die Grenzfrequenz ν_g (siehe Gl. (4)).

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 5.1.4f, Kap. 17.2.1

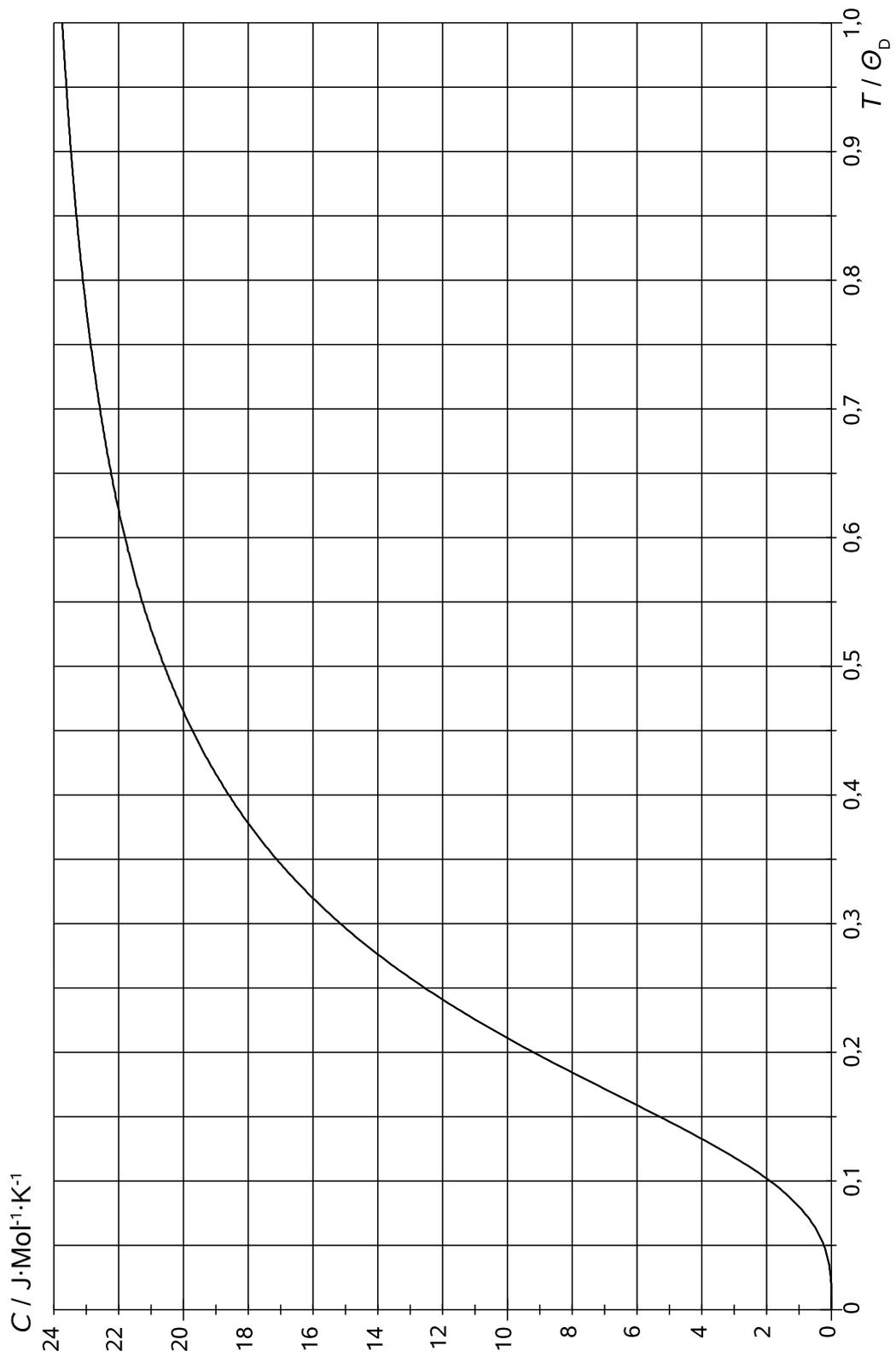


Abbildung 4: molare Wärmekapazität C nach Debye

5 Das Wiedemann-Franzsche Gesetz

5.1 Grundlagen

Bringt man einen an seinen Seiten thermisch isolierten Stab der Länge l mit seinen Stirnflächen in thermischen Kontakt mit zwei Wärmebädern $T_1 > T_2$, so ist nach Erreichen eines stationären Zustandes die pro Sekunde durch die Querschnittsfläche A transportierte Wärmemenge Q proportional zur Temperaturdifferenz $T_1 - T_2$, zu A und umgekehrt proportional zu l . Es gilt also

$$\frac{Q}{t} = \lambda \cdot A \cdot \frac{T_1 - T_2}{l}. \quad (1)$$

Die Proportionalitätskonstante λ ist das *Wärmeleitvermögen* des Materials des Stabes. Das Wärmeleitvermögen von Metallen übertrifft das von Isolatoren um mehrere Größenordnungen. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, dass die frei beweglichen Elektronen eines Leiters nicht nur den elektrischen Strom sondern auch Wärme transportieren. Eine einfache Transporttheorie liefert für λ und die elektrische Leitfähigkeit σ folgende Ausdrücke:

$$\lambda = k \cdot n \cdot \Lambda \cdot v / 2, \quad \sigma = \frac{e^2 \cdot n \cdot \Lambda}{2 \cdot m \cdot v} \quad (2)$$

- n – Elektronendichte
- Λ – mittlere freie Weglänge der Elektronen
- k – Boltzmannkonstante
- m – Elektronenmasse
- v – thermische Geschwindigkeit der Elektronen .

v ist gegeben durch $mv^2/2 = 3kT/2$. Dividiert man beide Gleichungen durcheinander, so erhält man das *Wiedemann-Franzsche Gesetz*

$$\lambda / \sigma = \pi^2 \cdot k^2 \cdot T / 3e^2. \quad (3)$$

σ und λ können mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes

$$j = \frac{I}{A} = \sigma \cdot E = -\sigma \cdot \frac{\Delta U}{\Delta s} \quad (4)$$

und des Fourierschen Gesetzes

$$S = \frac{W}{A} = -\lambda \cdot \frac{\Delta T}{\Delta s} \quad (5)$$

bestimmt werden. Hierin sind j und I Stromdichte und Strom, E die elektrische Feldstärke, ΔU der Spannungsabfall über der Länge Δs , A der Leiterquerschnitt, S und W Wärmestromdichte und Wärmestrom und ΔT der Temperaturabfall über Δs .

In diesem Versuch soll das Wiedemann-Franzsche Gesetz für verschiedene Metalle (Cu, Al, Fe und Messing) bei Zimmertemperatur überprüft werden.

5.2 Aufbau und Durchführung

5.2.1 Messung der elektrischen Leitfähigkeit σ

Zur Messung der elektrischen Leitfähigkeiten steht für jedes zu untersuchende Material ein Metallstab von ca. 22cm Länge und 4mm Dicke zur Verfügung. Der sich bei einem Strom I über eine Strecke von 20cm einstellende Spannungsabfall wird über zwei Kontaktschneiden abgegriffen und mit einem mV-Meter gemessen. Der Strom wird von einer einstellbaren Strom und Spannungsquelle geliefert (siehe Abb. 1).

Aufgaben:

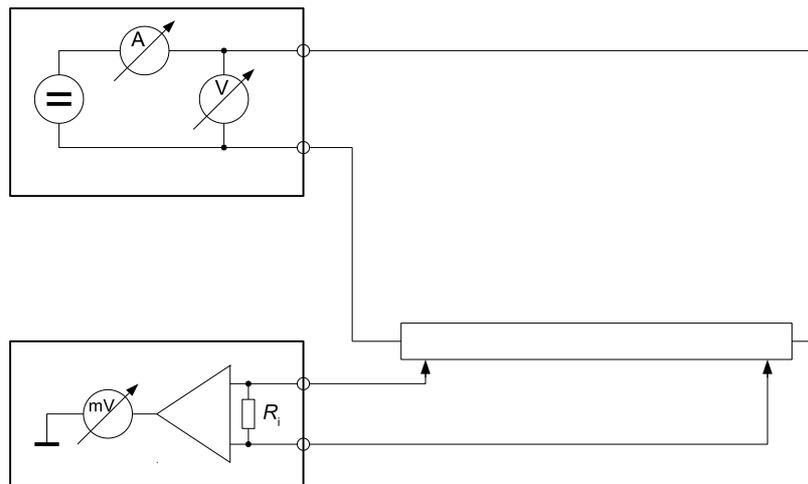


Abbildung 1: Versuchsaufbau, Leitfähigkeitsmessung

1. Messen Sie für sechs Stromstärken I den sich einstellenden Spannungsabfall und bestimmen Sie mittels Gleichung (4) die Leitfähigkeit σ . Achten Sie hierbei auf guten Sitz der Kontaktschneiden, da sonst erhebliche Messfehler entstehen.
2. Bestimmen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung der Leitfähigkeit für jedes Metall.

5.2.2 Messung des Wärmeleitvermögens λ

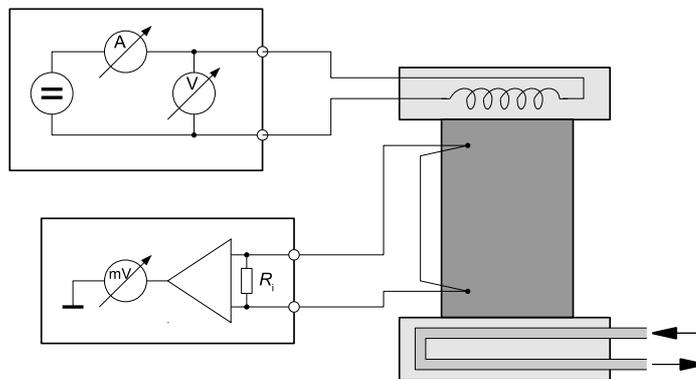


Abbildung 2: Versuchsaufbau, Messung des Wärmeleitvermögens

Zur Messung der Wärmeleitvermögen werden 39,5 mm dicke Metallzylinder verwendet. Ihnen wird an einem Ende durch eine elektrische Heizung Wärme zugeführt. Am anderen Ende wird dem Probekörper durch eine Wasserkühlung Wärme entzogen, so dass aufgrund der Temperaturdifferenz ein Wärmetransport einsetzt. Im stationären Fall wird alle am heißen Ende zugeführte Energie durch die Wasserkühlung wieder abgeführt. Wärmestromdichte $S = I_{\text{heiz}} \cdot U_{\text{heiz}}/A$ und Temperaturgradient $\Delta T/\Delta s$ vor (Abb. 2) sind konstant. Der Temperaturgradient wird mit Hilfe von fünf in Reihe geschalteten Kupfer-Konstantan-Thermoelementen, deren Lötstellen 6cm voneinander entfernt liegen, gemessen. Sie liefern im zu messenden Temperaturbereich eine

Thermospannung von $5 \cdot 40 \mu \text{V/K} = 0,2 \text{mV/K}$. Bei der Messung von ΔT ist der Gesamtinnenwiderstand R_{th} der Thermoelemente gegenüber dem Eingangswiderstand des mV-Meters ($R_i = 10 \text{M}\Omega$) zu berücksichtigen!

Aufgaben:

1. Messen Sie die Widerstände der Thermoelemente von jedem Metallzylinder.
2. Messen Sie bei 1,5 A Heizstrom den sich einstellenden Temperaturgradienten, und bestimmen Sie hieraus gemäß Gleichung (5) das Wärmeleitvermögen λ . Achten Sie darauf, dass die Probekörper mit ihrer gesamten Stirnfläche Heiz- und Kühlelemente berühren, da nur so ein guter thermischen Kontakt gewährleistet ist.
3. Vergleichen Sie die von Ihnen gemessenen Werte für λ/σ mit dem bei Zimmertemperatur zu erwartenden Wert.
4. Bestimmen Sie den Fehler von λ und λ/σ

Die Messung von ΔT muss bei stationären Verhältnissen vorgenommen werden, was bei konstanter Heizung nach 15 bis 30 Minuten der Fall ist. Die Metallzylinder sind sorgsam zu behandeln, damit die Thermoelemente nicht beschädigt werden. Die Heizung darf nur bei korrekt eingesetztem Probekörper eingeschaltet werden, da die Heizwicklung sonst überhitzt wird.

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 5.4.2, 6.4.3 und 17.3.4

6 Temperaturstrahlung

6.1 Grundlagen

Die Oberfläche eines Körpers wird *schwarz* genannt, wenn alle einfallende elektromagnetische Strahlung absorbiert wird, das Reflexionsvermögen also Null ist. Hat der Körper die Temperatur T , so strahlt er seinerseits elektromagnetische Strahlung ab. Die Strahlungsenergie ΔE , die von der Fläche ΔF im Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$ in der Zeit Δt unter dem Winkel $\Delta\Theta$ in den Raumwinkel $\Delta\Omega$ abgestrahlt wird, ist nach Planck durch

$$\Delta E = B_\lambda(T) \cdot \Delta F \cdot \Delta\lambda \cdot \Delta t \cdot \cos\Theta \cdot \Delta\Omega \quad (1)$$

gegeben. $B_\lambda(T)$ ist hierbei die *Kirchhoff-Planck-Funktion* und hat die Form

$$B_\lambda(T) = \frac{2 \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}\right) - 1}, \quad (2)$$

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum, k die Boltzmannkonstante und c die Vakuumlichtgeschwindigkeit sind. Ein Körper dessen Strahlung durch (1) beschrieben wird heißt *schwarzer Strahler*. Die Energie, die von der Fläche F eines schwarzen Körpers pro Sekunde in den Halbraum abgestrahlt wird, ergibt sich aus Gleichung (1) durch Integration über F , λ und Ω zu:

$$P = \Delta E / \Delta t = \sigma \cdot F \cdot T^4. \quad (3)$$

Diese Beziehung heißt *Stefan-Boltzmannsches Strahlungsgesetz*. Die Stefan-Boltzmann-Konstante σ hat den Wert

$$\sigma = 2\pi^5 k^4 / (15 c^2 h^3) = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ (W/m}^2 \text{K}^4\text{)}. \quad (4)$$

Im ersten Teil dieses Versuches soll das Stefan-Boltzmannsche Gesetz überprüft werden; im zweiten Teil wird die Temperatur einer Glühwendel mit Hilfe eines Strahlungspyrometers bestimmt.

Anmerkung: Den Winkel α zwischen zwei Geraden in der Ebene kann man wie folgt messen und damit auch definieren: Man schlage um ihren Schnittpunkt einen Kreis mit beliebigem Radius und messe den Bogen des Kreiabchnittes zwischen den Geraden. Als Winkel ist nun der Quotient von Bogen zu Radius definiert. Der so definierte Winkel kann Werte zwischen 0 und 2π annehmen und hat die Einheit 1, die auch als *Radian* (rad) bezeichnet wird. Das Analogon in drei Dimensionen stellt der Raumwinkel dar. Zur Messung eines Raumwinkels (z.B. der sichtbaren Mondscheibe), wird um den Beobachter eine Kugel mit beliebigem Radius geschlagen und das Objekt auf diese Kugel projiziert. Der Raumwinkel ist definiert als die von der Projektion bedeckte Fläche dividiert durch das Quadrat des Radius. Die Einheit des Raumwinkels, dessen Wert zwischen 0 und 4π liegt, ist wieder 1 und wird als *Steradian* (sr) bezeichnet.

6.2 Aufbau und Durchführung

6.2.1 Das Stefan-Boltzmannsche Gesetz

In diesem Versuchteil ist die Proportionalität der von einer Fläche F eines schwarzen Strahlers abgestrahlten Leistung zur vierten Potenz der Temperatur des Strahlers zu untersuchen. Der schwarze Strahler wird durch einen elektrischen Ofen, der eine Lochblende der Fläche F beleuchtet, nachgebildet. Da der Ofen wegen seines Aufbaus in erster Näherung als schwarzer Strahler betrachtet werden kann, stellt auch die Fläche der Lochblende einen schwarzen Strahler dar (Huygenssches Prinzip). Die Temperatur T des Ofens kann an einem Thermometer abgelesen werden.

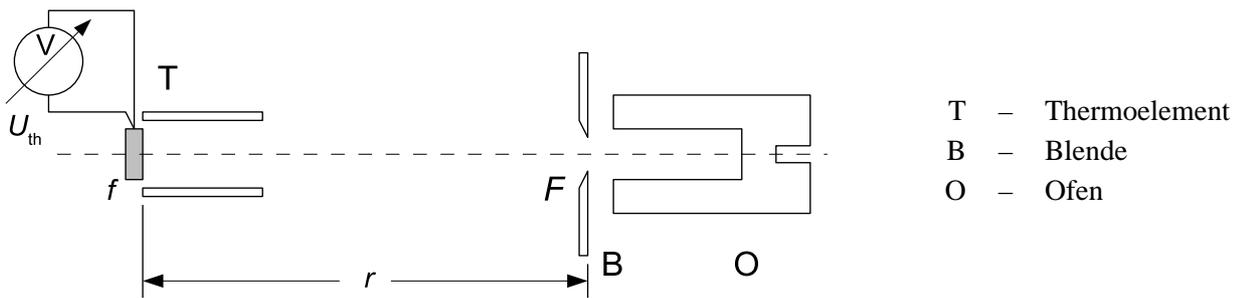


Abbildung 1: Versuchsaufbau zum Stefan-Boltzmannschen Gesetz

Ein Teil der von F abgegebene Leistung trifft im Abstand $r = 30\text{cm}$ ein Strahlungsthermoelement. Eine der beiden Lötstellen des Thermoelementes ist der Strahlung des Ofens ausgesetzt und erwärmt sich durch die vom Strahler empfangene Leistung P_1 und der von der Umgebung zugestrahlte Leistung P_2 . Die Emission des schwarzen Strahlers erfolgt in der Richtung $\Theta = 0$ in einen kleinen Raumwinkel $\Delta\Omega$. Damit ergibt sich aus Gleichung (1) mit $\Delta\Omega = f/r^2$ nach Integration über die Wellenlänge

$$P_1 = \frac{\sigma}{\pi} \cdot T^4 \cdot F \cdot \Delta\Omega = \frac{\sigma}{\pi} \cdot \frac{f}{r^2} \cdot F \cdot T^4. \quad (5)$$

Für die aus der Umgebung (Halbkugel, ausgenommen der Fläche F), zugestrahlte Leistung P_2 gilt nach Gleichung (3)

$$P_2 = \sigma \cdot f \cdot T_0^4 - \frac{\sigma}{\pi} \cdot \frac{f}{r^2} \cdot F \cdot T_0^4, \quad (6)$$

wobei T_0 die Zimmertemperatur ist. Die Referenzlötstelle befindet sich ebenfalls auf Zimmertemperatur und ist der Strahlungsleistung

$$P_3 = \sigma \cdot f \cdot T_0^4, \quad (7)$$

ausgesetzt. Die für die resultierende Thermospannung U_{th} maßgebliche Leistung P ist also

$$P = P_1 + P_2 - P_3 = \frac{\sigma}{\pi} \cdot \frac{F \cdot f}{r^2} \cdot (T^4 - T_0^4). \quad (8)$$

Durch die Bauart des Strahlungsthermoelementes ist die abgegebene Thermospannung U_{th} in erster Näherung proportional zu P . Sie ist an einem mV-Meter abzulesen. Damit sich die Blende nicht erhitzt, wird sie wie der gesamte Strahlengang mit Wasser gekühlt.

Aufgaben:

1. Erhöhen Sie die Temperatur T des Ofens langsam von Zimmertemperatur auf 230°C (maximal 250°C) und messen Sie dabei alle 10 Grad die Spannung U_{th} .
2. Tragen Sie U_{th} über $T^4 - T_0^4$ auf und verifizieren Sie anhand Ihrer Grafik das Stefan-Boltzmannsche Gesetz.

6.2.2 Temperaturmessung einer Glühwendel

In diesem Teil des Versuches soll die Temperatur einer Glühwendel mit einem Strahlungs-pyrometer bestimmt werden. Nach dem Planckschen Gesetz (2) ist die Intensität der Wärmestrahlung für eine feste Wellenlänge nur von der Temperatur abhängig. Diesen Umstand benutzt man zur Temperaturmessung von strahlenden Oberflächen und Körpern, indem man die Strahlungsleistung in einem engen Wellenlängenbereich mit einem Vergleichsstrahler bekannter Temperatur oder geeichter Emission ins Verhältnis setzt.

Hier wird zum Vergleich der Strahlungsleistungen ein visuelles Strahlungs-pyrometer verwendet, das bei einer Wellenlänge von $655,0\text{nm}$ arbeitet. Es besteht aus einem Fernrohr mit eingebauter Pyrometerlampe. Die

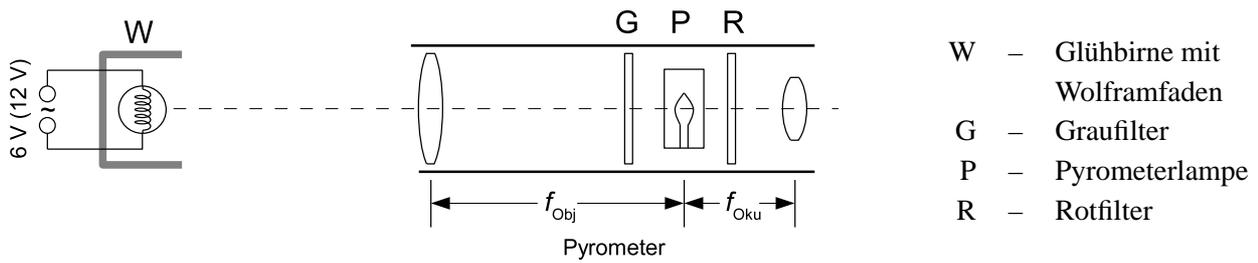


Abbildung 2: Versuchsaufbau zum Stefan-Boltzmannschen Gesetz

leuchtende Fläche wird durch das Fernrohrobjektiv in die Ebene abgebildet in der sich der Glühfaden der Pyrometerbirne befindet. Zur Temperaturmessung beobachtet man durch ein Okular mit Rotfilter den in das Objekt eingebetteten Glühfaden und variiert dessen Temperatur solange, bis er sich vom Objekt nicht mehr abhebt. In diesem Fall liegt gleiche Emission vor und man kann aus dem Strom, der durch die Pyrometerbirne fließt auf die Temperatur des Objektes schließen.

Ist das untersuchte Objekt ein schwarzer Strahler, so ist die mit dem Pyrometer gemessene Temperatur direkt die Temperatur des Strahlers. Oberflächenstrahler haben jedoch eine Temperaturstrahlung, die unter der des schwarzen Strahlers liegt, d.h.

$$E_{\lambda}(T) < B_{\lambda}(T) \quad \text{bzw.} \quad E_{\lambda}(T) = \varepsilon(\lambda, T) \cdot B_{\lambda}(T), \quad (9)$$

wodurch das Emissionsvermögen $\varepsilon(\lambda, T)$ definiert ist. Es ist für die Oberfläche spezifisch und hängt von Temperatur und Wellenlänge ab. Ist es von der Wellenlänge unabhängig, so spricht man von einem *grauen Strahler*. Beobachtet man mit einem visuellen Strahlungs-pyrometer einen nicht-schwarzen Strahler, so erhält man zunächst seine „schwarze Temperatur“ T_s , d.h. die Temperatur, die ein schwarzer Körper haben müsste, um bei der Beobachtungswellenlänge die gleiche Emission zu zeigen. Mit ihrer Definition hat man:

$$B_{\lambda}(T_s) = E_{\lambda}(T) = \varepsilon(\lambda, T) \cdot B_{\lambda}(T) \quad (10)$$

Vernachlässigt man im Planckschen Gesetz die 1 gegenüber der Exponentialfunktion, was wegen $h \cdot c / (\lambda \cdot k \cdot T) > 1$ im vorliegenden Temperaturbereich erlaubt ist, so erhält man aus Gleichung (10):

$$\ln \varepsilon = \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_s} \right). \quad (11)$$

Wenn die Temperaturabhängigkeit des Emissionsvermögens bei der Beobachtungswellenlänge bekannt ist, lässt sich T iterativ aus dieser Gleichung ermitteln.

Aufgaben:

1. Messen Sie bei den Betriebsspannungen 6 V- und 12 V jeweils sechsmal die Temperatur T_s der Glühwendel. Es ist darauf zu achten, dass während der Messung der Graufilter zwischen Pyrometerobjektiv und Pyrometerlampe geschaltet ist (Blendefahr!). Lesen Sie T_s an der entsprechenden Temperaturskala des Pyrometers ab.
2. Bestimmen Sie Mittelwerte und Standardabweichungen für alle Messwerte T_s . Ermitteln Sie hieraus die Werte $T_{s,\min}$ und $T_{s,\max}$.
3. Bestimmen Sie mit Hilfe der Gleichungen (10) und (11) iterativ die minimale und maximale Temperatur der Glühwendel. Die ε -Werte sind Abbildung 3 zu entnehmen.

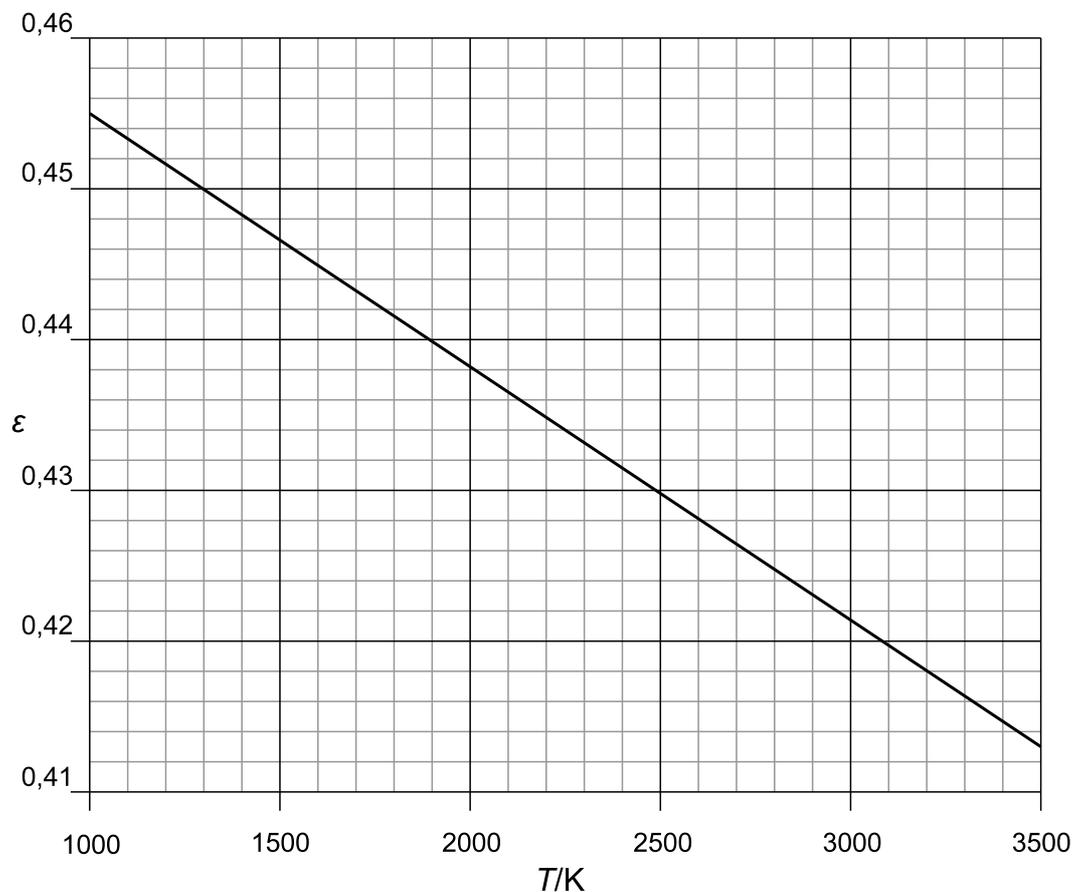


Abbildung 3: Emissionsvermögen $\varepsilon(T)$ von Wolfram bei $\lambda = 655,0 \text{ nm}$

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 11.2.

7 Wirkungsgrad einer Wärmepumpe

7.1 Theorie und Aufbau

Unter *idealen, thermodynamischen Maschinen* versteht man periodisch arbeitende Maschinen, die unter Aufwand oder Gewinn von mechanischer Arbeit, Energie in Form von Wärme zwischen zwei Wärmebädern transportieren. Eine *Wärmekraftmaschine* entnimmt einem Wärmebad höherer Temperatur Wärme und wandelt einen Teil in mechanische Arbeit (Abb. 1). Nach der *Kelvinschen Aussage* bleibt jedoch stets ein Rest Wärme, der an ein Wärmebad geringerer Temperatur abgegeben werden muss (*2. Hauptsatz der Thermodynamik*). Der maximal erreichbare Leistungsgrad einer Wärmekraftmaschine ist der des *Carnotschen Kreisprozesses*.

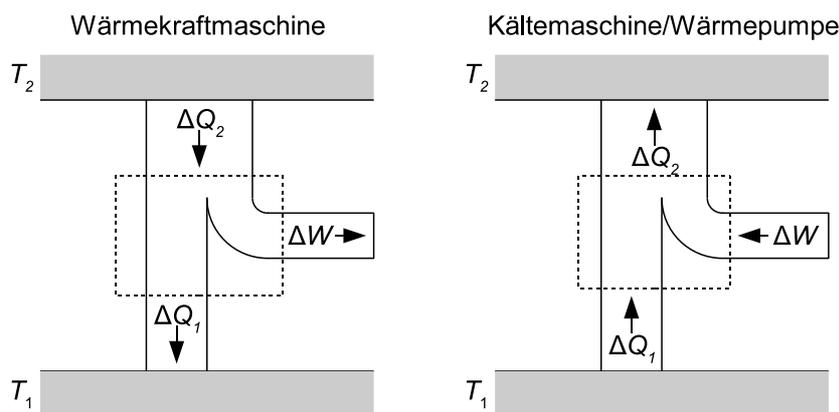


Abbildung 1: ideale Wärmekraftmaschine und Wärmepumpe

Eine Maschine, die Energie von einem Wärmebad geringerer Temperatur zu einem Wärmebad höherer Temperatur transportiert bezeichnet man aus Sicht des ersten Wärmebades als *Kältemaschine* und aus Sicht des zweiten als *Wärmepumpe*. Wärmepumpen funktionieren meist nach folgendem Prinzip: Auf der *Verdampferseite* wird das flüssige Betriebsmittel der Wärmepumpe durch Herabsetzen des Druckes zum Verdampfen gezwungen. Die hierzu nötige Verdampfungswärme wird der Umgebung entnommen, so dass es zu einer Temperaturerniedrigung kommt. Das nun gasförmige Betriebsmittel wird durch einen Kompressor abgesaugt und unter Erhöhung des Druckes auf die Verflüssigerseite transportiert. Der Druck ist hier derart dass das Betriebsmittel kondensiert. Die hierbei wieder abgegebene Verdampfungswärme führt zu einer Erwärmung.

7.2 Aufbau

Die hier verwendeten Messgeräte und die Wärmepumpe sind gemäß Abbildung 2 aufgebaut. Die Funktionsweise der Wärmepumpe ist in einer am Versuchsplatz ausliegenden Beschreibung ausführlich dargestellt.

Die Wärmepumpe entzieht dem linken Wasserreservoir in einem Zeitraum Δt die Wärmemenge ΔQ_1 und führt sie dem rechten Wasserreservoir ΔQ_2 zu. Da die Reservoirs in ihrer Masse begrenzt sind, führt dies zu einer Temperaturänderung ΔT_1 bzw. ΔT_2 . Für die vom rechten Wasserreservoir aufgenommene Wärmeleistung $\Delta Q_2/\Delta t$ gilt:

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = \frac{\Delta T_2}{\Delta t} \cdot m \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} \quad (1)$$

- m – Masse des Reservoirs
- $c_{\text{H}_2\text{O}}$ – spezifische Wärme des Wassers

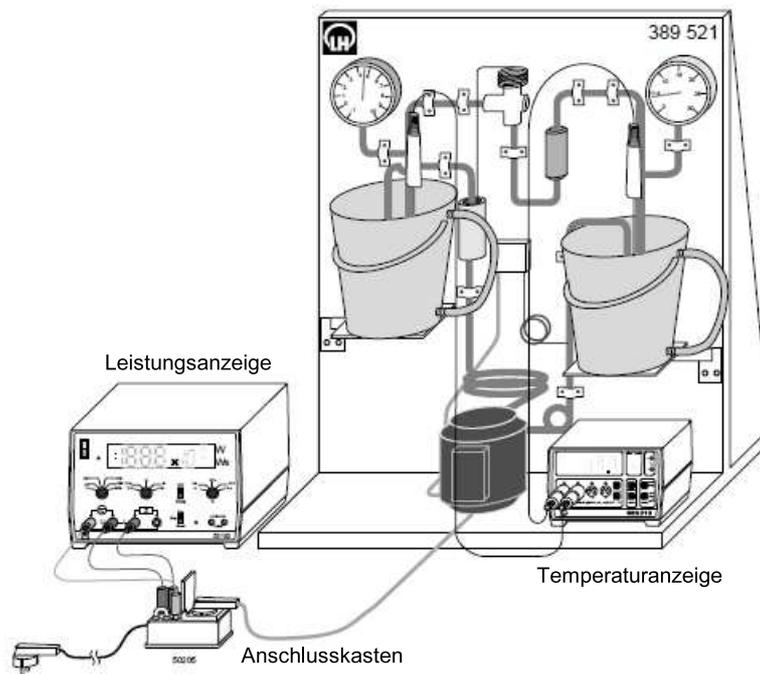


Abbildung 2: Versuchsaufbau der Wärmepumpe mit Messgeräten

Die Leistungszahl ε der Wärmepumpe ist definiert als

$$\varepsilon = \frac{\Delta Q_2}{P \cdot \Delta t}, \quad (2)$$

und damit ein Maß für die transportierte Energie pro aufgewendeter Energieeinheit. P ist hierbei die Leistung des Kompressors.

7.3 Durchführung

Vor den eigentlichen Messungen muss die Wärmepumpe warmlaufen. Gehen Sie folgendermaßen vor:

1. Trennen Sie die Wärmepumpe durch Ziehen des Kompressor-Steckers am Anschlusskasten vom Netz. Füllen Sie beide Wasserbehälter bis zur 4l-Marke und bringen Sie sie in die Versuchsposition.
2. Verbinden Sie den Kompressor wieder mit dem Anschlusskasten, und lassen Sie die Wärmepumpe ca. 10min warmlaufen.
3. Trennen Sie die Wärmepumpe wieder vom Netz und tauschen sie das Wasser in beiden Behältern aus.

7.3.1 Bestimmung der Leistungszahl

Die Leistungszahl ε kann nur größer als Eins sein, wenn durch das Kältemittel Wärme von der Verdampfer- auf die Verflüssigerseite transportiert wird. Im ersten Versuchsteil soll untersucht werden, wie wichtig der Wärmenachschub auf der Verdampferseite für ε ist. Dazu wird der Einfluss der Temperaturdifferenz $\Delta T = T_2 - T_1$ auf die Leistungszahl bestimmt.

Aufgaben:

1. Füllen Sie beide Behälter mit ca. 5l Wasser gleicher Starttemperatur $T_1 = T_2$.

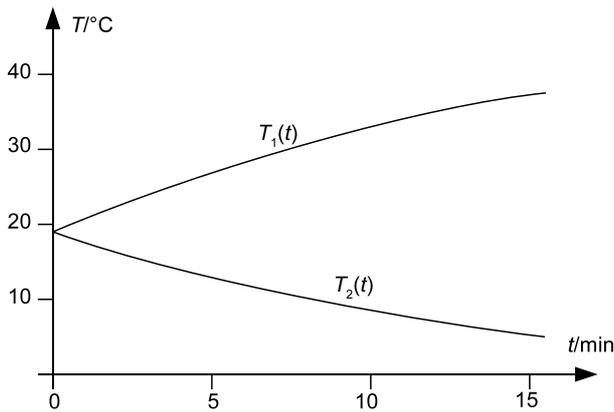


Abbildung 3: Beispiel für die zeitliche Änderung der Temperaturen T_1 und T_2

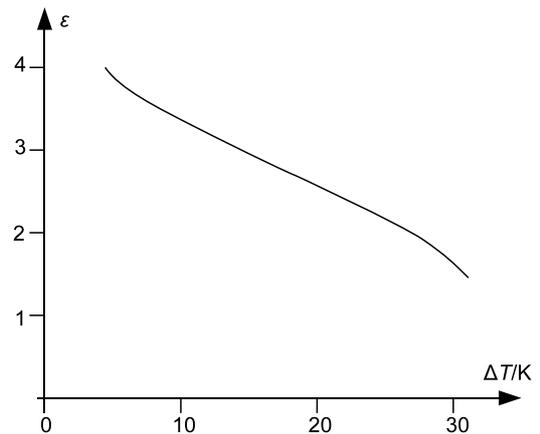


Abbildung 4: Beispiel für ε als Funktion von ΔT

- Notieren Sie, nachdem Sie die Wärmepumpe angeschlossen und in Betrieb genommen haben, über einen Zeitraum von ca. 25 min alle 30 s die Temperatur T_1 des Kaltwasserbehälters, die Temperatur T_2 des Warmwasserbehälters sowie die Leistung P des Kompressors. Während des gesamten Versuches ist das Wasser in den Behältern langsam aber kontinuierlich umzurühren!
- Tragen Sie T_1 und T_2 in einem gemeinsamen Diagramm über der Zeit auf, und legen Sie „per Hand“ glatte Kurven durch ihre Messwerte (Abb. 3).
- Bestimmen Sie grafisch durch Bildung der Differenzenquotienten $(T_2(t + \Delta t) - T_2(t))/\Delta t$ die Steigung $\Delta T_2/\Delta t$ von T_2 . Wählen Sie hierbei $\Delta t \approx 3$ min. Ermitteln Sie aus den gewonnenen Steigungen und den Werten

$$\begin{aligned} m &= 5 \text{ kg} \\ c_{\text{H}_2\text{O}} &= 4,19 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \end{aligned}$$

die Leistungszahl ε gemäß Gleichung (2) und tragen Sie sie als Funktion von $\Delta T = T_2 - T_1$ auf (Abb. 4). Ordnen Sie hierbei die ε -Werte dem Mittelpunkt des Intervalles zu, in dem Sie die entsprechende Steigung gewonnen haben.

7.3.2 Bestimmung der Leistungszahl bei konstantem T_1

Nähere Untersuchungen, bei denen z.B. durch Zumischung von Wasser T_1 oder T_2 konstant gehalten wird, zeigen, dass vor allem die Erniedrigung von T_1 für das Absinken von ε verantwortlich ist. Im zweiten Teil des Versuches soll daher die ΔT -Abhängigkeit von ε bei möglichst konstantem T_1 untersucht werden.

Aufgaben:

- Füllen Sie beide Behälter mit 5 l gleichwarmen Wasser.
- Nehmen Sie die Wasserstrahlpumpe in Betrieb (Hahn ganz aufdrehen) und geben Sie warmes Wasser hinzu, um die Temperatur konstant zu halten.
- Bestimmen Sie nun wie ersten Versuchsteil ε in Abhängigkeit von ΔT und stellen sie grafisch dar.
- Diskutieren Sie die Messergebnisse aus beiden Versuchsteilen!

Literatur:

Bergmann-Schaefer, Physik Band I, Mechanik, Akustik, Wärme
Gerthsen Physik, Kap. 5.3

8 Kritischer Punkt realer Gase

8.1 Ideale Gase

Bei dem Modell eines idealen Gases werden die Gasteilchen als Massepunkte angenommen, die nur über Stöße miteinander wechselwirken können. Für so ein ideales Gas gilt die Zustandsgleichung:

$$pV = NRT \quad (1)$$

dabei sind:

p	–	Druck des Gases
V	–	Volumen des Gases
N	–	Teilchenanzahl
R	–	Allgemeine Gaskonstante
T	–	Temperatur des Gases

In diesem einfachen Modell haben die Isothermen dann die Form $p(V) = \frac{NRT}{V}$

8.2 Reale Gase

Das Verhalten von realen Gasen kann jedoch stark von dem des vereinfachten Modellsystems abweichen. Die Hauptursachen für die Abweichung sind zum einen das endliche Volumen der Gasmoleküle und zum anderen die Wechselwirkungen der Gasmoleküle die über elastische Stöße hinaus gehen.

Die Van-der-Waals Gleichung ist eine veränderte Zustandsgleichung, die das Verhalten von realen Gasen annähert:

$$N \cdot R \cdot T = \left(p + \frac{a \cdot N^2}{V^2} \right) (V - N \cdot b) \quad (2)$$

Dabei ist $p_{Ko} = \frac{a \cdot N^2}{V^2}$ der Kohäsionsdruck, der die Wechselwirkung zwischen Gasteilchen berücksichtigt und b ist das Kovolumen, das die endliche Ausdehnung der Moleküle widerspiegelt. Der Radius r der (kugelförmig angenommene) Moleküle ist dann von b abhängig. Es gilt der Zusammenhang:

$$b = 4N \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \quad (3)$$

Die daraus resultierenden Van-der-Waals Isothermen haben unterhalb einer bestimmten Temperatur zwei lokale Extrema. Die Extrema stellen jedoch einen metastabilen Zustand dar. Der physikalisch realisierte Verlauf der Isothermen hat im Bereich der Nassdampf-Phase die Form einer Isobaren. Es existiert genau eine Isobare, die die Van-der-Waals Isothermen so schneidet, dass die beiden eingeschlossenen Flächen die gleiche Größe haben. Die resultierenden Isothermen werden Maxwell-Konstruktion genannt und sind in Abbildung 1a abgebildet. In diesen Isobaren ist die Substanz gasförmig und flüssig. Beim Erhöhen von Druck und Temperatur sind ab einem bestimmten Druck und einer bestimmten Temperatur die Dichten von flüssiger und Gasphase identisch. Es ist kein Unterschied zwischen beiden Phasen festzustellen (Abbildung 1b). Diesen Punkt (p_{cr}, T_{cr}) nennt man kritischen Punkt und die $p(V)$ -Isotherme hat in diesem Punkt eine waagerechte Wendetangente.

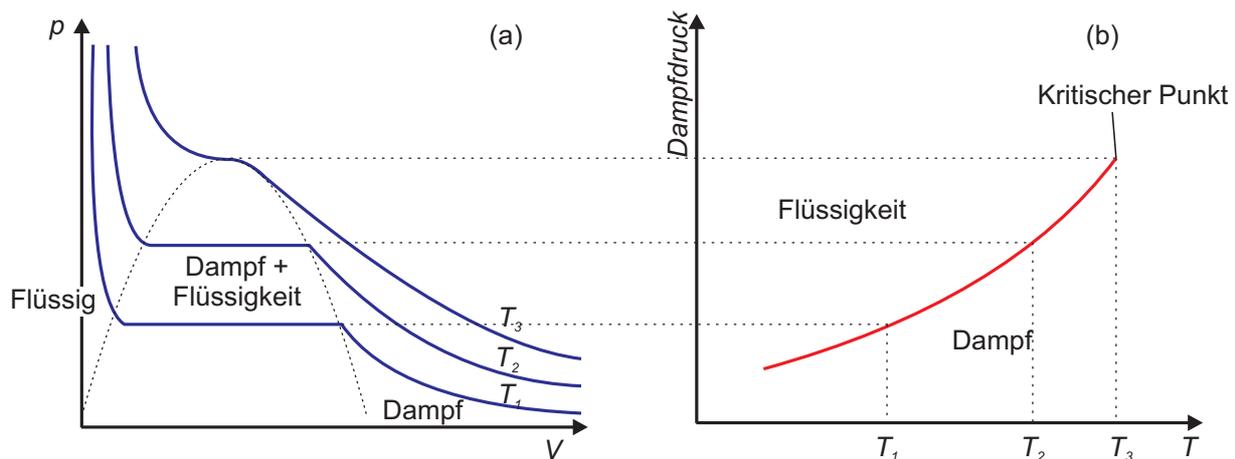


Abbildung 1: a) Schematische Darstellung der Van-der-Waals-Isothermen, b) Phasendiagramm mit Dampfdruckkurve als Trennlinie zwischen flüssiger und gasförmiger Phase bis zum kritischen Punkt

8.3 Aufbau und Durchführung

In einem beheizbaren Wasserbad befindet sich ein Glasrohr mit Schwefelhexafluorid. In dem Glasrohr kann das Volumen über ein Handrad mit Hilfe einer Quecksilbersäule verändert werden. Der zugehörige Druck kann dabei am Manometer abgelesen werden (Abbildung 2).

Bei diesem Versuch sollen für verschiedene Temperaturen die Abhängigkeit von Druck und Volumen untersucht und graphisch dargestellt werden. Aus dem Graphen soll anschließend die kritische Temperatur und der kritische Druck bestimmt werden. Bei der Messung muss darauf geachtet werden, dass sich das System im thermodynamischen Gleichgewicht befindet, bevor der Druck abgelesen wird. Dazu muss nach dem Einstellen eines neuen Volumens eine kurze Zeit gewartet werden. Besonders Beginn und Ende der Verflüssigung sind, falls vorhanden, von besonderem Interesse für die graphische Auswertung. Messen Sie daher diese Punkte besonders genau aus; Ansonsten eignen sich Volumenschritte von 0,2 ml. **Achten Sie unbedingt darauf keinen Druck über 5MPa und keine Temperaturen über 55 °C einzustellen!**

Aufgaben: (Alle gemessenen und berechneten Größen müssen mit Fehler angegeben werden)

1. Leiten Sie Gleichungen für die Van-der-Waals Konstanten a und b aus Gleichung (1) im kritischen Punkt her.
2. Nehmen Sie für verschiedene Temperaturen im Bereich 30 °C-50 °C Isothermen auf. Es reicht aus, wenn Sie die Volumenmessung bei 3,0ml beginnen. Messen Sie den Temperaturbereich zwischen 43°C und 47°C besonders genau aus.
3. Vor allem im Bereich der Nassdampf-Phase dauert es eine Zeit lang bis sich das thermodynamische Gleichgewicht einstellt. Nennen Sie Gründe dafür.
4. Tragen Sie ihre Messergebnisse aus (2) zusammen in ein $p(V)$ - Diagramm ein. Kennzeichnen Sie den Bereich der Nassdampf-Phase. Versuchen Sie eine besonders große Auflösung für den Druck zu erreichen.
5. Bestimmen Sie aus dem obigen Diagramm den kritischen Druck und die kritische Temperatur.
6. Berechnen Sie die Van-der-Waals Konstanten.

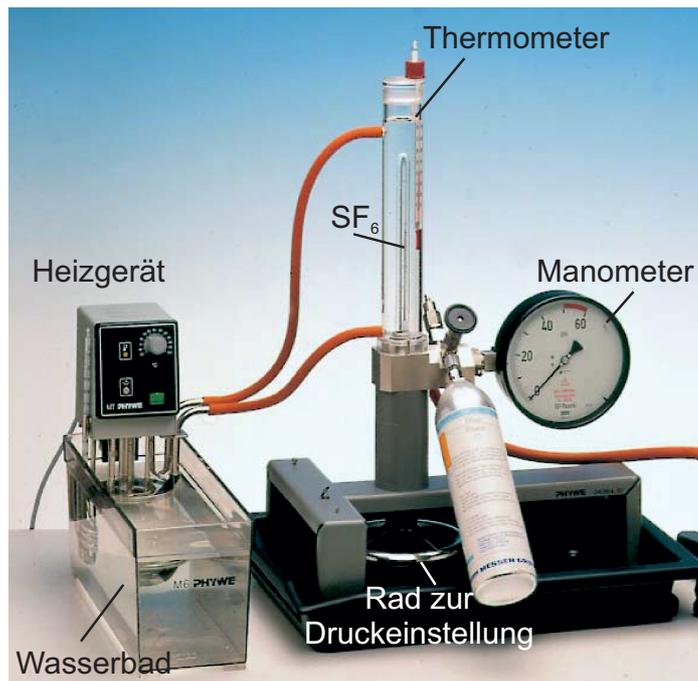


Abbildung 2: Versuchsaufbau

Literatur: Demtröder, Experimentalphysik I: Kap. 10.7.

Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 1
Gruppe 3

Atomphysik

Übersicht über die Versuche

- 3.1** Emissions- und Absorptionsspektrum von Natriumdampf
- 3.2** Compton-Effekt
- 3.3** Das Beta-Spektrometer
- 3.4** Die Bestimmung der Rydberg-Konstanten aus der Balmer-Serie des Wasserstoffs
- 3.5** Franck-Hertz-Versuch
- 3.6** Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons
- 3.7** Elektronenspinresonanz, Magnetfeldabhängigkeit der Resonanzfrequenz, Bestimmung des g-Faktors
- 3.8** Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums aus der Grenzfrequenz von Röntgenstrahlung

Anhang

Das Röntgengerät von LD-Didactic

9.2008/Ra

3.1 Emissions- und Absorptionsspektrum von Natriumdampf

1 Methode und Theorie

In diesem Versuch sollen die Wellenlängen der Emissions- und Absorptionslinien des Alkalimetalls Natrium mit einem Gitterspektrographen bestimmt werden. Nach dem Ritzschen Kombinationsprinzip ergeben sich die Frequenzen ν , bzw. die Wellenlängen λ der Spektrallinien aus den jeweiligen Differenzen zweier Energiezustände E_1 und E_2 (siehe dazu auch Abb. 1):

$$E_2 - E_1 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \quad (1)$$

Statt der Energien werden in der Spektroskopie meist die zugehörigen Wellenzahlen $\tilde{\nu}$ in cm^{-1} angegeben (siehe Tabelle 1):

$$\tilde{\nu} = 1/\lambda = E/hc. \quad (2)$$

Bei der Bestimmung der Wellenlängen ist zu berücksichtigen, dass die Messung nicht im Vakuum sondern in Luft erfolgt. Da der Brechungsindex n von Luft etwas größer als Eins ist, sind die gemessenen Wellenlängen zu korrigieren:

$$\lambda_{\text{vak}} = n \cdot \lambda_{\text{L}}. \quad (3)$$

Für die Umrechnung von Luft- in Vakuumwellenlängen gilt im Bereich des sichtbaren Lichtes die Näherungsformel:

$$\frac{\lambda_{\text{vak}} - \lambda_{\text{L}}}{\text{nm}} = (0,1 + 0,053 \cdot (0,005 \cdot \frac{\lambda_{\text{L}}}{\text{nm}} - 2)) \quad (4)$$

2 Versuchsaufbau

Zur Erzeugung der Emissionslinien steht eine mit Natrium gefüllte Gasentladungslampe zur Verfügung, die mittels einer Linse auf den Eintrittsspalt des Gitterspektrometers scharf abgebildet wird. **Die Na-Dampflampe darf ausschließlich im kalten Zustand eingeschaltet werden!**

Für das Absorptionsspektrum wird das Licht einer Glühbirne (12 V Betriebsspannung) durch einen auf ca. 180°C erwärmten, mit Na-Dampf gefüllten Glaskolben geleitet und dann auf den Eintrittsspalt des Gitterspektrometers abgebildet.

3 Durchführung

1. Stellen Sie anhand der Tabelle 1 fest, zu welchen Paaren von Energiewerten die beobachteten Linien gehören. Zeichnen Sie diese in ein Termschema ein, wobei die beobachteten Übergänge mit Pfeilen kenntlich gemacht werden. Notieren Sie an diese Pfeile die gemessenen, korrigierten Wellenlängen. Als Beispiel ist das Termschema vom Helium in Abb. 1 dargestellt. Dabei sind die sogenannten Auswahlregeln für Dipolstrahlung zu beachten: Übergänge sind nur zwischen *S*- und *P*-Niveaus, bzw. *P*- und *D*-Niveaus erlaubt. Die Drehimpulsquantenzahlen J dürfen sich bei einem Übergang höchstens um 1 (in Einheiten von \hbar) ändern.

Term	E/eV	$\tilde{\nu}/\text{cm}^{-1}$	Term	E/eV	$\tilde{\nu}/\text{cm}^{-1}$
3s $^2S_{1/2}$	0,000	0,000	5p $^2P_{3/2}$	4,345	35042,790
4s $^2S_{1/2}$	3,191	25739,860	6p $^2P_{3/2}$	4,624	37297,760
5s $^2S_{1/2}$	4,116	33200,696	7p $^2P_{3/2}$	4,872	39299,010
6s $^2S_{1/2}$	4,510	36372,647	3d $^2D_{3/2}$	3,617	29172,904
7s $^2S_{1/2}$	4,713	38012,074	4d $^2D_{3/2}$	4,284	34548,789
8s $^2S_{1/2}$	4,831	38968,350	6d $^2D_{3/2}$	4,759	38387,300
3p $^2P_{1/2}$	2,102	16956,183	5d $^2D_{3/2}$	4,592	37036,805
4p $^2P_{1/2}$	3,753	30266,880	7d $^2D_{3/2}$	4,860	39200,963
5p $^2P_{1/2}$	4,344	35040,270	3d $^2D_{5/2}$	3,617	29172,855
6p $^2P_{1/2}$	4,624	37296,510	4d $^2D_{5/2}$	4,284	34548,754
7p $^2P_{1/2}$	4,872	39298,540	5d $^2D_{5/2}$	4,759	37036,781
3p $^2P_{3/2}$	2,104	16973,379	6d $^2D_{5/2}$	4,592	38387,287
4p $^2P_{3/2}$	3,753	30272,510	7d $^2D_{5/2}$	4,860	39200,962

Tabelle 1: Auszug aus dem Termschema des Natriums.

Alle Energien, bzw. Wellenzahlen sind relativ zum Term 3s. Im Index der Termbezeichnung steht jeweils die Drehimpulsquantenzahl J .

Umgekehrt kann man anhand des Termschemas auch die zu erwartenden Wellenlängen berechnen, um diese dann am Gitterspektroskop gezielt aufzusuchen. Eventuell zusätzlich auftretende, nicht zuzuordnende Linien sind auf die optischen Eigenschaften des Spektroskopes zurückzuführen.

Untersuchen Sie insbesondere den Wellenlängenbereich von 400 nm bis 650 nm.

2. Kalibrieren Sie den Spektroskop mit den Wellenlängen der bekannten Na-D-Linien. Sie sind den Übergängen $3p \ ^2P_{1/2}$ nach $3s \ ^2S_{1/2}$ und $3p \ ^2P_{3/2}$ nach $3s \ ^2S_{1/2}$ zuzuordnen.
3. Bei der Messung des Absorptionsspektrums treten weniger Linien auf als bei der Emission. Begründen Sie diese Beobachtung unter Berücksichtigung des gegebenen Energieschemas (Tabelle 1) und der Temperatur des Natriumdampfes.

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 10.1, 14.6.

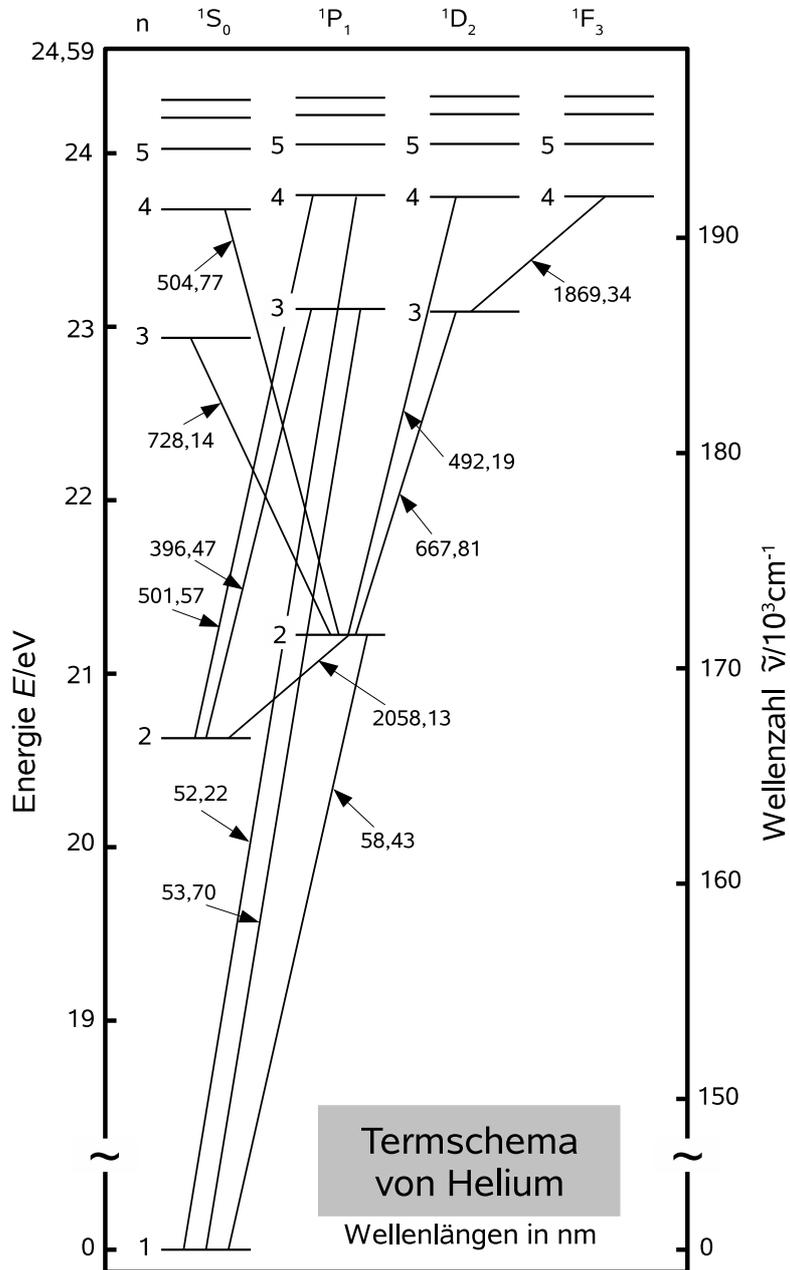


Abbildung 1: Termschema des Heliums

3.2 Compton-Effekt

1 Einführung

Bei der Streuung von Röntgenstrahlen an einem Festkörper beobachtet man eine Wellenlängenverschiebung bei den gestreuten Strahlen. Dieser Effekt wurde 1923 von dem amerikanischen Physiker *A.H. Compton* entdeckt. Er kann als Stoßvorgang zwischen dem Röntgen-Quant und einem freien Elektron der streuenden Materie erklärt werden. Dabei wird Energie vom Quant auf das Elektron übertragen. Energie und Impuls des Röntgen-Quants sind

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad \text{und} \quad p = \frac{h}{\lambda}. \quad (1)$$

- h – Plancksches Wirkungsquantum
- c – Lichtgeschwindigkeit
- λ – Wellenlänge der Röntgenstrahlung

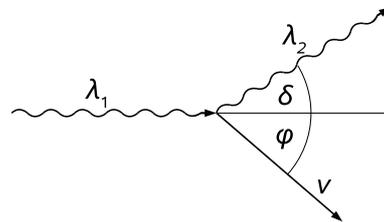


Abbildung 1: Streuung eines Röntgen-Quants an einem ruhenden Elektron

Beide Größen bleiben beim elastischen Stoß erhalten. Für ein freies, vor dem Stoß ruhendes Elektron (Abb. 1) gilt für die Energieerhaltung:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda_1} + m_0 \cdot c^2 = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} + \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}. \quad (2)$$

- λ_1 – Wellenlänge der Röntgenstrahlung vor dem Stoß
- λ_2 – Wellenlänge der Röntgenstrahlung nach dem Stoß
- v – Geschwindigkeit des Elektrons
- m_0 – Ruhemasse des Elektrons

Entsprechend folgt für die Impulserhaltung:

$$\begin{aligned} \frac{h}{\lambda_1} &= \frac{h}{\lambda_2} \cdot \cos \delta + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot v \cdot \cos \varphi \quad \text{und} \\ 0 &= \frac{h}{\lambda_2} \cdot \sin \delta + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot v \cdot \sin \varphi \end{aligned} \quad (3)$$

δ und φ – Stoßwinkel (siehe Abb. 1)

Aus den Gl. (2) und (3) ergibt sich der Zusammenhang

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_C \cdot (1 - \cos \delta) = 2 \cdot \lambda_C \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right). \quad (4)$$

Dabei ist

$$\lambda_C = \frac{h}{m_0 \cdot c} = 2,43\text{pm} \quad (5)$$

die *Compton-Wellenlänge*. Sie entspricht der Wellenlänge eines Photons, dessen Energie gleich der Ruheenergie des Elektrons ist. Da dieser Wert sehr klein ist, beobachtet man den Compton-Effekt nur bei sehr kurzweiliger Strahlung.

Neben der Compton-Streuung (inkohärent) gibt es natürlich auch noch eine klassische kohärente, d.h. also nicht in der Wellenlänge verschobene, Streustrahlung. Sie hat ihre Ursache in der Streuung der Photonen an den fest gebunden Elektronen und den Atomkernen der streuenden Materie. Dabei wird keine oder nur sehr geringe Energie auf den Stoßpartner übertragen, so dass die Wellenlänge der gestreuten Strahlung nahezu unverändert bleibt.

2 Bestimmung der Wellenlängen

Die Bestimmung der Wellenlänge der gestreuten Röntgenstrahlung geht auf eine von *R. W. Pohl* angegebene Anordnung zurück. Es wird dabei ausgenutzt, dass die Transmission T_{Cu} einer Kupferfolie von der Wellenlänge der Röntgenstrahlung abhängig ist. Aus zwei Messungen, bei denen sich die Kupferfolie einmal zwischen Röntgenquelle und Streukörper und einmal zwischen Streukörper und Zählrohr befindet, kann die Verschiebung der Wellenlänge ermittelt werden (siehe Abb. 2).

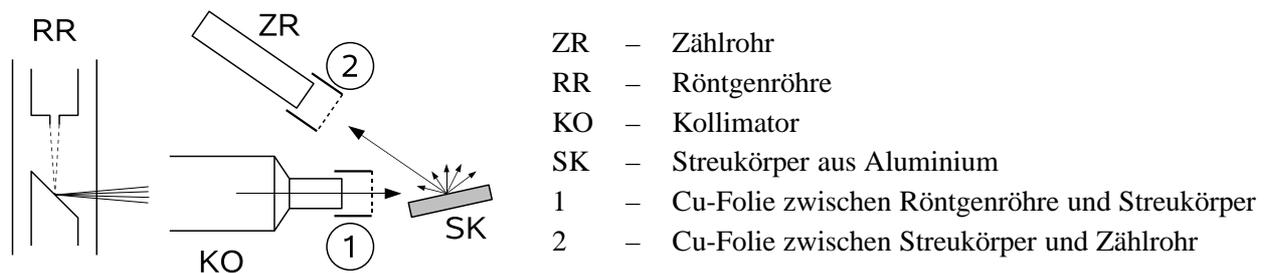


Abbildung 2: Versuchsaufbau

Nach dem Lambert-Beerschen Absorptionsgesetz gilt für die Transmission T :

$$T_{1/2} = \frac{I_{1/2}}{I_0} = e^{-\mu_{1/2}d} \quad \text{bzw.} \quad \mu_{1/2} = \frac{1}{d} \cdot \ln T_{1/2}. \quad (6)$$

$I_{1/2}$ – Intensitäten mit Cu-Folie in Position 1 bzw. 2

I_0 – Intensität ohne Cu-Folie

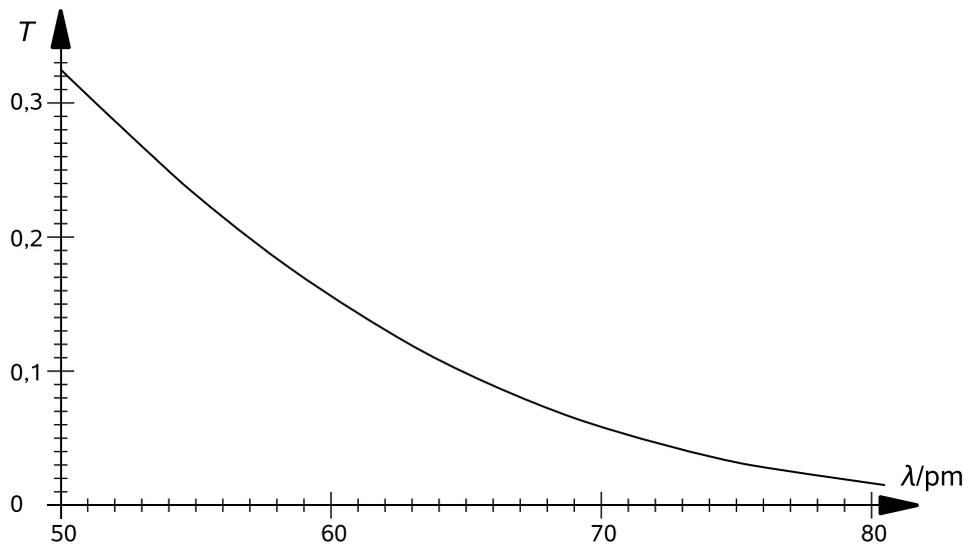
$\mu_{1/2}$ – Absorptionskoeffizienten der Cu-Folie bei den verschiedenen Wellenlängen in Position 1 bzw. 2

d – Dicke der Cu-Folie

Für die im Versuch verwendete Kupferfolie kann die Wellenlängenabhängigkeit der Transmission mit sehr guter Näherung durch den Zusammenhang

$$T_{1/2} = e^{-a \cdot \left(\frac{\lambda_{1/2}}{100\text{pm}}\right)^n} \quad \text{bzw.} \quad \lambda_{1/2} = 100\text{pm} \cdot \left(\frac{\ln T_{1/2}}{a}\right)^{\frac{1}{n}}. \quad (7)$$

mit $a = 7,6$ und $n = 2,75$ beschrieben werden (Abb. 3).

Abbildung 3: Transmission der Kupferfolie ($d = 0,07 \text{ mm}$)

3 Versuchsaufbau und Durchführung

Ein betriebsbereites Zählrohr registriert neben der zu messenden Röntgenstrahlung immer auch eine gewisse Anzahl von Impulsen, die ihren Ursprung zum größten Teil in der kosmischen Strahlung haben. Sie bilden den sog. Nulleffekt bzw. die Nullrate. Alle gemessenen Zählraten sind um diesen Wert zu korrigieren. Für die Transmissionen in den beiden Positionen 1 und 2 ergeben sich damit

$$T_1 = \frac{R_1 - R_N}{R_0 - R_N} \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{R_2 - R_N}{R_0 - R_N} \quad (8)$$

- $R_{1/2}$ – Zählraten mit Cu-Folie in Position 1 bzw. 2
- R_0 – Zählrate ohne Cu-Folie
- R_N – Nullrate

Am Röntgengerät sind folgende Einstellungen vorzunehmen:

1. Der Abstand zwischen Kollimator und Targethalter sollte ca. 6,5 cm betragen.
2. Die Aluminiumplatte ist auf den Targethalter zu legen.
3. Stellen Sie den Targetwinkel auf 20° .
4. Stellen Sie den Sensorwinkel auf 145° .
5. Stellen Sie eine Winkelschrittweite $\Delta\beta = 0,0^\circ$ ein.
6. Stellen Sie die Hochspannung auf $U = 30 \text{ kV}$ und den Emissionsstrom auf $I = 1,00 \text{ mA}$.

Eine Messung wird mit dem Taster SCAN gestartet. Dies ist nur bei geschlossenem Röntgengerät möglich. Nach Beendigung der Messung wird die mittlere Zählrate mit dem Taster REPLAY zur Anzeige gebracht.

Aufgaben:

1. Bestimmen Sie die Zählrate R_0 ohne Kupferfilter bei einer Messzeit von 120 s.

2. Stecken Sie den Kupferfilter auf den Kollimator (Pos. 1) und bestimmen Sie die Zählrate R_1 für eine Messzeit von 600 s.
3. Stecken Sie den Kupferfilter auf das Zählrohr (Pos. 2) und bestimmen Sie die Zählrate R_2 für eine Messzeit von 600 s.
4. Zur Bestimmung der Nullrate R_N wird am Röntgengerät ein Emissionsstrom $I = 0$ eingestellt und die Zählrate für ein Messzeit von 600 s bestimmt.
5. Wiederholen Sie Messungen 1 bis 4 für einen Sensorwinkel von 90° .
6. Bestimmen Sie für die beiden Streuwinkel die Transmissionen $T_{1/2}$ aus den gemessenen Zählraten unter Berücksichtigung der Nullraten.
7. Bestimmen Sie für beide Winkel mit Gl. (7) die beiden Wellenlängen $\lambda_{1/2}$ und die Wellenlängenverschiebungen $\Delta\lambda$, und berechnen Sie daraus die Compton-Wellenlänge λ_C .
8. Führen Sie eine Fehlerrechnung für λ_C durch.
9. Wie wirkt sich der kohärente Anteil der Streuung auf das Messergebnis aus?

Hinweis: Der absolute Fehler ΔR für die Zählraten R_0, R_1, R_2 und R_N ergibt sich nach der Poisson-Verteilung zu $\Delta R = \sqrt{\bar{R}/\Delta t}$

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 10.3, 13.1.

3.3 Zählstatistik und Beta-Spektrometer

1 Theorie

1.1 Das Zerfallsgesetz

Instabile Atomkerne zerfallen spontan nach einem gewissen Zeitintervall dt , mit einer Wahrscheinlichkeit, die nur Isotopenabhängig ist. Es wurde bisher keine Abhängigkeit zwischen der Zerfallsrate und äußeren Bedingungen, wie Druck, Temperatur, Magnetfeld, usw. gefunden. Angenommen, dass zu dem Zeitpunkt $t = 0$ die Anzahl von unzerfallenen Kernen N_0 ist, kann man nach einer Zeit $t > 0$ die Anzahl der noch übrigen Kerne N durch das radioaktive Zerfallsgesetz angeben:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1)$$

λ ist die Zerfallskonstante, die für jeden Kern eine charakteristische Konstante ist. Nach der Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ sind die Hälfte der vorhandenen Kerne zerfallen.

1.2 Statistische Verteilungen

Das Zerfallsgesetz beschreibt das durchschnittliche Verhalten sehr vieler Kerne. Die Wahrscheinlichkeit p , dass ein bestimmter Kern innerhalb der Zeit Δt zerfällt, ist für alle Kerne gleich. Die Wahrscheinlichkeit W_B , dass innerhalb dieser Zeit von N Kernen genau x zerfallen, ist durch die Binomial-Verteilung mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ gegeben:

$$W_B(x) = \frac{N!}{x!(N-x)!} \cdot p^x (1-p)^{N-x} \quad (2)$$

$$\mu = \sum_{x=0}^N x W_B(x) = Np, \quad \sigma^2 = \sum_{x=0}^N (x-\mu)^2 W_B(x) = Np(1-p) \quad (3)$$

Für eine sehr große Kernanzahl N und eine relativ zu N kleine Kernspaltungsanzahl x (nach der Zeit Δt) kann man die Binomialverteilung zu einer Poissonverteilung annähern, wobei p sehr klein wird. In diesem Fall ist die Wahrscheinlichkeit W_P , dass genau x Kerne zerfallen gleich

$$W_P(x) = \frac{(\mu)^x}{x!} \cdot e^{-\mu} \quad \text{wo } \mu = Np, \quad \sigma^2 = Np \quad (4)$$

Die Poissonverteilung ist um den Mittelwert μ asymmetrisch. Je größer μ , desto symmetrischer wird die Verteilung (wenn $\mu \ll N$). In diesem Fall kann man die Poissonverteilung auch als eine Gaußverteilung betrachten, wobei die Wahrscheinlichkeit W_G , dass genau x Kerne zerfallen gleich

$$W_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{mit } \mu = Np, \quad \sigma^2 = Np \quad (5)$$

ist. Damit sind 68,3% der Zählergebnisse in dem Intervall $\mu \pm \sigma$, 95,4% in dem Intervall $\mu \pm 2\sigma$, und 99,7% in dem Intervall $\mu \pm 3\sigma$ zu finden.

1.3 Der β -Zerfall

Bei diesem Versuch zum β -Zerfall wird im Gegensatz zu den übrigen Versuchen dieses Praktikums, bei denen Prozesse in der Elektronenhülle der Atome untersucht werden, die Auswirkung der schwachen Wechselwirkung im Kern des Atoms betrachtet.

Die meisten radioaktiven Elemente sind β -Strahler, d.h. sie senden energiereiche Elektronen aus. Das Elektron wird bei der Umwandlung eines Neutrons in ein Proton aus dem Kern emittiert. Diese Kernumwandlung bezeichnet man als β^- -Zerfall, der nach folgender Reaktionsgleichung verläuft:



Dabei bedeuten: n Neutron, p^+ Proton, e^- Elektron und $\bar{\nu}_e$ Antineutrino.

Daneben existieren noch zwei weitere β -Zerfallsarten, der K -Einfang und der β^+ -Zerfall, die in den gängigen Lehrbüchern der Atom- bzw. Kernphysik beschrieben werden.

Die Spektren von α - und γ -Strahlern unterscheiden sich deutlich von denen der β -Strahler. α - und γ -Strahler emittieren Strahlung mit einem oder einigen wenigen, diskreten Energiewerten. β -Strahler senden dagegen ein kontinuierliches Energiespektrum aus, angefangen von beliebig kleinen Energien bis zu einer für diesen speziellen Zerfall charakteristischen Grenzenergie. Ist dem kontinuierlichen β -Spektrum noch ein diskretes Spektrum überlagert, so handelt es sich hierbei um sogenannte Konversionselektronen, die durch die Wechselwirkung des angeregten Kerns mit den Elektronen der unteren K-Schale in Konkurrenz zur Emission eines γ -Quants ausgesandt werden. Die Energiezustände der Kerne vor und nach β -Emission sind unabhängig von der Energie des emittierten Elektrons. Da ferner das ausgesandte Elektron einen Spin besitzt und der Gesamtdrehimpuls eine Erhaltungsgröße darstellt, wurde von Pauli die Existenz des Neutrinos vorgeschlagen, welches ebenso wie das Elektron einen halbzahligen Spin besitzt. Die Gesamtenergie ist gleich der oberen Grenzenergie der Elektronen (Grenzenergie des Spektrums), sie verteilt sich auf das Neutrino und das β -Teilchen.

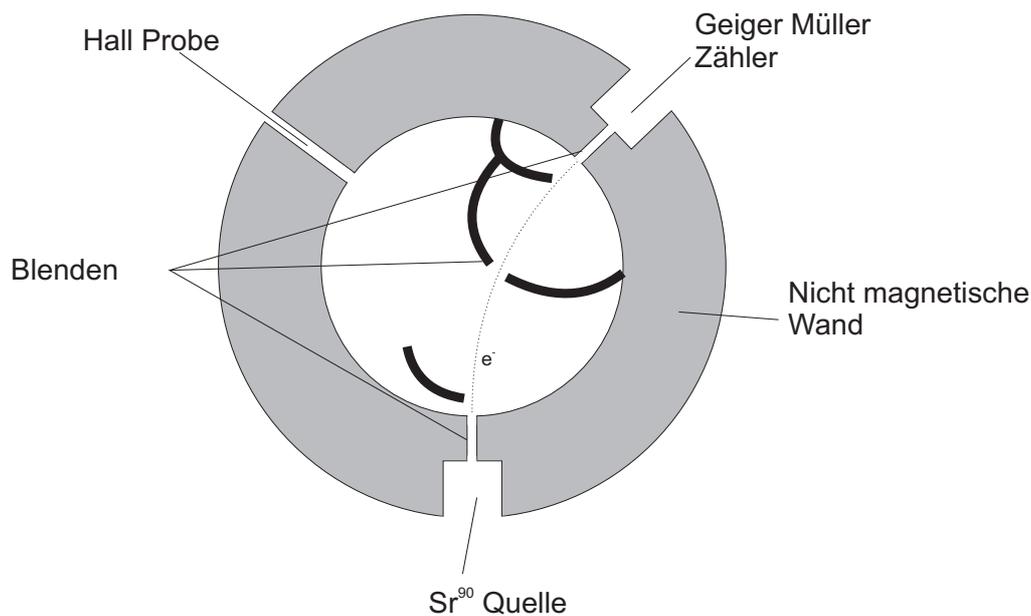
2 Versuchsaufbau und Messtechnik

2.1 Wahrscheinlichkeitspapier

Zur Überprüfung einer Verteilung ist es oft einfacher die Verteilungsfunktion zu verwenden anstatt der Dichte. Die Verteilungsfunktion $\Phi(z)$ ist definiert als die Wahrscheinlichkeit eine Messung zwischen $-\infty$ und z zu finden. Wenn W_G (Gleichung 5) aufintegriert wird, bekommt man die entsprechende Gauß'sche Verteilungsfunktion:

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z W_G(x) dx \quad (7)$$

wobei $\Phi(z \rightarrow \infty) = 1$ und $\Phi(z = \mu) = 0.5$ sind. Im Wahrscheinlichkeitspapier ist die y Achse nicht linear aufgeteilt, sie ist so aufgeteilt, dass eine Gaußverteilung (also $\Phi(z)$) immer eine Gerade ergibt. So kann der rechnerisch aufwendige Fit an einer Gaußverteilung durch graphische Auftragung auf Wahrscheinlichkeitspapier durchgeführt werden. In diesem Versuch werden die aufsummierten Häufigkeiten eines Histogramms gegen die rechte Intervallgrenze der zu dieser Summe gehörenden Histogrammbalken aufgetragen. Die Schnittpunkte μ , $\mu \pm \sigma$ und $\mu \pm 2\sigma$ sind auf dem Wahrscheinlichkeitspapier gekennzeichnet, um den Mittelwert und die Standardabweichung zu bestimmen.

Abbildung 1: Skizze des β -Spektrometers

2.2 β -Spektrometer

Die Impulsverteilung der β -Strahlung eines radioaktiven Präparates wird mit einem β -Spektrometer (siehe Abb. 1) bestimmt:

Die von dem Präparat (Sr^{90}) ausgesandte Beta-Strahlung wird in einem nichtmagnetischen Hohlraum durch einen Spalt und mehrere Blenden zu einem schwach divergierenden Elektronenstrahl geformt. Unter dem Einfluss des senkrecht zur Zeichenebene wirkenden homogenen Magnetfeldes werden die Elektronen durch die Lorentzkraft auf Kreisbahnen abgelenkt. Die Radien sind dabei abhängig von der Geschwindigkeit, bzw. dem Impuls der Elektronen und der Magnetflussdichte.

$$r = \frac{p}{e_0 \cdot B} \quad (8)$$

p = Impuls des Elektrons

B = magnetische Induktion, Umrechnung: $1 \text{ T} \equiv 1 \text{ Vs/m}^2$

e_0 = Elementarladung

Nach dem Durchlaufen der Bahn findet für Elektronen gleicher Geschwindigkeit eine Fokussierung statt. Durch einen Austrittsspalt gelangen die Elektronen in das Zählrohr und werden anschließend vom Zähler registriert. Verändert man nun die Stromstärke durch den Elektromagneten und damit das Magnetfeld, so gelangen nur diejenigen Elektronen zum Zählrohr, deren Geschwindigkeit so groß ist, dass ihr Ablenkradius genau 50 mm beträgt. Die Intensität liest man am Zähler ab. Die Magnetflussdichte wird mit dem Magnetometer gemessen.

3 Durchführung

HINWEIS: Der Strom im Elektromagnet darf nicht 4 A überschreiten

3.1 Zählstatistik

1. Stellen Sie das Magnetfeld so ein, dass Sie die Zählrate im Zählrohr maximieren (ungefähr 40/s). Stellen Sie bei einer Zählzeit von einer Sekunde die Häufigkeitsverteilung für mindestens 600 Messungen fest.
2. Zeichnen Sie ein Histogramm der Messdaten und berechnen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung.
3. Berechnen Sie für jedes Messergebnis x_i die relative Häufigkeit und bis zu der jeweiligen oberen Intervallgrenzen von x_i die Summe der relativen Häufigkeiten $S(x_i)$. Tragen Sie dann $S(x_i)$ gegen x_i auf Wahrscheinlichkeitspapier auf, bestimmen Sie daraus σ und μ und vergleichen Sie diese Größen mit den berechneten Werten. Erklären Sie aus der Zeichnung, ob die Ergebnisse normalverteilt sind.

3.2 β -Spektrometer

1. Messen Sie die Zählrate für jeweils eine Minute bei ansteigenden Magnetflussdichten B durch den Elektromagneten (0,00 mT bis 320 mT in Schritten von 10 mT). **Der Strom darf dabei nicht 4 A überschreiten!** Um den Punkt genau zu bestimmen, bei dem gerade noch Elektronen zu registrieren sind (Zählrate = Nullrate), muss im Bereich hoher Magnetflussdichten ($B = 200 \text{ mT} \dots 300 \text{ mT}$) der Abstand der Messpunkte verringert werden ($\Delta B = 5 \text{ mT}$).
2. Tragen Sie die Zählraten gegen die magnetische Induktion B auf.
3. Berechnen Sie mit Hilfe von Gleichung (8) den maximalen Impuls der Elektronen. Bestätigen Sie, dass es sich um relativistische Elektronen handelt, indem Sie aus dem klassischen Impuls mit der Ruhemasse die Geschwindigkeit berechnen. Berechnen Sie danach $\beta = v/c$, bzw. v aus der relativistischen Beziehung

$$\begin{aligned} p &= \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \beta^2}} & (9) \\ &= \gamma \cdot m_0 \cdot v \quad (\gamma = \text{Lorentz-Faktor}) \end{aligned}$$

und daraus dann die Gesamtenergie

$$W_{\text{ges}} = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2 \quad (\text{in MeV}), \quad (10)$$

die kinetische Energie

$$W_{\text{kin}} = W_{\text{ges}} - m_0 \cdot c^2 \quad (\text{in MeV}) \quad (11)$$

und die Masse

$$m = \gamma \cdot m_0 \quad . \quad (12)$$

Vergleichen Sie die Masse mit der Ruhemasse der Elektronen. Bestimmen Sie die Kernumwandlungs-Energie des Präparats und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Zerfallsdiagramm vom Sr^{90} in Abbildung 2.

4. Polen Sie den Elektromagneten um und messen Sie die Zählrate für eine Minute bei einem Magnetfeld von ungefähr -200 mT . Ist die Zählrate anders als bei $+300 \text{ mT}$? Erklären Sie die möglichen Abweichungen.

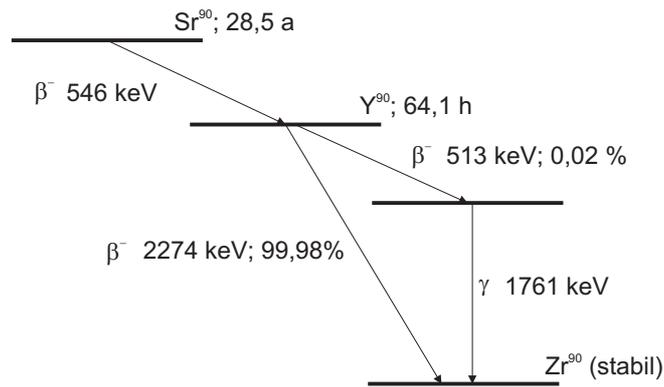


Abbildung 2: Zerfallsdiagramm des Sr^{90} .

Hinweise:

- Der Ablenkradius beträgt 50 mm.
- Nehmen Sie das Präparat nicht aus dem Spektrometer.
- Denken Sie an das Induktionsgesetz und stellen Sie den Strom langsam auf 0, bevor Sie ihn ausschalten!

Quellen für die Anleitung:

- Anleitung *Versuch Rad* physikalisches Grundpraktikum der Universität Bayreuth.
- Phywe Anleitung β -Spektrometer.

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 18.2.

3.4 Bestimmung der Rydberg-Konstanten aus der Balmer-Serie des Wasserstoffs

1 Methode und Theorie

Sowohl ältere quantentheoretische Rechnungen (*Bohr*) als auch die Quantenmechanik (*Schrödinger*) liefern für die Energieniveaus des Elektrons beim Wasserstoff unter Vernachlässigung der Mitbewegung des Protons um den Schwerpunkt des Atoms:

$$E_n = -\frac{m_e e^4 Z^2}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

Die durch Übergänge von Elektronen von höheren zu niedrigeren Niveaus verursachten Emissionslinien liegen beim Wasserstoff ($Z = 1$) somit (d.h. bei unendlich großer Masse des Kerns) bei den Frequenzen:

$$\nu_{n_1, n_2} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2)$$

$$= R_\infty \cdot c \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad \text{mit } n_1, n_2 \in \mathbb{N}, n_1 < n_2. \quad (3)$$

R_∞ ist die Rydberg-Konstante:

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 10,974 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{m}}. \quad (4)$$

Die zugehörige Energie berechnet sich zu:

$$E_R = R_\infty \cdot h \cdot c = 13,6 \text{ eV}. \quad (5)$$

Unter Berücksichtigung der Mitbewegung des Kerns um den Schwerpunkt des Atomes ergibt sich:

$$\nu_{n_1, n_2} = R_H \cdot c \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad \text{mit } R_H = \frac{R_\infty}{\left(1 + \frac{m_e}{M_H}\right)}. \quad (6)$$

Dabei sind m_e die Masse des Elektrons und M_H die Masse des Kerns ($M_H/m_e = 1836$).

2 Versuchsaufbau

Das H₂-Geißlerrohr steht hinter einem Spalt mit einer Messskala. Mit dem Fernrohr betrachtet man den Spalt durch ein Strichgitter. Die virtuellen Spaltbilder der roten H_α-, der blau-grünen H_β- und der violetten H_γ-Spektrallinie erscheinen seitlich vom Spalt vor der Skala.

Der Beugungswinkel α für ein Maximum n -ter Ordnung ergibt sich aus dem Abstand $2x$ zwischen linkem und rechtem Beugungsbild und der Entfernung a der Messskala vom Gitter nach der Beziehung (siehe Abb. 1):

$$\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}. \quad (7)$$

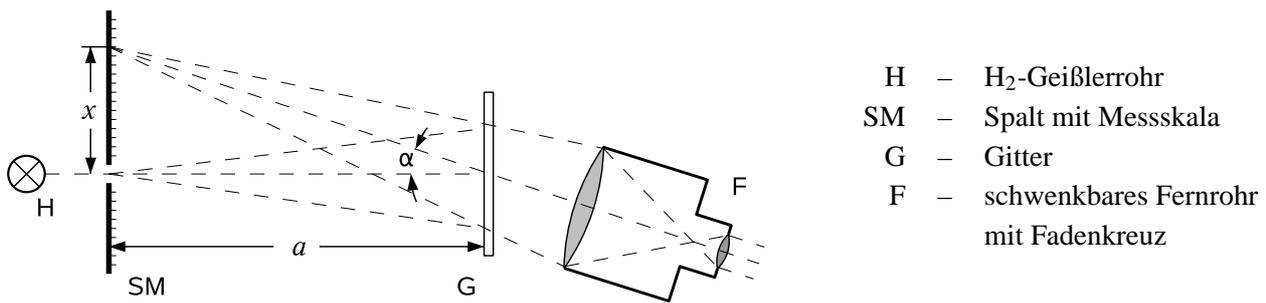


Abbildung 1: Versuchsaufbau

Nach der Theorie des Gitters erhält man bei einer Wellenlänge λ und einer Gitterkonstanten d das Beugungsbild n -ter Ordnung bei dem Beugungswinkel α mit:

$$\sin \alpha = \frac{n \cdot \lambda}{d} . \quad (8)$$

3 Durchführung

1. Zur Bestimmung der Gitterkonstanten d wird eine Natriumdampfampe ($\lambda_{\text{Na-D}} = 589,3 \text{ nm}$) verwendet. Durch Auflösen von Gl. (8) nach d erhält man mit Gl. (7):

$$d = \frac{n \cdot \lambda}{\sin \alpha} = n \cdot \lambda \cdot \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} . \quad (9)$$

Um ein genaueres Resultat zu erhalten, werden die Beugungswinkel in mehreren Ordnungen (hier möglichst 3) bestimmt, indem jeweils der Abstand von linker zu rechter Ordnung gemessen und dann die Gitterkonstante als gewichtetes Mittel errechnet wird. Schalten Sie während der Einstellung der Linie auf das Fadenkreuz im Fernrohr die Hilfslampe neben dem Fernrohr ein, um im Streulicht das Fadenkreuz besser erkennen zu können. So wird das Fernrohr auf die auszumessende Linie eingestellt. Erst danach wird die Skalenbeleuchtung angeschaltet, um den Ort des Fadenkreuzes auf der Skala abzulesen.

2. Bestimmen Sie die Wellenlängen der Linien H_α , H_β , H_γ der Balmer-Serie des Wasserstoffs. Nach Gl. (9) ist

$$\lambda = \frac{d}{n} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} . \quad (10)$$

Die Grenzfrequenz ν_∞ dieser Serie kann mit Hilfe des *Madelung'schen Extrapolationsverfahrens* bestimmt werden:

Tragen Sie dazu die Frequenzen $\nu = c/\lambda$ der Serie auf der y-Achse eines Diagramms auf (siehe Abb. 2). Auf der x-Achse werden die Punkte $1/n_2^2$ für $n_2 = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ markiert und die Messwerte für die Frequenzen auf die Senkrechten in diesen Punkten übertragen.

Nach Gl. (6) ist der Zusammenhang zwischen ν und $1/n_2^2$ eine abfallende lineare Funktion mit n_1 als zunächst unbekanntem Parameter. Um zu ermitteln, zu welchen n_2 die drei gemessenen Spektrallinien gehören, verbindet man im Diagramm die Messpunkte auf jeweils drei benachbarten Senkrechten ($n_2 = k, k+1, k+2$). Die richtigen Punkte müssen dabei unter Berücksichtigung der Messfehler (Fehlerbalken) auf einer Geraden liegen. Durch Extrapolation dieser Geraden auf die y-Achse ($n_2 \rightarrow \infty$) wird ν_∞ ermittelt.

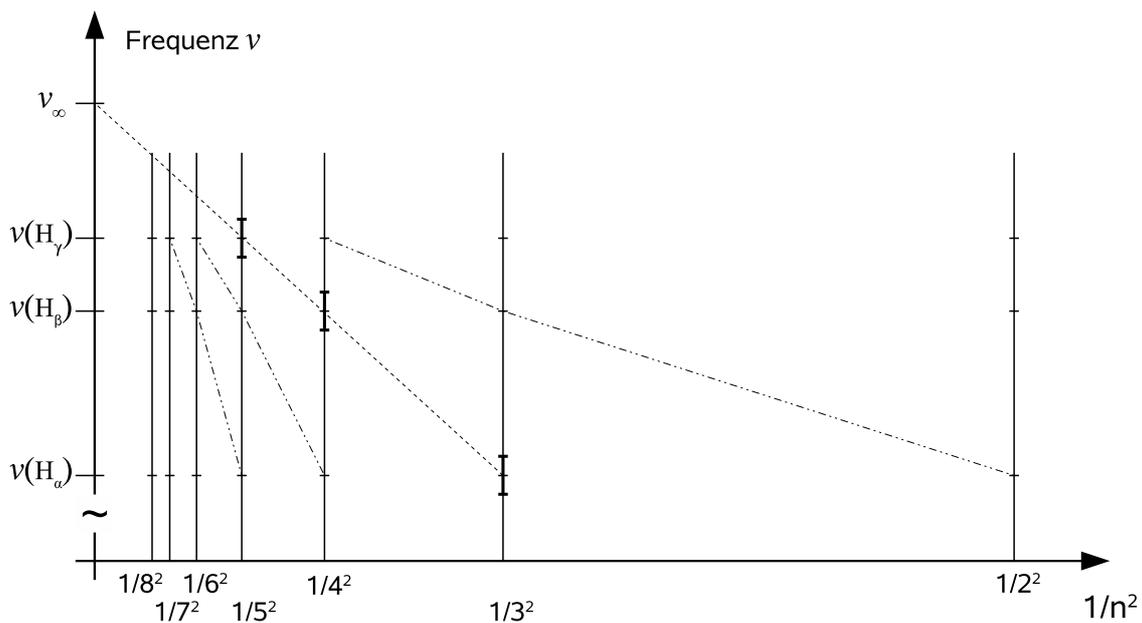


Abbildung 2: Skizze zum Madelung-Verfahren

3. An der konstruierten Geraden kann man außerdem erkennen, zu welcher Serie (Lyman, Balmer, Paschen, Bracket oder Pfund) die gemessenen Spektrallinien H_α , H_β , ... gehören. Welche Werte von n_1 und n_2 in Gl. (6) sind den drei Linien zuzuordnen?

Die Rydberg-Konstante berechnet sich nach

$$R_\infty = \frac{4 \cdot \nu_\infty}{c} \cdot \left(1 + \frac{m_e}{M_H} \right). \quad (11)$$

Vergleichen Sie den experimentell erhaltenen Mittelwert von R_∞ mit dem theoretischen.

4. Bestimmen Sie in einer Fehlerrechnung die Fehler der Gitterkonstanten d und der Wellenlängen λ_{H_α} , λ_{H_β} und λ_{H_γ} unter Beachtung der Fehlerfortpflanzung. Schätzen Sie die Genauigkeit von R_∞ ab.

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 10.1, 14.2.

Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 1
Gruppe 3 - Atomphysik

3.5 Franck-Hertz-Versuch

1 Methode und Theorie

Im Jahre 1885 gelang es *Balmer* in den Spektren des atomaren Wasserstoffs Spektralserien zu erkennen. Die empirische Serienformel von *Balmer* wurde durch *Runge* und *Rydberg* weiterentwickelt und auf andere Elemente angewendet. 1913 forderte Nils *Bohr* unter radikalem Bruch mit der klassischen Vorstellung für die Atome die Existenz diskreter Energiestufen und setzte die Energie einer Spektrallinie bei Absorption oder Emission gleich der Differenz zweier solcher Energiestufen zu $h\nu$ fest. Man kann die Energie der verschiedenen Zustände, die ein Atom annehmen kann, nach dieser Theorie spektroskopisch ermitteln und in einem Niveauschema einzeichnen. *Franck* und *Hertz* bestimmten 1914 unabhängig von der Bohrschen Theorie die Größe der einzelnen Energieniveaus von Quecksilberatomen aus elektrischen Messungen und zwar aus Untersuchungen des Elektronenstoßes mit Quecksilberdampf. Sie erhielten bei diesen Experimenten Anregungsenergien, die mit den spektroskopisch ermittelten übereinstimmen.

In einem mit Quecksilberdampf (siehe hierzu Abb. 1) gefüllten Rohr befindet sich eine Glühkathode K, eine netzförmige Anode A, und eine Gegenelektrode G, deren Potential etwa 1,5 V negativer als das der Anode ist. Die Elektronen werden durch eine zwischen K und A liegende, variable Spannung U_A beschleunigt. Ist U_A größer als die Gegenspannung U_G , so reicht die kinetische Energie der Elektronen aus, um zur Gegenelektrode G zu gelangen. Der Strom I_G wird also mit wachsendem U_A ansteigen.

Bei Erreichen einer bestimmten Spannung $U_{A,kr}$ fällt I_G allerdings plötzlich stark ab: Die Elektronen übertragen jetzt ihre kinetische Energie durch inelastische Stöße an die Hg-Atome und regen diese dabei an. Die bleibende kinetische Energie reicht dann nicht mehr aus, um gegen U_G anzulaufen. Bei weiter wachsender Spannung U_A wird die Anregungsenergie auf dem Weg zur Anode früher erreicht, so dass die Elektronen nach dem Stoß wieder so stark beschleunigt werden, dass sie das Gegenfeld überwinden. Der Strom I_G steigt wieder an. Bei $U_A = 2 \cdot U_{A,kr}$ wird die Anregungsenergie zwischen A und K zweimal erreicht. Der Strom I_G fällt wieder ab. Dieser Vorgang wiederholt sich nun bei ganzzahligen Vielfachen von $U_{A,kr}$. Man erhält also einen Verlauf von $I = I(U_A)$ wie in Abb. 2.

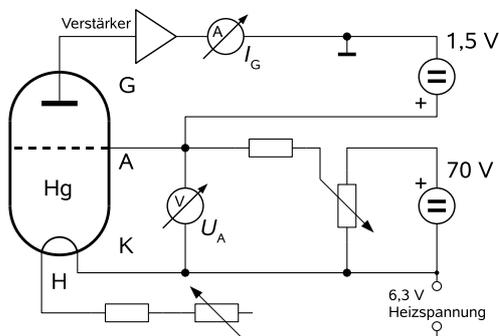


Abbildung 1: Versuchsaufbau

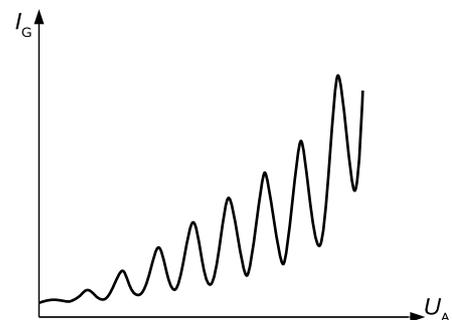


Abbildung 2: Beispielmesskurve

In dem Versuch wird das erste Niveau (6^3P_1) über dem Grundzustand (6^1S_0) des Quecksilbers angeregt (Be-

achten Sie dabei die Änderung der Multiplizität, die bei Hg leicht erreicht wird: Es gilt kein strenges Interkombinationsverbot mehr!). Mit einem Spektroskop würde man die Spektrallinie beobachten, die dem Übergang des Elektrons aus dem Zustand 6^3P_1 in den Grundzustand entspricht. Die Linie befindet sich im ultravioletten Bereich.

Aufgrund ihrer geringen Amplitude kann man die ersten Maxima nur schlecht beobachten. Außerdem liegt das erste Maximum aufgrund von Kathodeneffekten nicht exakt bei $U_{A,kr}$. Im Versuch werden daher nur die Abstände zwischen den Maxima ausgewertet. Durch energiereichere Elektronen lassen sich grundsätzlich höhere Energieniveaus entsprechend ihrem Wirkungsquerschnitt anregen. Man erhält so durch Elektronenstoßanregung ein Energieschema, welches mit dem optisch ermittelten übereinstimmt.

2 Versuchsaufbau

Das Schaltbild des Versuchsaufbaus ist in Abb. 1 dargestellt.

3 Durchführung

Die Elektronenstoßröhre muss vor Versuchsbeginn in einem Ofen auf etwa 180°C erhitzt werden, damit die Hg-Dampfdichte ausreicht, um eine genügend hohe Stoßwahrscheinlichkeit zu gewährleisten. Als Folge der geringen Primärelektronendichte gelangt nur ein kleiner Strom zur Gegenelektrode. Er wird in einem Messverstärker linear verstärkt. Auf der Frontseite des Ofens ist ein komplettes Röhrenschaltbild durch fette Striche und die Beschaltung der Peripherie durch dünne Striche angegeben.

1. Verändern Sie U_A von 0 V bis 50 V in 1 V-Schritten, und tragen Sie den Strom I_G als Funktion der Beschleunigungsspannung U_A grafisch auf.
2. Messen Sie die Maxima fünfmal genau aus. Beginnen Sie jeweils bei $U_A = 0\text{ V}$ und erhöhen die Spannung so, dass nacheinander die Maxima erreicht werden. Notieren Sie die zugehörigen Spannungen U_A .
3. Berechnen Sie den Mittelwert von $U_{A,kr}$ und die zugehörige Standardabweichung.
4. Berechnen Sie die Wellenlänge λ der Spektrallinie, die als Folge der Stoßanregung von den Hg-Atomen emittiert wird, und geben Sie ihren Fehler an.

Achtung: Vor dem Einschalten der Geräte und Spannungen muss die Schaltung vom *Assistenten* überprüft werden!

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 13.4.

Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 1
Gruppe 3 - Atomphysik

3.6 Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons e/m

1 Grundlagen

In einer Fadenstrahlröhre werden die aus der beheizten Kathode austretenden Elektronen durch die hohe Anodenspannung U_a beschleunigt (Abb.1). Sie treten durch eine Öffnung der Anode aus und fliegen von dort mit der konstanten Geschwindigkeit \vec{v} in die y -Richtung. Ihre kinetische Energie berechnet sich zu

$$E = \frac{m \cdot v_y^2}{2} = e \cdot U_a \quad (1)$$

dabei sind m die Masse und e die Ladung des Elektrons.

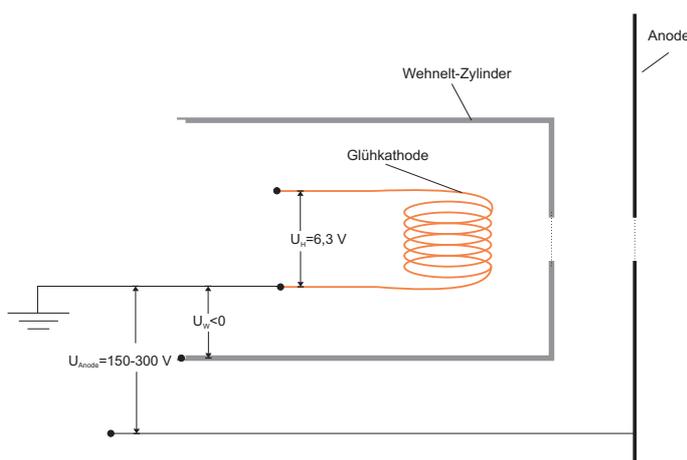


Abbildung 1: Elektronenbeschleunigung

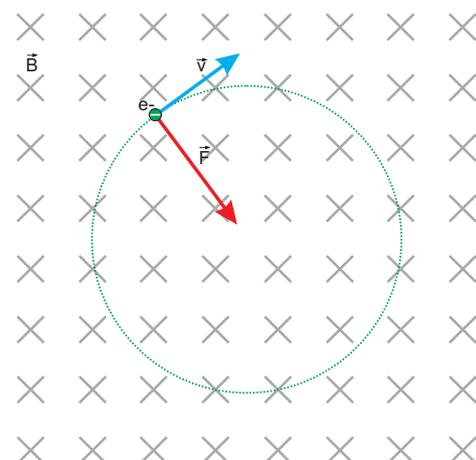


Abbildung 2: Ablenkung eines Elektrons

Die Richtung des gleichzeitig anliegenden homogenen Magnetfelds \vec{B} , das vom die Röhre umgebenden Helmholtz-Spulenpaar erzeugt wird, verläuft senkrecht zu \vec{v} . Die dadurch auf die Elektronen wirkende Lorentz-Kraft steht senkrecht auf \vec{B} und \vec{v} und zwingt die Elektronen damit in eine Kreisbahn mit dem Radius r in der y - z -Ebene (siehe Abb.2). Die Zentripetalkraft F , die auf das Elektron ausgeübt wird, ist gleich der Lorentz-Kraft. Für die skalaren Größen ergibt sich

$$\frac{mv_y^2}{r} = ev_y B_z. \quad (2)$$

Durch Kombination der Gleichungen (1), (2) erhält man schließlich

$$U_a = \frac{e B_z^2 \cdot r^2}{m \cdot 2}. \quad (3)$$

2 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 dargestellt. Das Fadenstrahlrohr ist ein evakuiertes kugelförmiges Gefäß, das mit Wasserstoff (H_2) bis zu einem Druck von ca. 1 Pa gefüllt wurde. Manche Elektronen stoßen in ihrer Bahn mit den Wasserstoffatomen und diese erzeugen durch Fluoreszenz sichtbares Licht. Der Elektronenfluss und die Divergenz des Elektronenstrahls werden mit Hilfe eines Wehnelt Zylinders (mit einer negativen Spannung bis -50 V) vor der Anode geregelt.

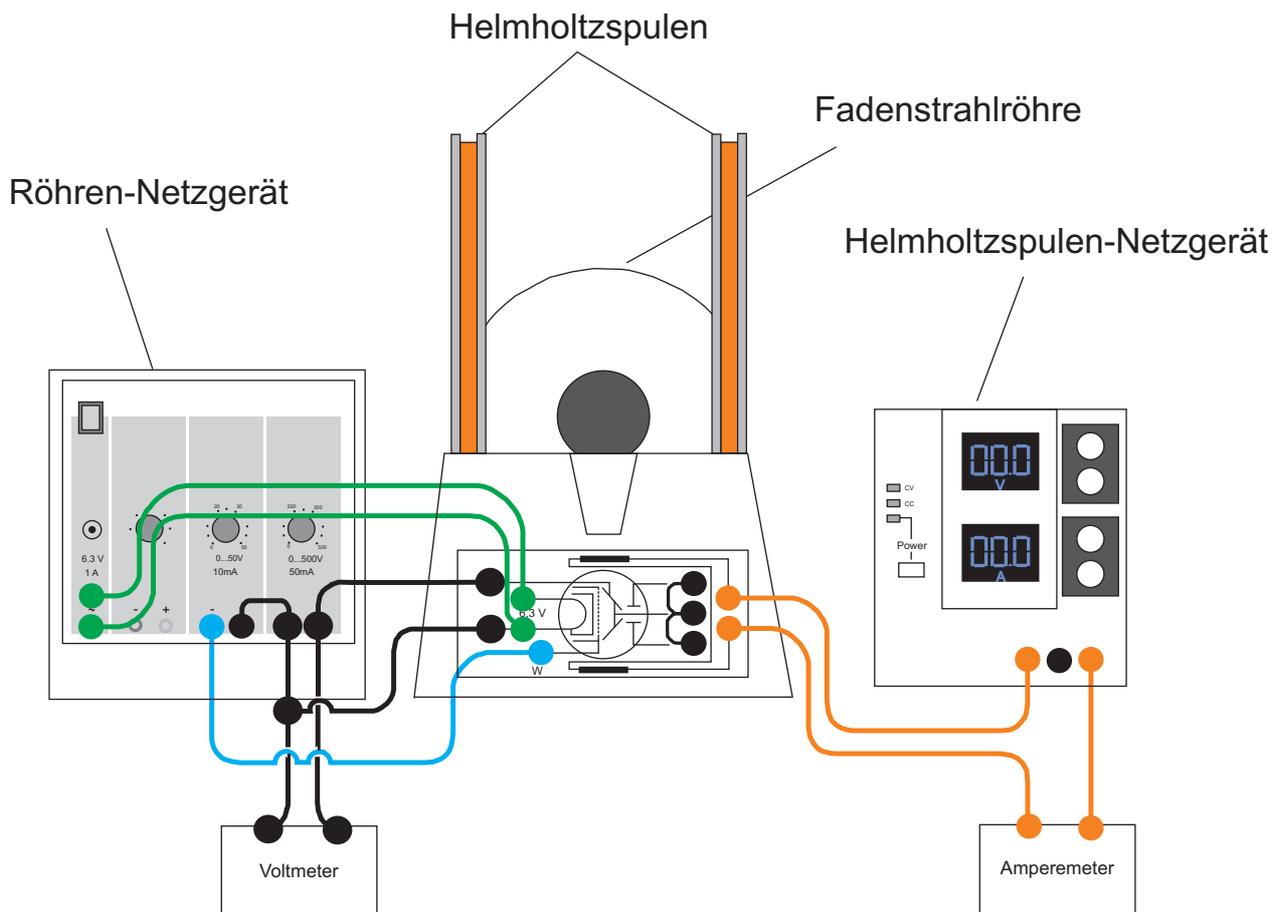


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

Das Röhren-Netzgerät verfügt über vier Spannungsquellen: (Von links nach rechts) Eine Konstante, nicht einstellbare Quelle mit 6,3 V, eine variable Quelle von 4,5 bis 7,5 V (wird **nicht** verwendet), eine variable Quelle von 0 bis 50 V (für den Wehnelt Zylinder), und eine weitere variable Quelle von 0 bis 500 V für die Anoden- (Beschleunigungs-) Spannung.

Das Helmholtzspulen-Netzgerät kann bis 3 A Strom und eine Spannung von 20 V liefern. Das Helmholtzspulenpaar erzeugt folgendes Magnetfeld um das geometrische Zentrum des Spulenpaares herum:

$$B_z = \frac{\mu_0 n I}{(5/4)^{3/2} R} \quad (4)$$

Dabei sind:

- I – Strom durch die Spule
- R – Mittlerer Radius einer Spulenwindung
- n – Windungszahl
- μ_0 – Magnetische Permeabilität des Vakuums

Aus den Gleichungen (3) und (4) erhält man für die Anodenspannung:

$$U_a = \left(\frac{e}{m}\right) \left(\frac{32}{125}\right) \left(\frac{\mu_0 n r}{R}\right)^2 \cdot I^2 \quad (5)$$

Für die feststehenden Daten sind im Versuch folgende Werte einzusetzen:

Windungszahl	n	=	130
Spulenradius	R	=	150 mm
magnetische Feldkonstante	μ_0	=	$1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

3 Durchführung

Hinweise:

- **Helmholtz-Spulen nur kurzzeitig über 2 A belasten**
- **Netzgeräte ausschalten und sämtliche Drehpotentiometer zum Linksanschlag drehen.**
- **Fadenstrahlrohr (Implosionsgefahr) und Helmholtzspulen im Betrieb nicht berühren.**

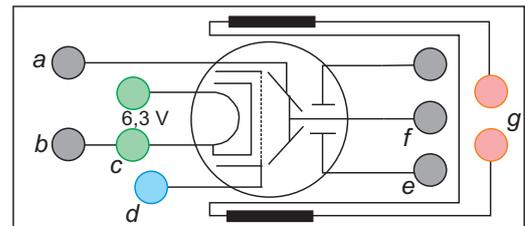


Abbildung 4: Anschlussbelegung: a Anode, b Kathode, c Kathodenheizung, d Wehneltzylinder, e und f nicht angeschlossen, und g Helmholtzspulen.

Einstellungen

1. 6,3-V-Eingang des Fadenstrahlrohres an 6,3-V-Ausgang des Röhren-Netzgeräts anschließen.
2. Pluspol des 50-V-Ausganges am Röhren-Netzgerät mit Minuspol des 500-V-Ausganges kurzschließen und mit Buchse des Fadenstrahlrohres (Kathode) verbinden (siehe dazu Abbildung 4).
3. Buchse + des Fadenstrahlrohres (Anode) mit Pluspol des 500-V-Ausgangs, Buchse W (Wehneltzylinder) mit Minuspol des 50-V-Ausgangs verbinden.
4. Ablenkplatten des Fadenstrahlrohres auf Anodenpotential legen.
5. Zur Messung der Beschleunigungsspannung U_a Voltmeter (Meßbereich 300 V) an 500-V-Ausgang anschließen.
6. DC-Netzgerät und Amperemeter (Meßbereich 3 A) in Reihenschaltung mit den Helmholtz-Spulen verbinden.

7. Vergewissern Sie sich, dass alle Netzteile zum Linksanschlag gedreht sind.
8. Lassen Sie den Aufbau von den Betreuern überprüfen.
9. Schalten Sie alle Netzteile an.
10. Stellen Sie den Strom der Helmholtzspulen auf 1 A.
11. Stellen Sie die Anodenspannung auf 300 V.
12. Stellen Sie die Helligkeit und Schärfe der Elektronenbahn mit Hilfe der Wehneltzylinder-Spannung ein.
13. Warten Sie ungefähr eine Minute, bis sich die Temperatur der Glühkathode stabilisiert hat.

Aufgaben:

1. Verändern Sie den Spulenstrom I_s bis die Elektronenkreisbahn 80 mm Durchmesser hat. Reduzieren Sie die Anodenspannung in 10 V Schritten bis auf 150 V und wählen Sie jedesmal den Spulenstrom I so, dass der Durchmesser der Kreisbahn bei 80 mm bleibt.
2. Führen Sie weitere Messungen wie in Aufgabe 1 für noch zwei weitere feste Kreisdurchmesser durch (wenn nötig, Wehneltzylinder-Spannung wieder einstellen).
3. Stellen Sie, für jede Messung, U_a gegen I^2 graphisch dar und bestimmen Sie mittels linearer Regression die Steigung der Geraden.
4. Berechnen Sie aus der bestimmten Geraden und Gleichung (5), die Spezifische Ladung e/m des Elektrons und ihren Messfehler $\Delta(e/m)$.
5. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit dem Literaturwert, und erklären Sie die möglichen Abweichungen.

Hinweis: Vermeiden Sie parallaxen Fehler mit Hilfe des Spiegels hinter der Messvorrichtung

Literatur:

1. Wolfgang Demtröder: *Experimentalphysik 2. Elektrizität und Optik*. Springer Verlag, 6. Auflage. Berlin Heidelberg 2013. Teile 3.2 und 3.3.

3.7 Elektronenspinresonanz, Bestimmung des g-Faktors

1 Einführung

Die Elektronenspinresonanz (ESR) ist ein Verfahren, das in vielen Bereichen, wie z.B. der Untersuchung von Kristallstrukturen oder von chemischen Reaktionen, eingesetzt werden kann. Es wurde erstmals von E. K. Zavoisky (Kasan 1945) beschrieben und nutzt den Effekt aus, dass ein paramagnetischer Stoff wegen der Aufspaltung der Spinzustände in einem Magnetfeld hochfrequente elektromagnetische Strahlung absorbiert (Zeeman-Effekt). Nach einem ähnlichen Prinzip arbeitet auch die in der Medizin heute häufig eingesetzte Kernspinresonanz (NMR).

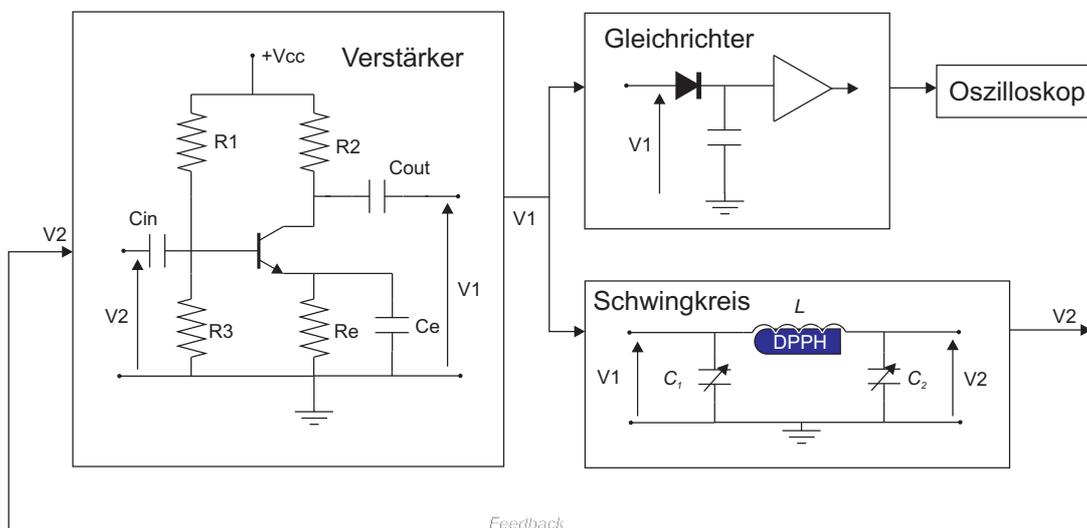


Abbildung 1: Schematische Schaltung des Aufbaus

Elektronenspinresonanz findet man ausschließlich bei paramagnetischen Materialien, da nur hier die Bahndrehimpulse und Spins der Elektronen einen von Null verschiedenen Gesamtdrehimpuls ergeben können. Im Versuch soll eine Probe aus Diphenyl-Picryl-Hydrazyl (DPPH) untersucht werden. Sie befindet sich in der Spule eines *Colpitts Oszillators* (siehe Abbildung 1). Wenn die Spannung V_{cc} größer als null wird, laden sich die Kondensatoren des Schwingkreises C_1 und C_2 auf. Sobald sie geladen sind, entladen sie sich über der Spule L . Wenn die Spule geladen ist, entlädt sie sich über die Kondensatoren. Dieser Prozess bringt die Schaltung zum oszillieren. Der Verstärker misst die Spannung V_2 , und verstärkt diese, um die verluste in dem Schwingkreis aufzuheben, damit die Oszillationen erhalten bleiben. Die Frequenz der Oszillation entspricht immer der Resonanzfrequenz des Schwingkreises und man kann sie mit den variablen Kondensatoren C_1 und C_2 und verschiedenen Spulen einstellen. In unserem Fall ist die Frequenz von 15 bis 130 MHz einstellbar. Senkrecht zu der Spule liegt ein magnetisches Gleichfeld an. Die o.g. Absorption führt zu einer messbaren Änderung des Wechselstromwiderstandes des Schwingkreises, die zu einer niedrigeren Spannung V_2 und

V1 führt. V1 wird gleichgerichtet und im Oszilloskop gemessen. Die organische Verbindung DPPH ist ein Radikal, bei dem an einem Stickstoffatom ein ungepaartes Elektron auftritt (Abb. 2). Diese Elektronen sind, da sie keinen Bahndrehimpuls besitzen ($l = 0$), für Elektronenspin-Resonanzversuche besonders gut geeignet.

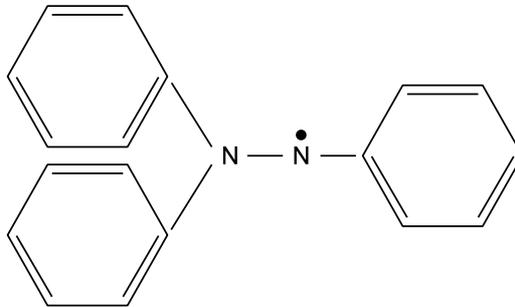


Abbildung 2: Diphenyl-Picryl-Hydrazyl DPPH

2 Theoretische Grundlagen

Der Gesamtdrehimpuls eines Elektrons setzt sich zusammen aus dem Bahndrehimpuls \vec{L} und dem Spin \vec{S} . Zu jedem gehört ein magnetisches Moment

$$\vec{\mu}_L = -\frac{\mu_B}{\hbar} \cdot \vec{L} \quad \text{und} \quad \vec{\mu}_S = -g_S \cdot \frac{\mu_B}{\hbar} \cdot \vec{S}. \quad (1)$$

Dabei sind $\mu_B = \frac{\hbar \cdot e}{2 \cdot m_e}$ das *Bohrsches Magneton*, und $\hbar (= h/2\pi)$ das *Planksche Wirkungsquantum*. g_S heißt *Landé* oder *g-Faktor*. Er ist durch die klassische Quantenmechanik nicht zu erklären. Erst durch die relativistische Beschreibung des Elektrons über die Dirac-Gleichung ergibt sich der Wert $g_S = 2$, d.h. der Spin erzeugt ein doppelt so großes magnetisches Moment wie eine mit dem Drehimpuls $\hbar/2$ im klassischen Sinn rotierende Ladung. Die Quantenelektrodynamik, die auch noch die Möglichkeit der Erzeugung und Vernichtung von Elektron-Positron-Paaren berücksichtigt, zeigt schließlich, dass der Wert etwas größer als 2 ist ($g_S = 2,0023$).

Aus der Quantenmechanik ergibt sich für den Drehimpuls \vec{L} die Bedingung

$$|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar. \quad (2)$$

Dabei ist l die *Drehimpulsquantenzahl*. Für die z-Komponente (Richtung des äußeren Magnetfeldes) ergibt sich die Bedingung:

$$L_z = m \cdot \hbar \quad \text{mit} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l. \quad (3)$$

Man erhält also insgesamt die *ungerade* Zahl von $2l + 1$ Werten und die gleiche Anzahl von Energieniveaus.

Für den Spin gelten ähnliche Regeln:

$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)} \cdot \hbar \quad (4)$$

$$S_z = m_s \cdot \hbar. \quad (5)$$

Bei Fermionen hat die Spinquantenzahl s halbzahlige Werte ($\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \dots$). Es gibt also eine *gerade* Anzahl von Energieniveaus. Für das Elektron als Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen sind zwei Zustände ($m_s = \pm \frac{1}{2}$) möglich.

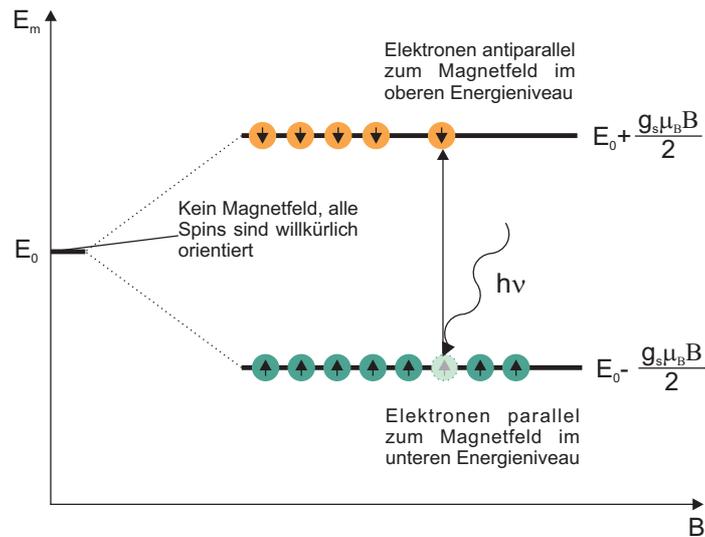


Abbildung 3: Aufspaltung eines Energieniveaus im Magnetfeld und Resonanzbedingung

Damit gibt es auch für das magnetische Moment μ nur zwei mögliche Werte. Für die z-Komponente erhält man mit Gl. (1):

$$\mu_z = \pm \frac{1}{2} g_S \mu_B. \quad (6)$$

Befindet sich das Elektron in einem in Richtung der z-Achse ausgerichteten Magnetfeld \vec{B} , hat es die zusätzliche potentielle Energie

$$W = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z \cdot B. \quad (7)$$

Man sieht, dass sich das Energieniveau W_0 , das ein Elektron ohne Magnetfeld einnimmt, in die beiden Werte

$$W_m = W_0 \pm \frac{1}{2} g_S \mu_B B \quad (8)$$

aufspaltet (siehe Abb. 3).

Wird nun zusätzlich senkrecht zum statischen Magnetfeld \vec{B} ein hochfrequentes magnetisches Wechselfeld mit der Frequenz f angelegt, tritt genau dann eine Resonanzabsorption auf, wenn die Energie der eingestrahlenen Photonen $W = hf$ gleich der magnetischen Energieaufspaltung ist. Damit erhält man die Bedingung:

$$hf = g_S \mu_B B \quad (9)$$

$$\begin{aligned} h &= 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ \mu_B &= 9,273 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 \end{aligned}$$

Dies gilt unter der Annahme, dass das Elektron keinen Bahndrehimpuls besitzt ($L = 0$), was für die zu untersuchende Substanz DPPH erfüllt ist.

3 Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 4 dargestellt. Links oben sind die beiden Helmholtzspulen zu sehen, in deren Mitte sich die Hochfrequenzspule mit der DPPH-Probe befindet. Zum Einstellen der Resonanzbedingung (siehe

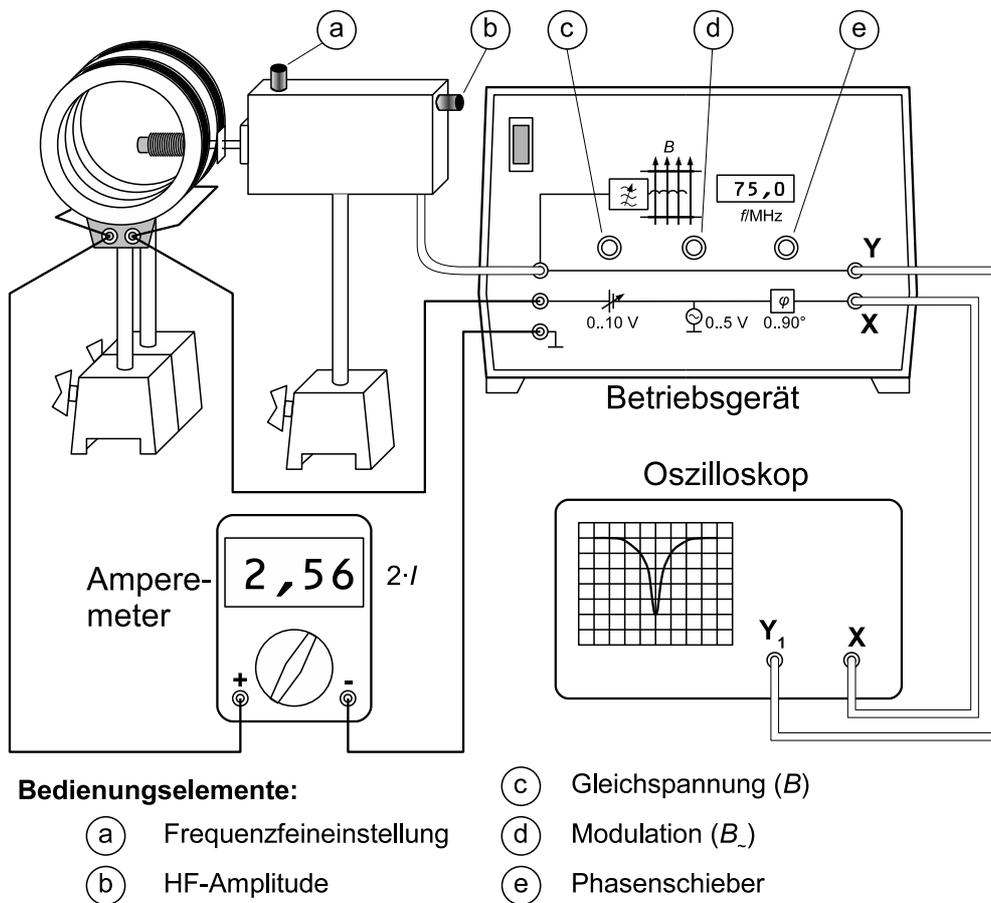


Abbildung 4: Versuchsaufbau

Gl. (9)) wird nicht die Frequenz angepasst, sondern die Stärke des äußeren Magnetfeldes verändert. Um dies auf einem Oszilloskop darstellen zu können, wird das magnetische Gleichfeld moduliert. Das Oszilloskop wird in den x-y-Betrieb geschaltet und wie folgt mit dem Betriebsgerät verbunden:

1. **y-Achse:** Eine zur Amplitude des Hochfrequenzfeldes proportionale Spannung
Einstellung: AC, $0,5 \text{ Vcm}^{-1}$
2. **x-Achse:** Eine zum Feld der Helmholtz-Spulen proportionale Spannung
Einstellung: AC, 2 Vcm^{-1}

Der Spulenabstand der Helmholtzspulen muss gleich dem Spulenradius $r = 6,8 \text{ cm}$ gewählt werden. Bei der Messung ist außerdem zu beachten, dass die Spulen parallel geschaltet sind. Daher wird auf dem Amperemeter der Strom $2 \cdot I$ angezeigt.

Bei bekannter Spulen-Stromstärke I lässt sich die magnetische Flussdichte B des nahezu homogenen Magnetfeldes innerhalb des Helmholtz-Spulenpaares nach dem *Biot-Savartschen-Gesetz* berechnen:

$$B = \mu_0 \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \cdot \frac{nI}{r} \quad (10)$$

- n – Windungszahl je Spule
- r – Spulenradius
- I – Stromstärke je Spule

Mit den Konstanten

$$\begin{aligned}\mu_0 &= 1,2566 \cdot 10^{-6} \text{ Vs (Am)}^{-1} \\ n &= 320 \\ r &= 6,8 \text{ cm}\end{aligned}$$

ergibt sich

$$\frac{B}{\text{mT}} = 4,23 \frac{I}{\text{A}} . \quad (11)$$

4 Durchführung

Vorbereitung einer Messung:

1. Je nach Frequenzbereich des hochfrequenten Wechselfeldes wird eine der folgenden auswechselbaren Steckspulen ausgewählt:

Steckspule E	$f \approx 13 \text{ MHz} \dots 30 \text{ MHz}$
Steckspule F	$f \approx 30 \text{ MHz} \dots 75 \text{ MHz}$
Steckspule G	$f \approx 75 \text{ MHz} \dots 130 \text{ MHz}$

2. Die DPPH-Probe wird vorsichtig in die Spule eingesetzt.
3. Das Grundgerät wird so verschoben, dass sich die Spule genau in der Mitte zwischen den beiden Helmholtzspulen befindet.

Durchführung einer Messung:

1. Setzen Sie als erstes die Spule E ein und stellen die Resonanzfrequenz f auf 15 MHz (a).
2. Die Phasenverschiebung (e) wird auf 0° gestellt. Bei geringer Amplitude des Wechselfeldes (d) wird dann das Gleichfeld (c) langsam erhöht bis zwei Resonanzspitzen auf dem Oszilloskop sichtbar werden. Man sieht zunächst zwei Spitzen, weil das magnetische Wechselfeld pro Periode die Resonanzstelle zweimal durchläuft und die beiden auf dem Oszilloskop dargestellten Spannungen zueinander phasenverschoben sind.
3. Mit dem Phasenschieber (e) werden die beiden Resonanzspitzen zur Deckung gebracht und das Gleichfeld (c) so eingestellt, dass die Spitze sich genau in der Bildschirmmitte (symmetrisch zu $x = 0$) befindet (Abb. 5). Dabei sollte das aufmodulierte Wechselfeld möglichst klein gewählt werden (Abb. 6).
4. Die Resonanzfrequenz f wird um 5 MHz erhöht. Nach Gl. (9) erfordert das ein größeres magnetisches Feld B , so dass die Resonanzspitze sich nach rechts verschiebt.
5. Stellen Sie das Gleichfeld (c) so ein, dass sich die Resonanzspitze wieder in der Bildschirmmitte befindet (symmetrisch zu $x = 0$).

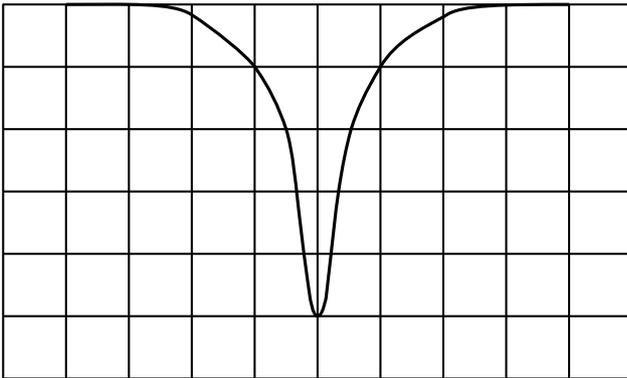


Abbildung 5: Oszillogramm

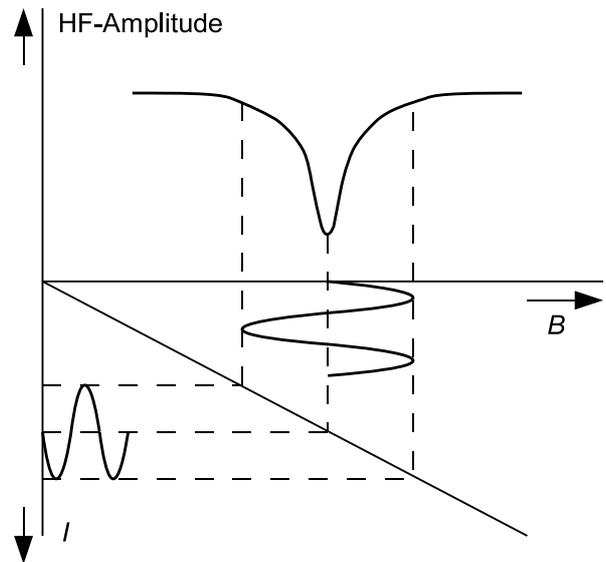


Abbildung 6: Bei sym. Resonanzimpuls markiert sein Maximum die Größe des magnetischen Gleichfeldes

Aufgaben:

1. Messen Sie bei aufsteigenden Frequenzen f beginnend bei 15 MHz nach dem beschriebenen Verfahren die zugehörigen Ströme I . Die Schrittweite wird wie folgt gewählt

Für Spulen E,G	: 5 MHz – Schritte
Für Spule F	: 3 MHz – Schritte
2. Berechnen Sie die magnetischen Flussdichten nach Gl. (11) und tragen Sie die Resonanzfrequenz f als Funktion von B auf.
3. Bestimmen Sie aus der Geradensteigung den Wert von g_S .
4. Diskutieren Sie mögliche zufällige und systematische Fehler dieses Versuches.

Literatur:

H. Haken und H.C. Wolf: *Atom und Quantenphysik*, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 8. Auflage (2004), Kapitel 13 und 14.
 Video zur Elektronenspinresonanz (Universität Göttingen): <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1685>.

Spezielle Literatur zur Elektronenspinresonanz:

F. Schneider und M. Plato: *Elektronenspin-Resonanz*, Verlag Karl Thieme KG, München.
 W. Low: *Paramagnetic Resonance in Solids*, Academic Press 1960, New York und London.
 C.P. Slichter: *Principles of Magnetic Resonance*, Harper and Row 1963.
 G.E. Pake, W.A. Benjamin: *Paramagnetic Resonance*, 1962, New York.

3.8 Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums aus der Grenzfrequenz von Röntgenstrahlung

1 Methode und Theorie

In einer Röntgenröhre werden Elektronen durch die angelegte Anodenspannung U_A beschleunigt. Beim Auftreffen auf die Anode besitzen sie die kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = e \cdot U_A \quad (e = \text{Elementarladung}). \quad (1)$$

Im Anodenmaterial werden sie auf einer sehr kurzen Strecke abgebremst, wobei jedes Elektron seine Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung und Wärme abgibt. Die Energie der abgestrahlten Quanten liegt wegen der hohen Anodenspannung (20 kV ... 35 kV) im Bereich der Röntgenstrahlung. Die Energiebilanz für ein Elektron lautet dann

$$e \cdot U_A = Q + h\nu. \quad (2)$$

Dabei ist Q die Wärme und $h\nu$ die Strahlungsenergie. Die Maximalenergie, die ein Röntgenquant erhalten kann, wird erreicht, wenn die gesamte kinetische Energie des Elektrons in Strahlung umgesetzt wird:

$$h\nu_{\text{max}} = e \cdot U_A. \quad (3)$$

Damit ergibt sich die zu einer gegebenen Anodenspannung gehörige Grenzwellenlänge zu

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{c}{\nu_{\text{max}}} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_A}. \quad (4)$$

2 Versuchsaufbau und Durchführung

Zur Bestimmung der Wellenlänge wird eine Bragg'sche Anordnung verwendet. Der aus einer Schlitzblende austretende Röntgenstrahl fällt unter dem Winkel β auf die Oberfläche eines LiF-Kristalls und wird an den Netzebenen des Kristalls reflektiert (siehe Abb. 2). Wegen der dabei auftretenden Interferenzen gilt dies aber nur für die Wellenlängen, die der Bragg'schen Bedingung entsprechen:

$$k\lambda = 2d \cdot \sin\beta. \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (5)$$

d ist dabei der Abstand der Netzebenen (201 pm bei LiF). Durch Verändern des Einfallswinkels kann auf diese Weise also das Spektrum der Röntgenstrahlen ausgemessen werden (siehe Abb. 1).

Für den vorliegenden Versuch genügt es, einen kleinen Bereich dieses Spektrums in der Umgebung der Grenzwellenlänge auszumessen. Die gemessenen Zählraten $R(\beta, U_A)$ werden mit der Anodenspannung U_A als Parameter grafisch gegen die sich aus Gl. (5) ergebenden Wellenlängen λ ($k = 1$) aufgetragen. Zur Ermittlung der

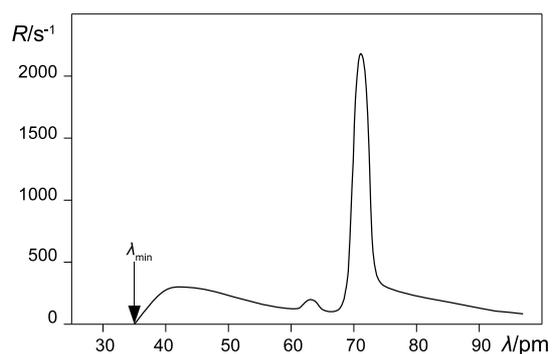


Abbildung 1: Spektrum der Mo-Röntgenröhre bei $U_A = 35 \text{ kV}$

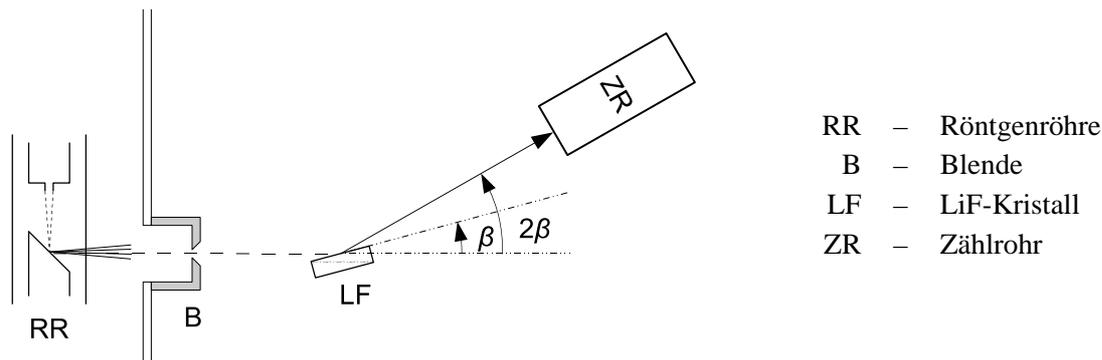


Abbildung 2: Versuchsaufbau

Grenzwellenlänge λ_{\min} wird der lineare Bereich jeder Kurve grafisch bis zur λ -Achse extrapoliert.

Eine Messung der Nullrate ist in diesem Versuch nicht erforderlich, da sie gegenüber den gemessenen Zählraten vernachlässigt werden kann.

Aufgaben:

- Es sind 7 Messreihen für verschiedene Anodenspannungen aufzunehmen. Die Einstellungen am Röntgengerät für $I_A = 1 \text{ mA}$, $\Delta t = 30 \text{ s}$ und $\Delta\beta = 0,1^\circ$ sind immer gleich. Für jede Messreihe getrennt eingestellt werden nacheinander U_A , β_{\min} und β_{\max} (siehe Tabelle 1). Das Röntgengerät muss im Modus COUPLED betrieben werden. Zum Start der Messung drücken Sie die Taste SCAN.

Jetzt werden automatisch alle Winkel im eingestellten Bereich im Abstand von $0,1^\circ$ angefahren und für 30 s die jeweilige Zählrate ermittelt. Jede Messreihe dauert etwa 6 Minuten.

U_A/kV	$\beta_{\min}/^\circ$	$\beta_{\max}/^\circ$
34	5,0	6,1
32	5,3	6,4
30	5,7	6,8
28	6,0	7,1
26	6,5	7,6
24	7,0	8,1
22	7,8	8,9

Tabelle 1: Messbereiche

Nach der Messung rufen Sie die Zählraten für die jeweiligen Winkel durch Druck auf die Taste REPLAY ab. Der Winkel wird mit dem Stellrad gewählt. Die dazugehörige Zählrate in s^{-1} erscheint in der oberen Anzeige. Tragen Sie alle Messwerte in eine große Tabelle ein. Fügen Sie eine Spalte für die nach Gl. (5) berechneten Wellenlängen hinzu.

- Tragen Sie alle Messwerte $R = R(\lambda)$ in ein Diagramm mit U_A als Parameter ein. Es empfiehlt sich, dabei für die Messreihen mit kleineren Zählraten einen größeren Maßstab für die vertikale Achse zu wählen. Zeichnen Sie die Ausgleichsgeraden für den linearen Teil der Kurven ein, und bestimmen Sie aus deren Schnittpunkt mit der λ -Achse die Grenzwellenlängen λ_{\min} .
- Bestimmen Sie grafisch den Fehler $\Delta\lambda_{\min}$.
- Tragen Sie in einem weiteren Diagramm die ermittelten Grenzwellenlängen λ_{\min} gegen die Kehrwerte der Anodenspannungen U_A auf. Nach Gl. (4) ist dieser Zusammenhang linear. Zeichnen Sie die Ausgleichsgerade, und berechnen Sie aus deren Steigung das Plancksche Wirkungsquantum h (Hinweis: Die Gerade muss durch den Nullpunkt gehen).
- Zeichnen Sie die Fehlerbalken ein, und schätzen Sie auf grafischem Weg den Fehler von h ab.

Literatur: Gehrtsen Physik: Kap. 11.2.3, 16.2.

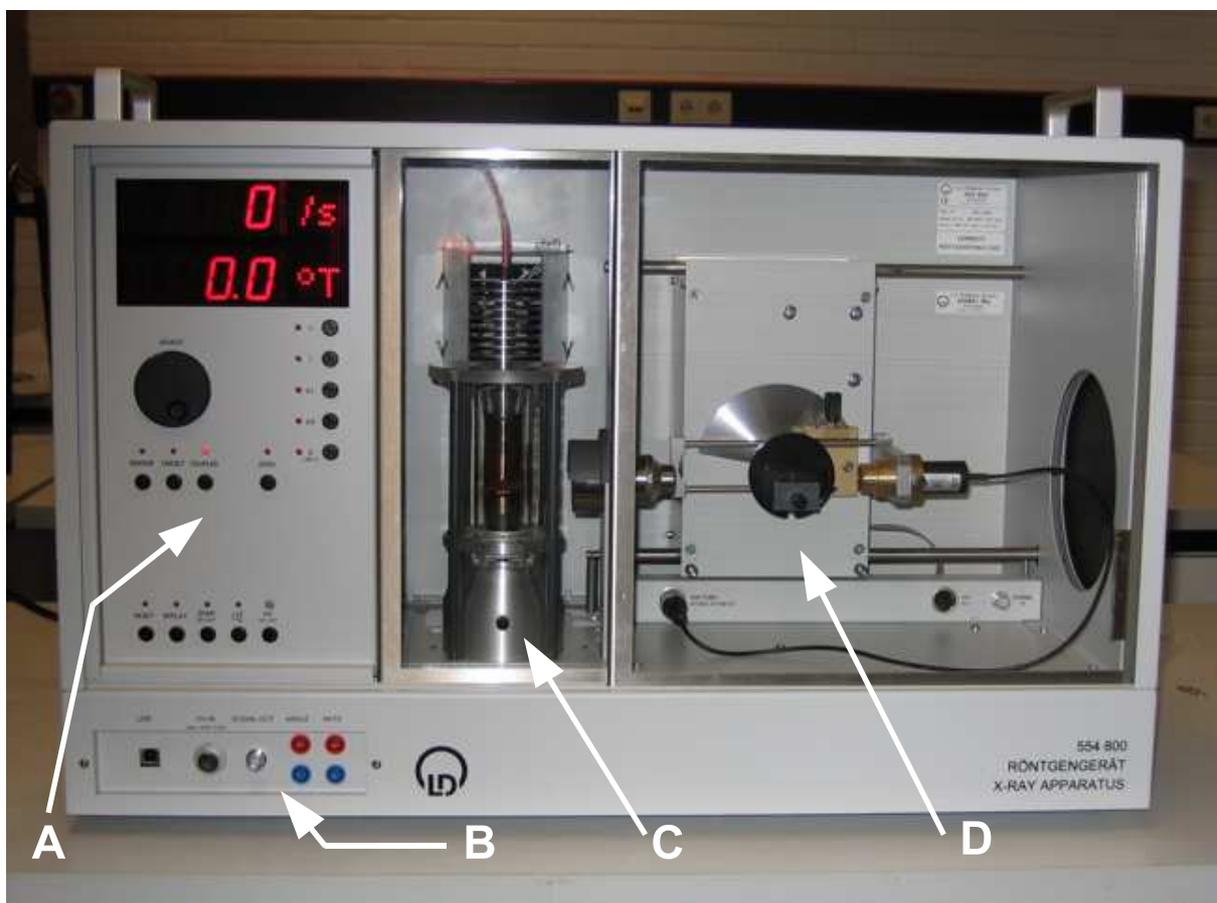
Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 1
Gruppe 3 - Atomphysik

3.0 Das Röntengerät von LD-Didactic

Für zwei Versuche im Praktikum wird das Röntengerät der Fa. LD-Didactic verwendet:

- Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums aus der Grenzfrequenz der Röntgenstrahlung
- Compton-Effekt (Streuung von Röntgenstrahlen)

Nachfolgend wird in kurzer Form die Bedienung und Verwendung des Geräts beschrieben.



- | | | | |
|---|---------------|---|-----------------------------------------------|
| A | Bedienfeld | C | Röhrenraum mit Röntgenröhre |
| B | Anschlussfeld | D | Experimentierraum mit Goniometer und Zählrohr |

Abbildung 1: Röntengerät 554 800 von LD-Didactic

Auf der linken Seite des Röntengeräts befindet sich das Bedien- und Anzeigefeld, in der Mitte der durch Bleiglas abgeschirmte Röhrenraum und rechts der Experimentierraum (siehe Abb. 1). Im Experimentierraum ist ein motorisch betriebenes Goniometer eingebaut, auf dessen Arm das Fensterzählrohr montiert ist.

1 Anzeige

Ganz oben im Bedienfeld befindet sich eine zweizeilige Zahlenanzeige:

1. Zeile : Zeigt die aktuelle Zählrate an
2. Zeile : Zeigt den eingestellten Wert einer mit einem Drucktaster ausgewählten Größe an

2 Bedienung

Im mittleren und unteren Teil des Bedienfelds befindet sich ein großer Drehknopf und mehrere Drucktaster. Mit einem Taster wird eine einzustellende Größe ausgewählt, mit dem großen Drehknopf (ADJUST) der Wert eingestellt. Der jeweilige Wert kann in der unteren Zeile der Anzeige als Zahl abgelesen werden. Nachfolgend wird die Bedeutung der wichtigsten Drucktaster erläutert:

- U : Einstellung der Anodenspannung der Röntgenröhre (Bereich: 0,0-35,0 kV).
- I : Einstellung des Anodenstroms der Röntgenröhre (max. 1 mA, $I = 0$ schaltet die Röhre aus).
- Δt : Einstellung der Messzeit pro Winkelschritt (1-9999 s).
- $\Delta\beta$: Einstellung der Winkelschrittweite bei automatischen Scans (0-20°, $\Delta\beta = 0$ deaktiviert den *automatischen Scan* und schaltet in die Betriebsart *Belichtungsuhr* um).
- β LIMITS : Einstellung der unteren und oberen Winkelgrenze für die Betriebsart *automatischer Scan*. Durch mehrmaliges Drücken dieses Tasters wird zwischen den beiden Werten umgeschaltet. Ist $\Delta\beta = 0$, so wird hiermit eine feste Position des Goniometers eingestellt.
- SENSOR : Ist diese Betriebsart ausgewählt, wird mit den oben beschriebenen β -Tasten die Winkel-Position, bzw. der Scan-Bereich des Zählrohres eingestellt.
- TARGET : Ist diese Betriebsart ausgewählt, wird mit den oben beschriebenen β -Tasten die Winkel-Position, bzw. der Scan-Bereich des zu untersuchenden Targets eingestellt.
- COUPLED : In dieser Betriebsart sind Sensor- und Targetarm des Goniometers im Verhältnis 1:2 gekoppelt. Der Winkel des Zählrohres ist immer doppelt so groß wie der des Targets.
- ZERO : Bewegt das Goniometer in seine messtechnische Nullposition.
- RESET : Bewegt das Goniometer in seine messtechnische Nullposition und setzt alle Parameter auf die Werkseinstellungen zurück. Die Röhren-Hochspannung wird abgeschaltet.
- REPLAY : Aktiviert das Auslesen des Messwertespeichers. Es wird die über die Messzeit Δt gemittelte Zählrate angezeigt. Bei einem automatischen Scan werden die verschiedenen Winkelpositionen über den Drehknopf (ADJUST) ausgewählt.
- SCAN : Schaltet die Hochspannungsversorgung für die Röntgenröhre ein und startet die Messung.

Sicherheitshinweise:

Im Röntgengerät kann ionisierende Strahlung mit einer Dosisleistung von über 10 Sv/h im Strahlkegel der Röntgenröhre erzeugt werden. Diese Dosisleistung schädigt bereits bei kurzen Expositionszeiten lebendes Gewebe. Durch die werksseitig eingebauten Schutz- und Abschirmmaßnahmen ist die Dosisleistung außerhalb des Röntgengerätes auf unter 1 $\mu\text{Sv/h}$ reduziert, ein Wert, der in der Größenordnung der natürlichen Strahlenbelastung liegt. Die Hochspannung für die Röntgenröhre kann nur bei **vollständig geschlossenen Schiebetüren** eingeschaltet werden.