Wiederholung vom 04.06.2019

(Selbst-)Induktivität einer Spule:

Gegenseitige Induktion – Gegeninduktivität L_{21}

Unbelasteter Transformator: $U_1/U_2 = -N_1/N_2$

Energiedichte des Magnetfeldes: $w_{mag} = \frac{1}{2\mu_0}\left|\vec{B}\right|^2$

Themen heute

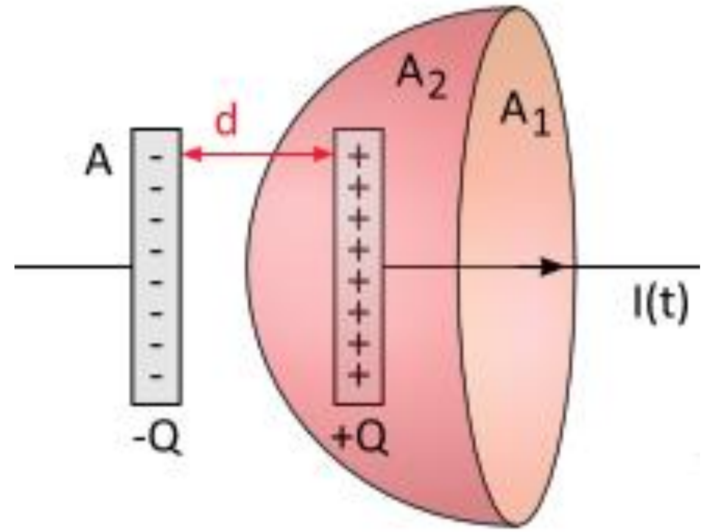
zeitabhängiges elektrisches Feld:
Verschiebungsstrom

Allgemeine Form der Maxwellgleichungen

Elektromagnetische Schwingkreise

- freier gedämpfter Schwingkreis
- erzwungene Schwingungen

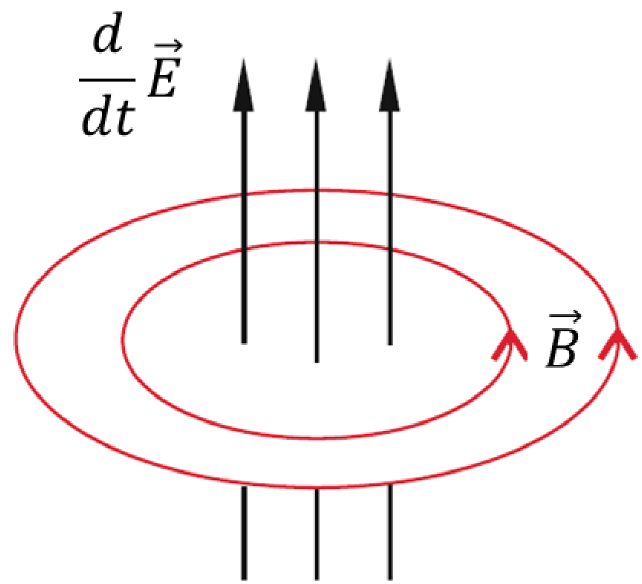
Der Verschiebungsstrom



Verschiebungsstrom: $\vec{j}_V = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\vec{E}$

Verschiebungsstrom (zeitlich veränderliches $\vec{E}$-Feld) erzeugt Wirbel im $\vec{B}$-Feld

$$rot\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\vec{E}$$



Maxwell-Gleichungen: ***Magnetostatik ⇨ Magnetodynamik***
Elektrostatik ⇨ Elektrodynamik

$div\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$ Ladungen sind Quellen der elektrischen Felder

$div\vec{B} = 0$ Magnetfelder sind quellfrei

$\cancel{rot\vec{E} = 0}$ ~~elektrische Felder sind wirbelfrei~~

$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ zeitlich veränderliche Magnetfelder erzeugen Wirbel im elektrischen Feld

$rot\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt}$ Ströme und zeitlich veränderliche elektrische Felder erzeugen Wirbel im Magnetfeld

allgemeine Form der Maxwellgleichungen:

im Vakuum:

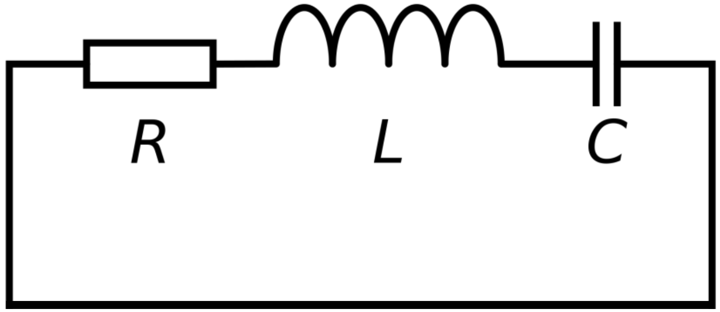
1. $div\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$ 2. $div\vec{B} = 0$ 3. $rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ 4. $rot\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt}$

in Materie:

1. $div\vec{D} = \rho$ 2. $div\vec{B} = 0$ 3. $rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ 4. $rot\vec{H} = \vec{j} + \varepsilon_0\frac{d\vec{D}}{dt}$

Grundgleichungen der Elektro- und Magnetodynamik

elektromagnetische Schwingkreise



freier (gedämpfter) Schwingkreis

$$U_L + U_R + U_C = 0$$

$$L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{1}{C}I = 0$$

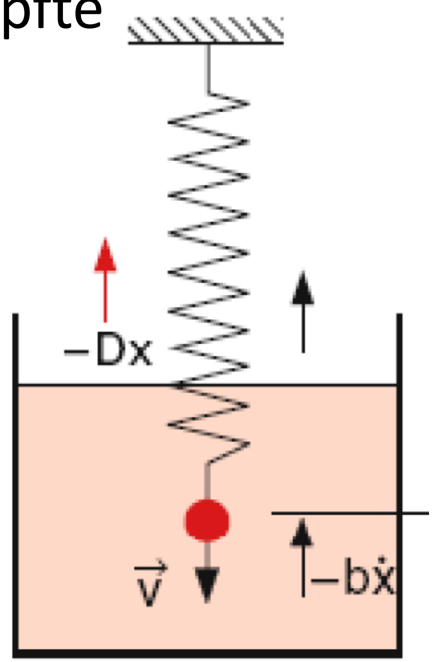
Differentialgleichung 2. Ordnung – beschreibt gedämpfte harmonische Schwingung

⇨ siehe Mechanik: gedämpfter harmonischer Oszillator

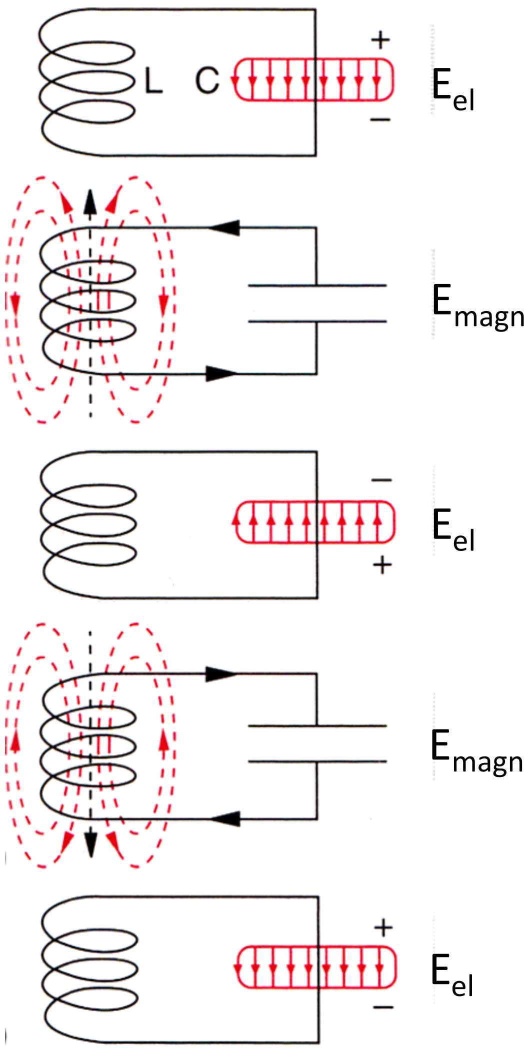
$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + {\omega_0}^2 x = 0$$

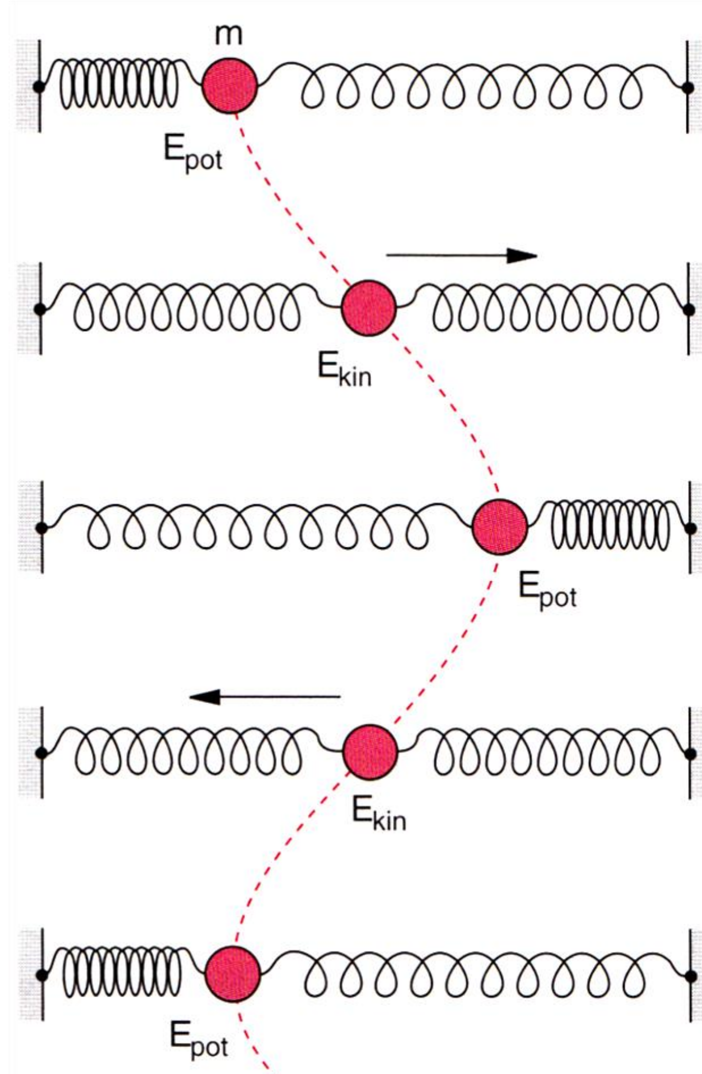
allgemeine Lösung:

$$x(t) = e^{-\gamma t}\left[c_1 e^{\sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}\,t} + c_2 e^{-\sqrt{\gamma^2 - {\omega_0}^2}\,t}\right]$$



elektromagn. Schwingkreis - mechanischer harmonischer Oszillator





$$E_{el} \leftrightarrow E_{magn}$$

$$E_{pot} \leftrightarrow E_{kin}$$

gedämpfte Schwingungen

Lösung $$x(t) = e^{-\gamma t}\left[c_1 e^{\sqrt{\gamma^2-\omega_0{}^2}\,t} + c_2 e^{-\sqrt{\gamma^2-\omega_0{}^2}\,t}\right]$$

Fallunterscheidung:

1) schwache Dämpfung: $\gamma < \omega_0$

$$x(t) = A \cdot e^{-\gamma t} \cdot cos(\omega t + \varphi) \qquad \omega^2 = -(\gamma^2 - \omega_0{}^2)$$

2) starke Dämpfung (Kriechfall): $\gamma > \omega_0$

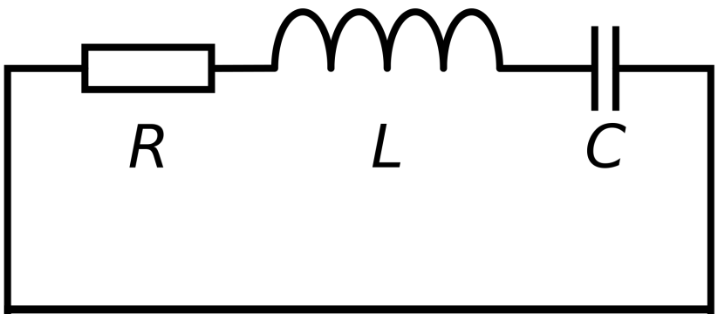
$$x(t) = \frac{v_0}{2\alpha} \cdot e^{-\gamma t}(e^{\alpha t} - e^{-\alpha t}) \qquad \alpha^2 = \gamma^2 - \omega_0{}^2$$

3) aperiodischer Grenzfall (kritische Dämpfung): $\gamma = \omega_0$

$$x(t) = v_0 \cdot t \cdot e^{-\gamma t}$$

Lösung der Differentialgleichung (siehe Physik I!)

aus Vergleich mit Mechanik ergibt sich



Dämpfungskonstante $\gamma = R/(2L)$

Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{1/(LC)}$

Für schwache Dämpfung $\gamma < \omega_0$ $(R^2 < 4L/C)$ ergibt sich somit:

$$I(t) = I_0 e^{-\gamma t} cos(\omega_R t + \varphi)$$

mit $\omega_R = \sqrt{1/(LC) - R^2/(4L^2)} = \sqrt{\omega_0{}^2 - \gamma^2}$

Phase φ $\Leftrightarrow$ Anfangsbedingungen

erzwungene Schwingungen (Physik I)

Bewegungsgleichung

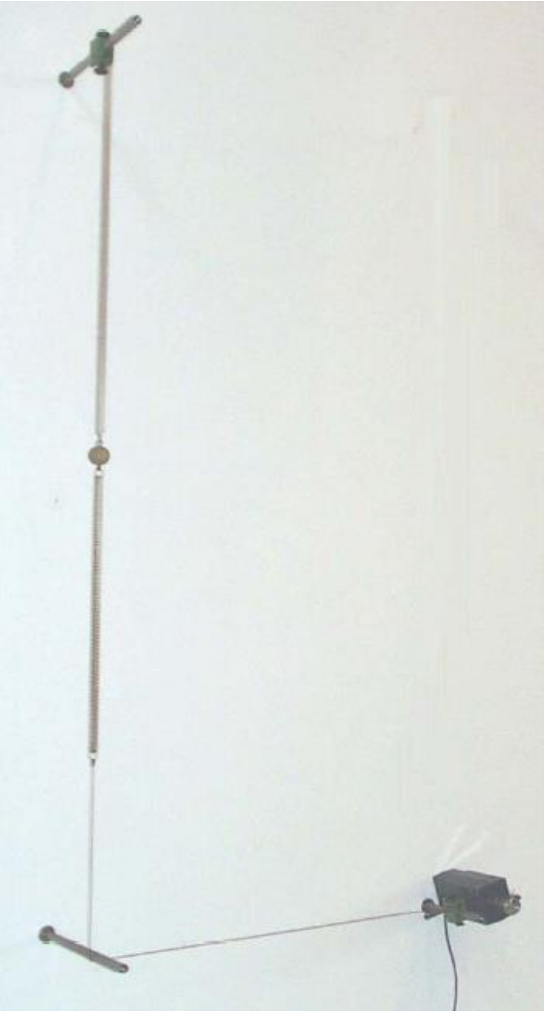
$$\ddot{x} + 2\gamma \cdot \dot{x} + {\omega_0}^2 \cdot x = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t}$$

Lösungsansatz: $x(t) = A \cdot e^{i\omega t}$

Lösung: $A = |A(\omega)| \cdot e^{i\varphi(\omega)}$, mit

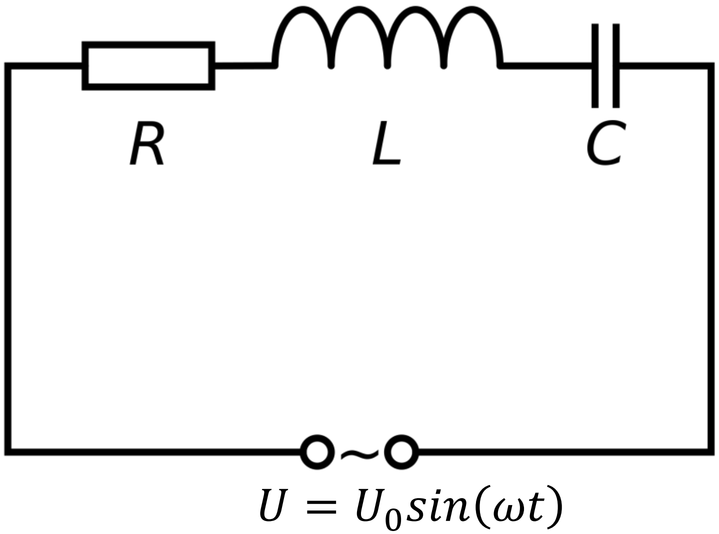
$$|A(\omega)| = \frac{F_0}{m}\left(({\omega_0}^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2\right)^{-1/2}$$

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1}\left(-2\gamma\omega({\omega_0}^2 - \omega^2)^{-1}\right)$$



erzwungene Schwingung am Masse-Federpendel

elektromagnetische Schwingkreise



Erzwungene Schwingung

$$U_L + U_R + U_C - U = 0$$

$$L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{1}{C}I = \omega U_0 \cos(\omega t)$$

Lösungsansatz: analog erzwungene mechanische Schwingung (Physik I)

$$I(t) = I_0 cos(\omega t + \varphi)$$

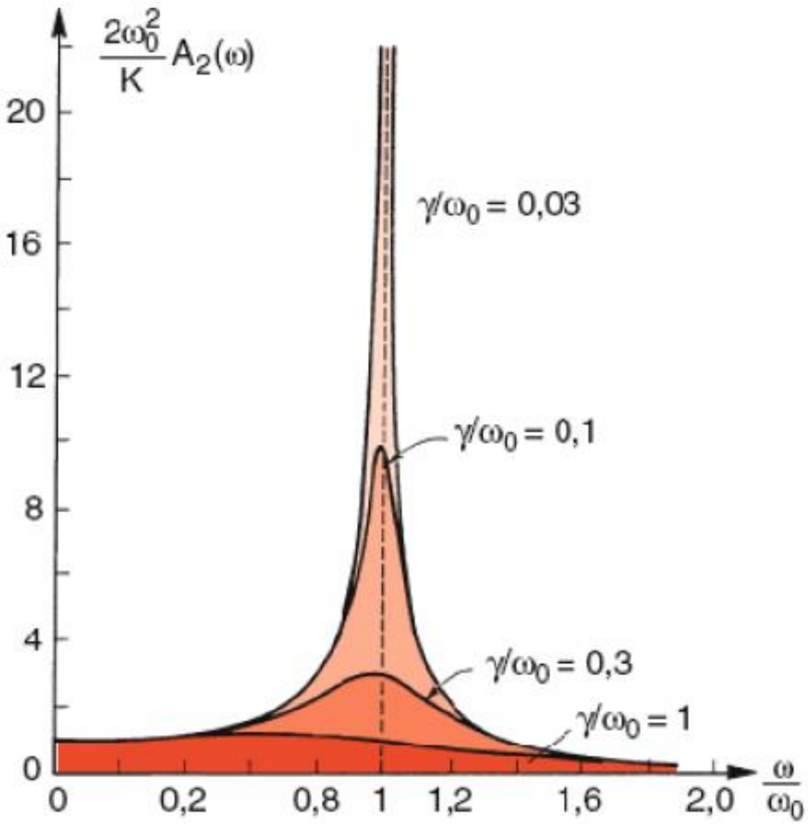
Vergleich mit Mechanik zeigt:

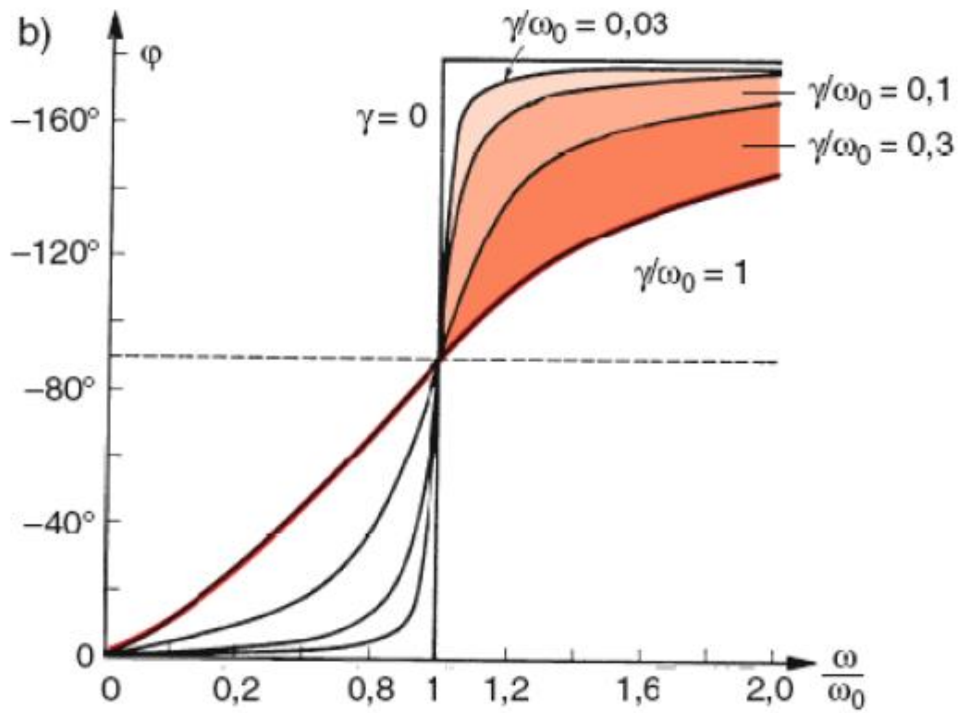
$$I(\omega) = \frac{\omega U_0}{L}\left((\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2\right)^{-1/2}$$

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1}(-2\gamma\omega(\omega_0{}^2 - \omega^2)^{-1})$$

Demonstration Resonanzschwingkreis

Erzwungene Schwingungen: Resonanzverhalten





Wiederholung vom 18.06.2019

Verschiebungsstromdichte $\vec{j}_V = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\vec{E}$

⇨ 4. Maxwellgleichung: $rot\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{d\vec{E}}{dt}$

elektromagnetische Schwingkreise

– freie und erzwungene Schwingung

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = \frac{\omega}{L}U_0\sin(\omega t)$$

Themen heute

offener elektromagnetischer Schwingkreis

Hertzscher Dipol

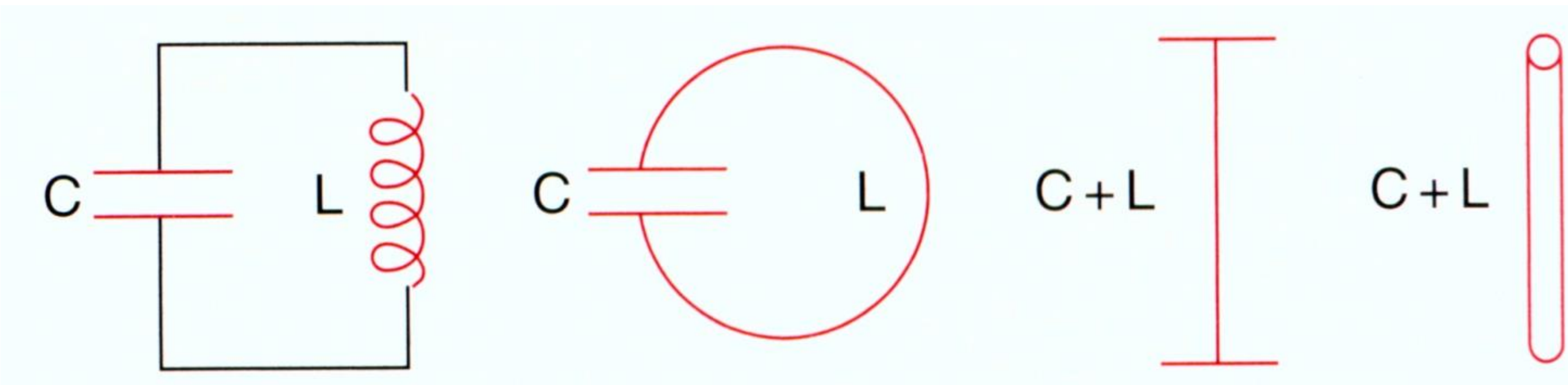
Wellengleichung

ebene elektromagnetische Wellen

der offene Schwingkreis

$$\ddot{I} + {\omega_0}^2 I = 0, \qquad \omega_0 = \sqrt{1/(LC)}$$

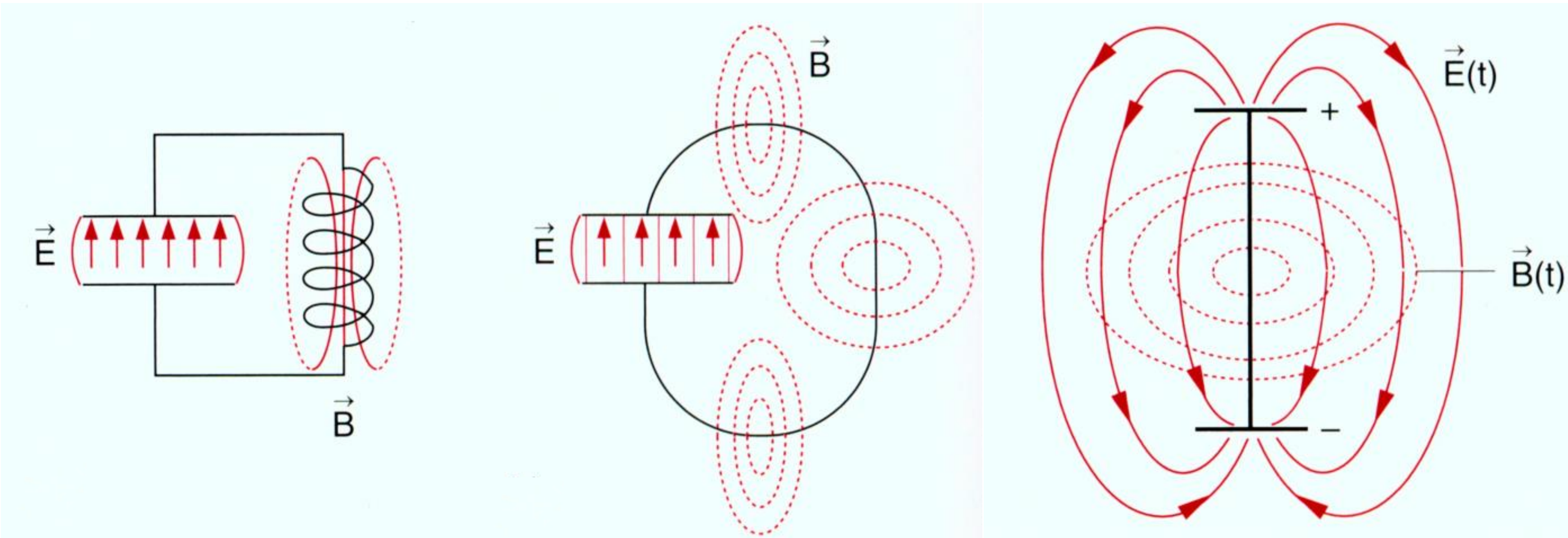
Quelle: Demtröder



geschlossener SK ⇨ offener SK

ω_0 nimmt zu

Quelle: Demtröder



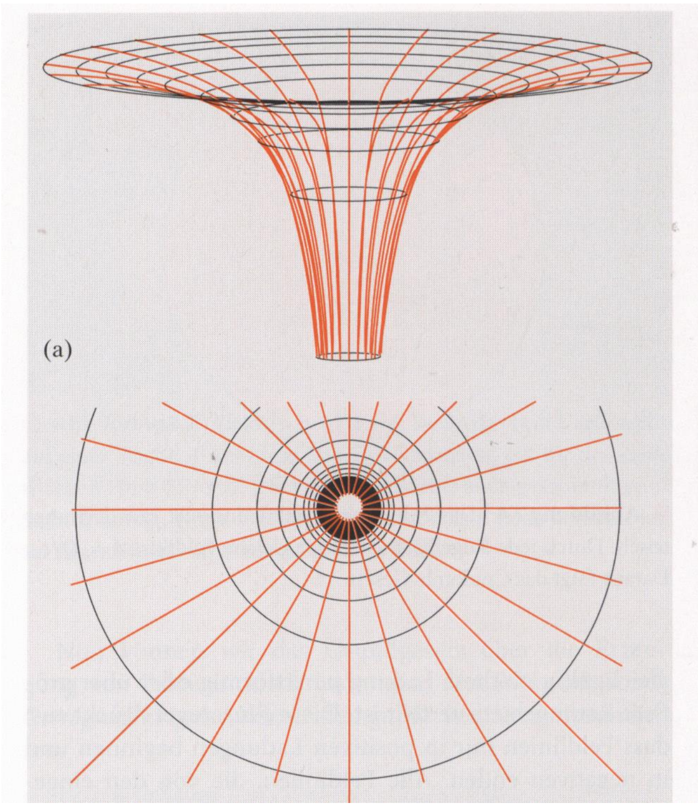
Feldlokalisierung ⇨ Feld-Delokalisierung

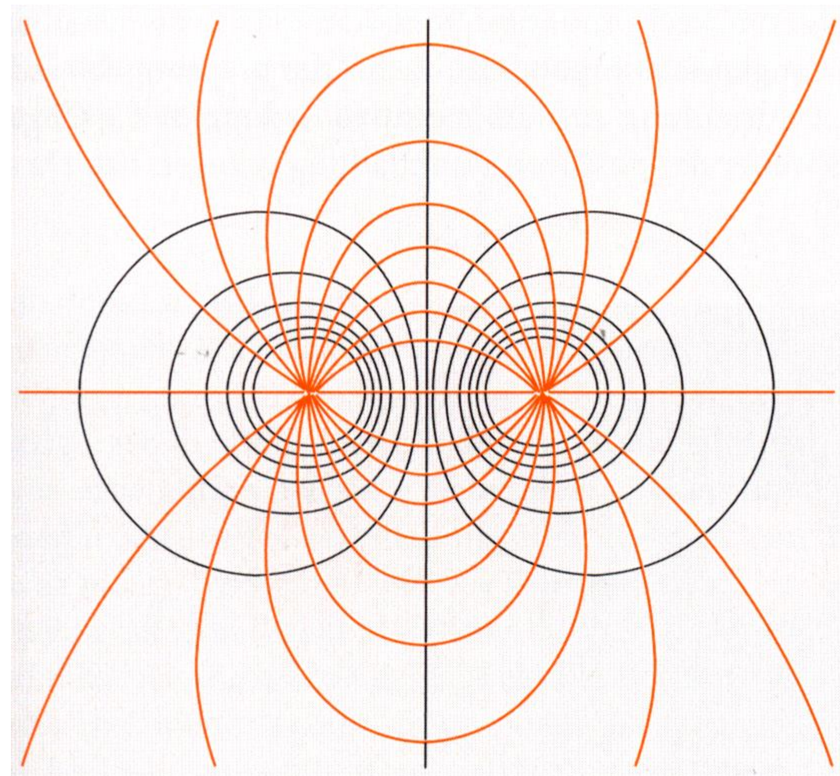
$\vec{E}$-, $\vec{B}$-Feld räumlich getrennt

$\vec{E}$-, $\vec{B}$-Feld räumlich überlagernd

Äquipotentialflächen/-linien

Beispiele von elektrischen Feldlinien und Äquipotentiallinien





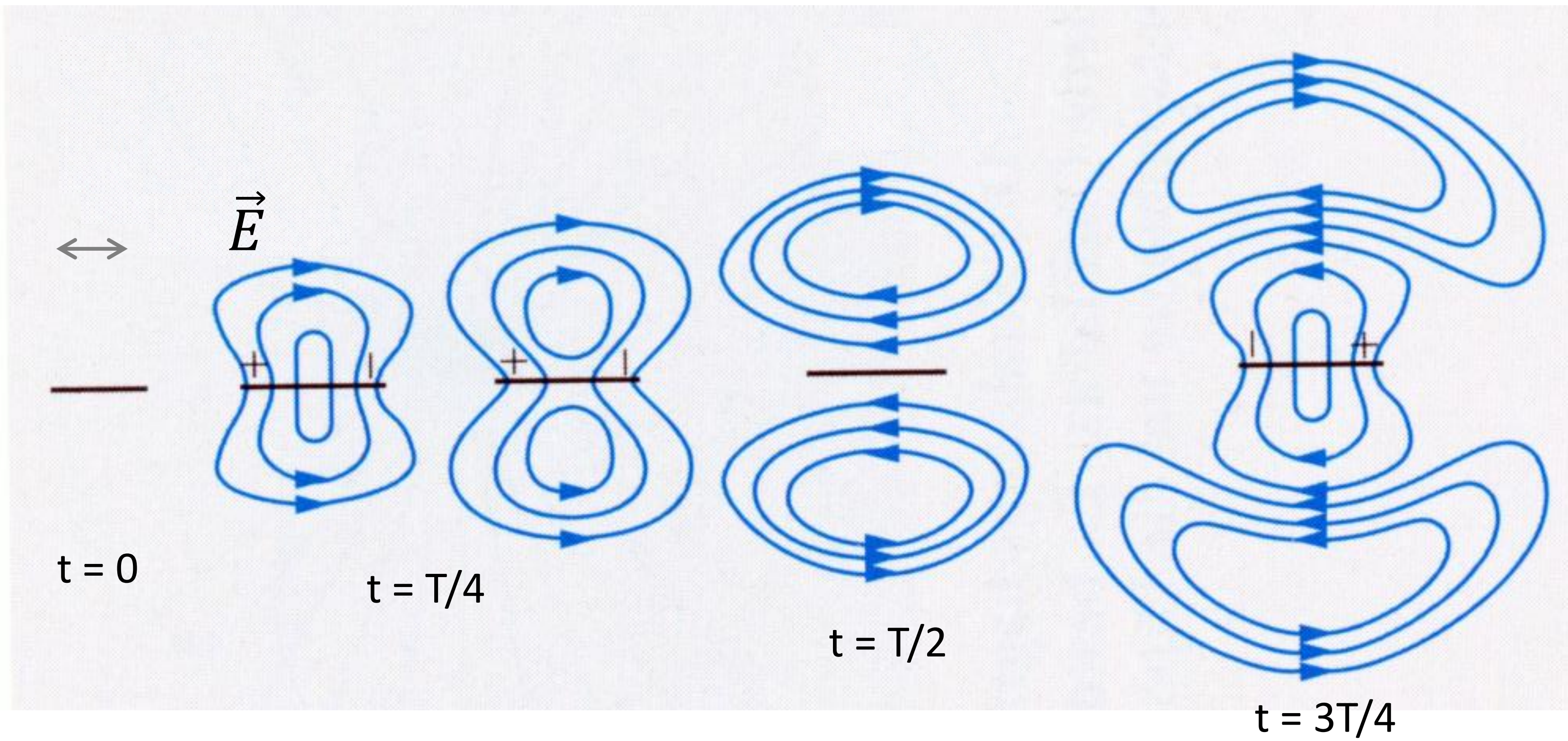
Äquipotentiallinien
Elektrische Feldlinien

Punktladung

Äquipotentiallinien
Elektrische Feldlinien

elektrischer Dipol

Hertzscher Dipol

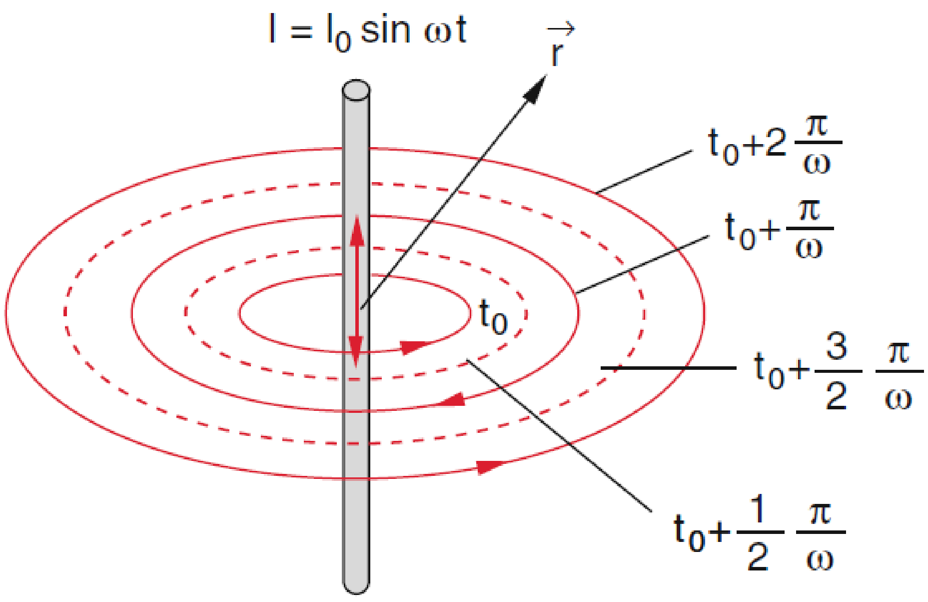


Quelle: Gertsen

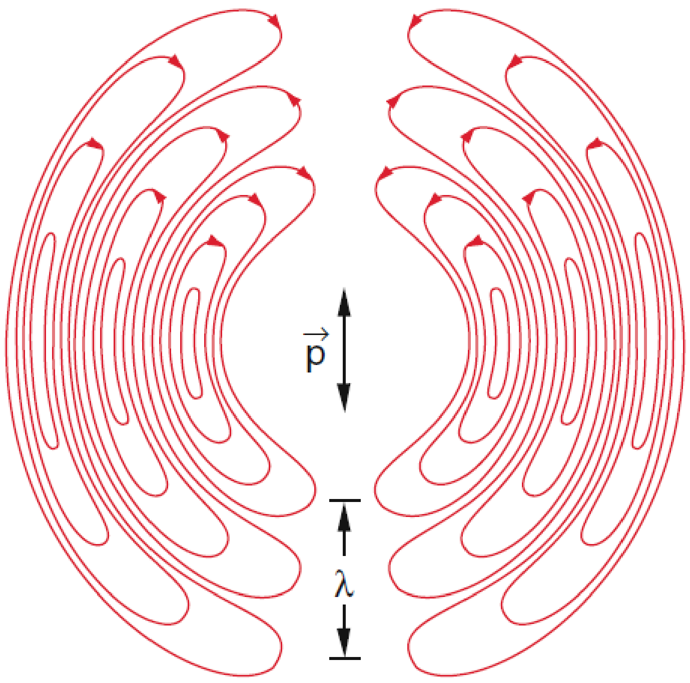
zeitliche Entwicklung des elektrischen Feldes eines oszillierenden **Hertzschen Dipols** $\vec{p}(t) = \vec{p}_0 e^{i\omega t}$

6. Elektromagnetische Wellen

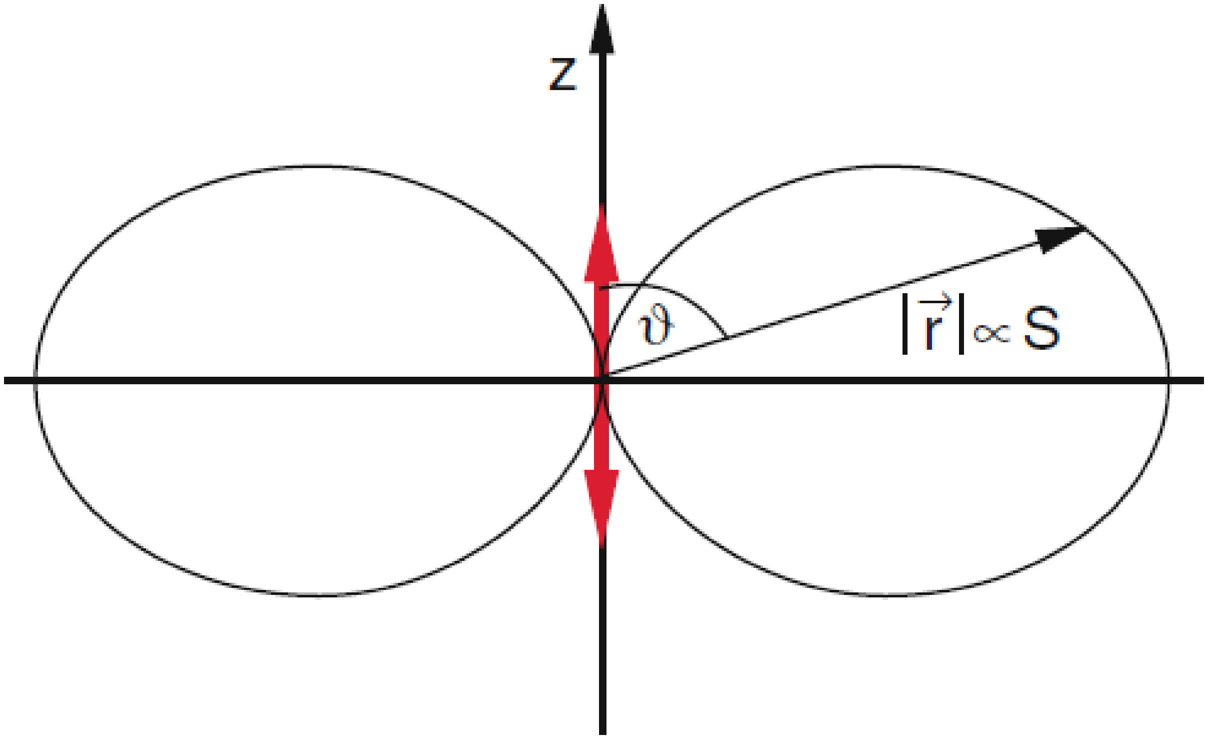
Quelle: Demtröder



Magnetische Feldlinien des Hertzschen Dipols (‚Äquatorebene‘)



Elektrische Feldlinien des Hertzschen Dipols



Räumliche Verteilung der abgestrahlten Energiestromdichte S eines schwingenden Dipols

Wellengleichung im Vakuum

Maxwellgleichungen im ladungs- und stromfreien Raum: $\rho = 0, \vec{j} = 0$

1) $div\vec{E} = 0$
2) $div\vec{B} = 0$
3) $rot\vec{E} = -\dot{\vec{B}}$
4) $rot\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\dot{\vec{E}}$

$\Rightarrow$

Wellengleichungen

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\vec{E}$$

$$\Delta\vec{B} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\vec{B}$$

mit $\frac{1}{c^2} = \varepsilon_0\mu_0$

Lösungen: propagierende Wellen mit Phasengeschwindigkeit c

Ebene Wellen

ebene Wellen als mögliche Lösungen der Wellengleichungen

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot exp\{i(\omega t - k_z z)\}$$
$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cdot exp\{i(\omega t - k_z z)\}$$

i) Lösungen sind Transversalwellen: $\vec{E} \perp \vec{k}, \vec{B} \perp \vec{k}$

ii) $\vec{E} \perp \vec{B}$

iii) $v_{Phase} = \frac{\omega}{k} = c$

iv) $|\vec{B}| = \frac{1}{c}|\vec{E}|$

z.B.(!):