

Physikalisches Praktikum für Anfänger - Teil 2
Gruppe 2 - Elektrik

2.5 Halleffekt

Stichwörter: Halleffekt, Lorentzkraft, Löcherleiter, Elektronenleiter, technische Stromrichtung, Hall-Konstante, Hallspannung, Leiter, Halbleiter, n und p Dotierung, Drift-Geschwindigkeit, Leitfähigkeit, Stoßzeit, Elektromagnet.

1 Einführung

Der elektrische Strom in Halbleitern und Metallen wird entweder von beweglichen Elektronen mit der Elementarladung $-e_0$ ($e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19}$ As) getragen oder von positiven Ladungsträgern mit der Ladung $+e_0$, die man Löcher oder Defektelektronen nennt. Seine Größe ist zum einen von der Teilchendichte n dieser Ladungsträger, zum anderen von deren Driftgeschwindigkeit v abhängig. In gut leitenden Metallen liegt die Dichte in der Größenordnung der Atomzahldichten, bei Halbleitern ist sie um viele Größenordnungen kleiner. Die Stromdichte \vec{j} berechnet sich aus Ladungsträgerdichte n , Elementarladung $q = \pm e_0$ und Driftgeschwindigkeit \vec{v}

$$\vec{j} = n \cdot q \cdot \vec{v} \quad (1)$$

Sie ist außerdem proportional der elektrischen Feldstärke \vec{E} (Ohmsches Gesetz):

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (2)$$

σ ist die spezifische Leitfähigkeit. Sie ist eine Materialkonstante und berechnet sich zu

$$\sigma = n \cdot q \cdot \frac{v}{E} \quad (3)$$

Das Verhältnis von Driftgeschwindigkeit zur elektrischen Feldstärke nennt man auch die Beweglichkeit μ der Ladungsträger:

$$\mu = \frac{v}{E} \quad (4)$$

Die spezifische Leitfähigkeit wird damit

$$\sigma = n \cdot q \cdot \mu \quad (5)$$

Mikroskopisch kann man sich den Vorgang der elektrischen Leitung so vorstellen, dass die Ladungsträger im elektrischen Feld die gerichtete Beschleunigung $\vec{v} = q \cdot \vec{E} / m$ erfahren (m ist die Masse eines Ladungsträgers). Bis zum Zusammenstoß mit den Gitteratomen nach der Stoßzeit τ haben sie dann die Geschwindigkeit $\vec{v} = \tau q \cdot \vec{E} / m$ erreicht. Wenn man annimmt, dass die Ladungsträger bei diesem elastischen Stoß alle ihre Bewegungsenergie verlieren (zentraler Stoß), wird ihre mittlere Geschwindigkeit

$$\vec{v} = \frac{\tau \cdot q \cdot \vec{E}}{2 \cdot m} \quad (6)$$

Nach (3) und (4) ergeben sich damit für die spezifische Leitfähigkeit und die Beweglichkeit

$$\sigma = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{n \cdot q^2}{m}, \quad \mu = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{q}{m} \quad (7)$$

Befindet sich nun ein stromdurchflossener und ruhender elektrischer Leiter in einem Magnetfeld mit der magnetischen Induktion \vec{B} , so wirkt auf die bewegten Ladungsträger die Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (8)$$

Dadurch entsteht im Leiter senkrecht zu \vec{v} und \vec{B} ein elektrisches Feld, das Hall-Feld

$$\vec{E}_H = \frac{\vec{F}_H}{q} \Rightarrow \vec{F}_H = q \cdot \vec{E}_H \quad (9)$$

Im Gleichgewicht ist die Summe der Kräfte auf einen Ladungsträger gleich 0:

$$\vec{F}_L + \vec{F}_H = 0 \quad (10)$$

Durch Einsetzen von (8) und (1) erhält man dann für

$$\vec{E}_H = -\vec{v} \times \vec{B} = -\frac{1}{n \cdot q} (\vec{j} \times \vec{B}) = R_H (\vec{j} \times B) \quad (11)$$

R_H ist die materialabhängige Hall-Konstante. Sie kann durch Messung der durch das elektrische Feld in einem Leiter entstehenden Hall-Spannung bestimmt werden.

Sorgt man dafür, dass Stromrichtung und magnetisches Feld aufeinander senkrecht stehen, können die Vektoren durch ihre Beträge ersetzt werden. In einem rechteckförmigen Leiter der Dicke d (in Richtung des Magnetfeldes), der Länge l (in Richtung des Stromes) und der Breite b (in Richtung des Hall-Feldes) fließt der Strom

$$I = j \cdot A = n \cdot q \cdot v \cdot b \cdot d \quad (12)$$

Die Hall-Spannung U_H berechnet sich mit (11) und (12) zu

$$U_H = E_H \cdot b = -v \cdot B \cdot b = -\frac{I \cdot B}{n \cdot q \cdot d} \quad (13)$$

Daraus ergibt sich die Hall-Konstante

$$R_H = -\frac{1}{n \cdot q} = \frac{U_H \cdot d}{I \cdot B} \quad (14)$$

2 Messungen an Halbleiterproben

Der Versuchsaufbau ist in Abb.1 dargestellt. Zur Stromversorgung dienen zwei Labornetzgeräte; zum Messen der Hall-Spannung steht ein Digitalvoltmeter zur Verfügung. Für den Zusammenhang zwischen Magnetfeld des Eisenkernmagneten und Spulenstrom gilt näherungsweise der Zusammenhang

$$\frac{B}{T} = \frac{0.42 \cdot I_m}{A} \cdot \left(1,0 - 0,15 \cdot \left(\frac{I_m}{A} \right)^2 \right) \quad (0 \leq I_m \leq 1A) \quad (15)$$

Es sollen zwei Germaniumproben mit den Abmessungen $d = 1,0$ mm, $b = 10,0$ mm und $l = 20,0$ mm ausgemessen werden.

Aufgaben:

- 2.1 Bestimmen Sie mit dem digitalen Ohmmeter oder durch Stromspannungsmessung ($I \leq 2$ mA) die Ohmschen Widerstände der Proben, und berechnen Sie daraus ihre spezifischen Leitfähigkeiten.
- 2.2 Bauen Sie die Schaltung nach Abb. 1 auf.
- 2.3 Messen Sie für jede Probe die Hallspannung bei $I = 2$ mA und verschiedenen Feldstärken. Tragen Sie U_H gegen B grafisch auf.
- 2.4 Bestimmen Sie aus den Steigungen der Geraden die Hall-Konstanten R_H .
- 2.5 Berechnen Sie
 - 2.5.1 die Ladungsträgerdichten n ,
 - 2.5.2 die Beweglichkeiten μ und
 - 2.5.3 die Stoßzeiten τ .

3 Messungen an Metallproben

Da hier mit sehr großen Strömen gearbeitet werden muss, darf dieser Versuchsteil nur unter direkter Aufsicht eines Assistenten durchgeführt werden. Für Silber wird für einige Sekunden ein Strom von 20 A, für Wolfram von 10 A eingestellt. Auch ohne Magnetfeld ist schon eine kleine scheinbare Hall-Spannung erkennbar. Sie hat ihre Ursache in der nicht idealen Platzierung der Hall-Kontakte. Sobald man am Netzgerät zügig den Magnetstrom $I_m = 1$ A ($B = 0,36$ T) eingestellt hat, ändert sich die scheinbare Hallspannung ein wenig. Nur diese kleine Änderung ist die wahre Hall-Spannung.

Aufgaben:

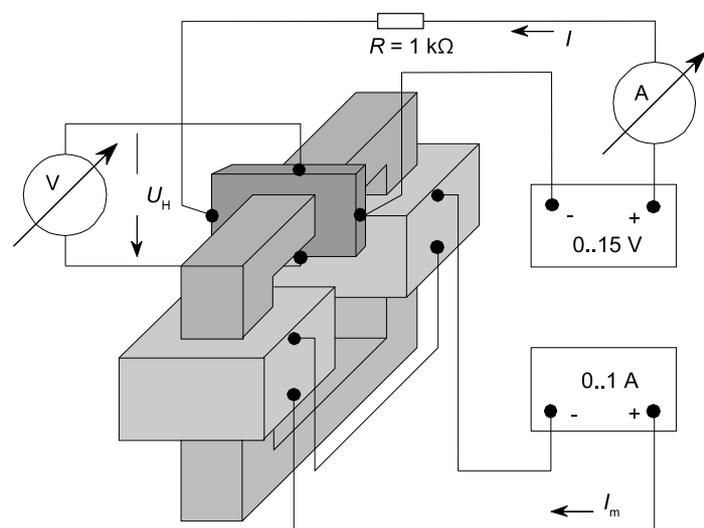


Abbildung 1: Versuchsaufbau

	Silber	Wolfram
Spezifische Leitfähigkeit σ	$62,5 \cdot 10^6 \text{ 1}/(\Omega\text{m})$	$18,9 \cdot 10^6 \text{ 1}/(\Omega\text{m})$
Dichte ρ	$10,5 \cdot 10^3 \text{ kg}/(\text{m}^3)$	$19,3 \cdot 10^3 \text{ kg}/(\text{m}^3)$
Molgewicht M	0,108 kg/Mol	0,184 kg/Mol
Probendicke d	50 μm	50 μm
universelle Avogadrozahl N_A	$6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1}/\text{Mol}$	
Ruhemasse des Elektrons m_e	$9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	

Tabelle 1: Probedaten und physikalische Konstanten

- 3.1 Ersetzen Sie in der Schaltung nach Abb. 1 Netzgerät, Widerstand und das Milliampereometer für den Probenstrom I durch das 30A-Netzgerät.
- 3.2 Messen Sie für beide Proben unter Aufsicht die scheinbare Hall-Spannung und deren Änderung bei Einschalten des Magnetstroms. Wiederholen Sie beide Messungen nach Umpolen des Magnetstroms.
- 3.3 Bestimmen Sie aus den Messungen und den Daten aus Tab. 1
 - 3.3.1 die Ladungsträgerdichten n ,
 - 3.3.2 die Dichten der Metallatome,
 - 3.3.3 die Beweglichkeiten μ der freien Ladungsträger
 - 3.3.4 und die Stoßzeiten τ (siehe auch Aufg. 2.5).

4 Anwendung der Ergebnisse

- 4.1 Berechnen Sie für alle Proben unter Verwendung der Messergebnisse jeweils für einen Leiter mit einem Querschnitt von 1 mm^2 , durch den ein Strom von 1 A fließt die Driftgeschwindigkeiten v und die elektrischen Längsfeldstärken E .
- 4.2 Vergleichen Sie die so bestimmten Werte für n , v und E bei den verschiedenen Probenmaterialien.
- 4.3 Welche der untersuchten Materialien sind Elektronen- und welche Löcherleiter?

Literatur:

Demtröder: *Experimentalphysik 2*, Kap. 3.3, 6. Auflage (2013)
 Meschede: *Gerthsen Physik*, Kap. 7.7, 25. Auflage (2015).