

Wiederholung vom 16.05.2019

- **Gesetz von Biot-Savart**
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$
- Beispiele Biot-Savart
 - \vec{B} -Feld einer bewegten Punktladung: $\vec{B} \propto \frac{1}{|\vec{r}|^2}, |\vec{v}|$
 - \vec{B} -Feld eines stromdurchflossenen Leiters: $\vec{B} \propto \frac{I}{|\vec{r}|}$
- **Ampersches Gesetz:**
$$\oint \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 I$$
$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$
- Beispiel Ampersches Gesetz
 - \vec{B} -Feld im Inneren einer langen Spule: $\vec{B} \propto I, \frac{N}{L}$

Themen heute

Materie im Magnetfeld

Magnetisierung, magnetische Suszeptibilität

Diamagnetismus

Paramagnetismus

Kraftwirkung auf magnetisches Moment im
inhomogenen Magnetfeld

4. Magnetostatik

Beispiel Ampèresches Gesetz

- Magnetfeld im Inneren einer langen Spule:

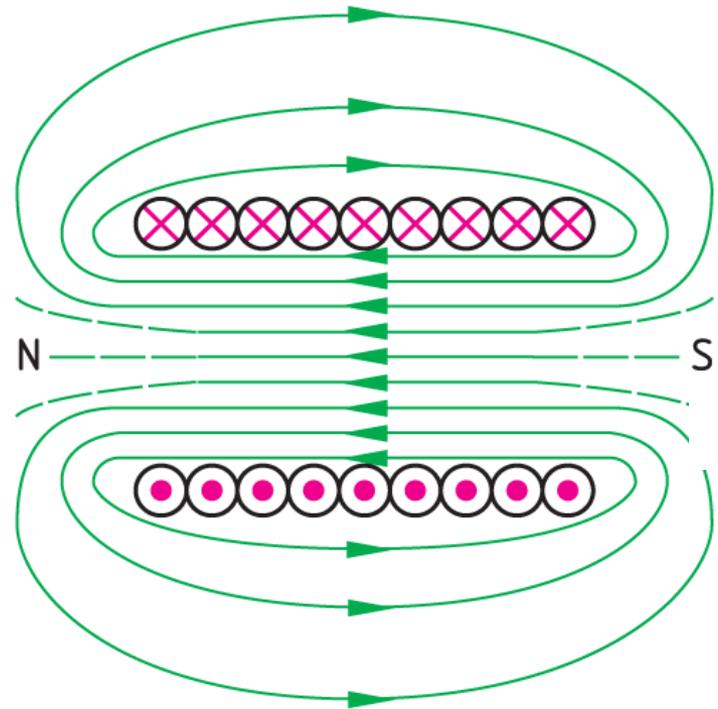
$$|\vec{B}_i| = \mu_0 I \cdot \frac{N}{L}$$

N ...Windungszahl

L ...Spulenlänge



Demonstration: gestreckte Spule



Maxwell-Gleichungen der *Elektro- und Magnetostatik*

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \quad \text{Ladungen sind Quellen der elektrischen Felder}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \text{Magnetfelder sind quelfrei}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad \text{elektrische Felder sind wirbelfrei}$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \text{Ströme erzeugen Wirbel im Magnetfeld}$$

4. Magnetostatik

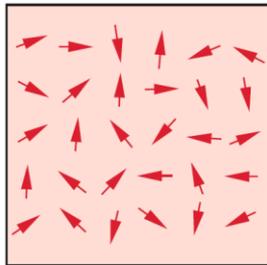
Materie im Magnetfeld

Magnetisierung von Materie

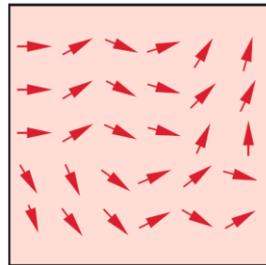
$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_m$$

\vec{p}_m ... atomare/molek. magn. Momente

$$[\vec{M}] = 1 \text{Am}^{-1}$$



$$\vec{M} = 0$$



$$\vec{M} \neq 0$$

Magnetisierung im Magnetfeld

$$\vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \chi_{mag} \cdot \vec{B}_{Vak}$$

χ_{mag} ... magnetische Suszeptibilität

$$\vec{B}_{Mat} = \vec{B}_{Vak} + \mu_0 \vec{M} = \mu \vec{B}_{Vak}$$

$\mu = 1 + \chi_{mag}$... relative Permeabilität

4. Magnetostatik

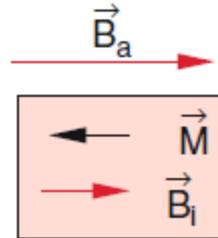
Magnetismus von Materialien: Klassifizierung

Einheiten bezügl. cgs-System!*

i) Diamagnetismus

Induktion magn. Momente

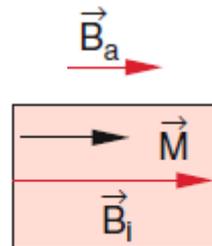
$$\chi_{Dia} < 0, \mu < 1$$



ii) Paramagnetismus

induzierte Ausrichtung
vorhandener magn. Momente

$$\chi_{Para} > 0, \mu > 1$$



iii) Ferromagnetismus

spontane Ausrichtung
vorhandener magnetischer Momente

$$\chi_{ferro} > 0, \mu > 1, \chi_{ferro} \gg \chi_{para}$$

*Umrechnung cgs- nach SI-System:

$$\chi_{cgs} = \frac{1}{4\pi} \chi_{SI}$$

a) Diamagnetische Stoffe $10^{-6} \text{ cm}^3/\text{mol}$ $10^{-6} \text{ cm}^3/\text{mol}$

Gase	$\chi_{\text{mol}} / \text{cm}^3/\text{mol}$	Stoff	$\chi_{\text{mol}} / \text{cm}^3/\text{mol}$
He	- 1,9	Cu	- 5,46
Ne	- 7,2	Ag	- 19,5
Ar	-19,5	Au	- 28
Kr	-28,8	Pb	- 23
Xe	-43,9	Te	- 39,5
H ₂	- 4,0	Bi	-280
N ₂	-12,0	H ₂ O	- 13

b) Paramagnetische Stoffe $10^{-6} \text{ cm}^3/\text{mol}$ $10^{-6} \text{ cm}^3/\text{mol}$

Stoff	$\chi_{\text{mol}} / \text{cm}^3/\text{mol}$	Stoff	$\chi_{\text{mol}} / \text{cm}^3/\text{mol}$
Al	+ 16,5	O ₂	+3450
Na	+ 16,0	FeCO ₃	+11 300
Mn(α)	+529	CoBN ₂	13 000
Ho	72 900	Gd ₂ O ₃	53 200

c) Ferromagnetische Stoffe

Stoff	μ
Eisen je nach Vorbehandlung	500-10 000
Kobalt	80-200
Permalloy 78 % Ni. 3 % Mo	10^4 - 10^5
Mumetall 76 % Ni. 5 % Cu. 2 % Co	10^5
Supermalloy	10^5 - 10^6

4. Magnetostatik

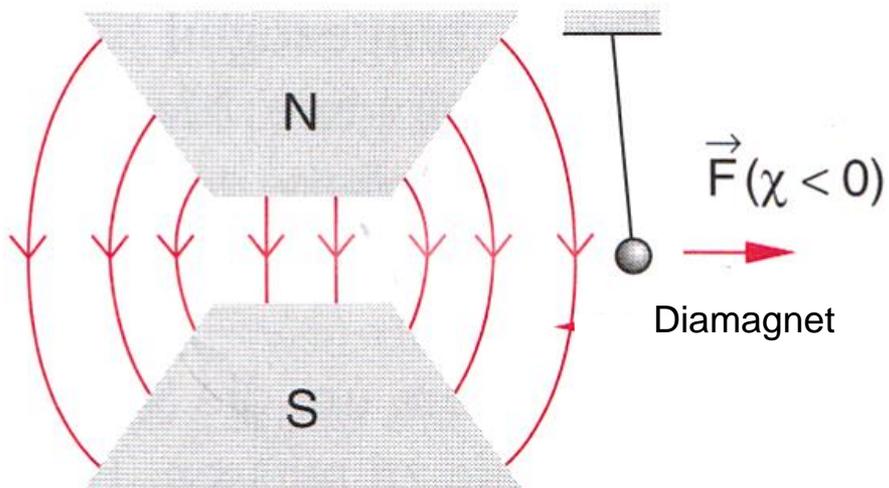
Diamagnetismus

Induktion magnetischer Momente mit antiparallele Ausrichtung zum äußeren Feld

→ $\mu < 1$

Kraftwirkung im **inhomogenen Magnetfeld**: $\vec{F} = -\vec{\nabla} E_{Pot} = \vec{\nabla}(\vec{p}_m \cdot \vec{B})$

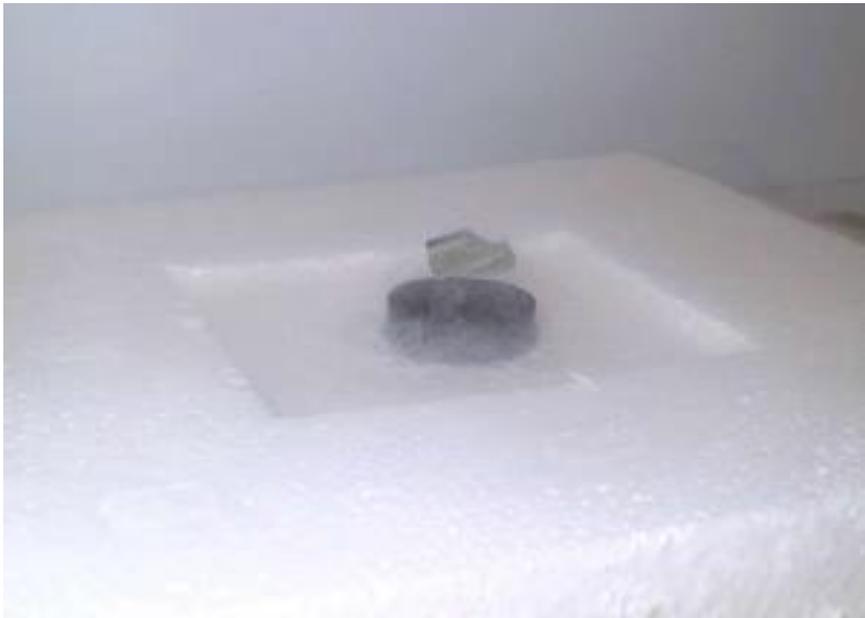
⇒ auf Diamagnet: Kraftwirkung entgegen dem Feldgradienten



Bi im inhomogenen Magnetfeld

4. Magnetostatik

Diamagnetismus:
Phänomen der magnetischen
Levitation



Supraleiter im Magnetfeld



Levitation Diamagnet

<https://www.ru.nl/hfml/research/levitation/diamagnetic/>

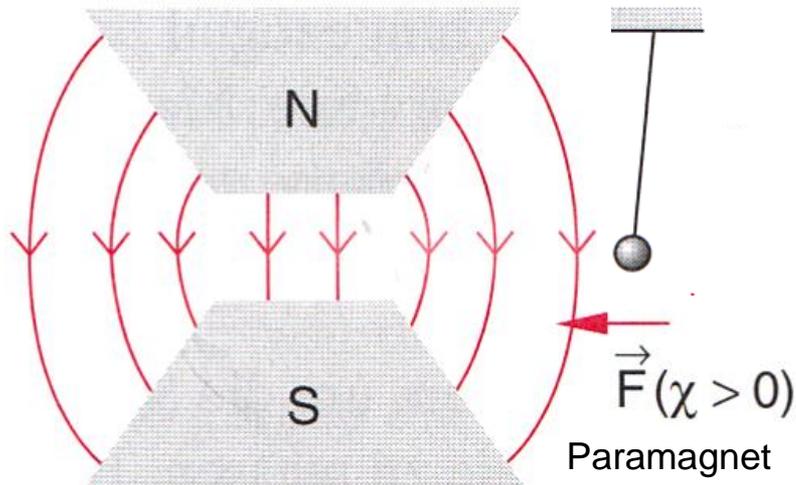
4. Magnetostatik

Paramagnetismus

parallele Ausrichtung vorhandener magnetischer Momente $\rightarrow \mu > 1$

Kraftwirkung im **inhomogenen Magnetfeld**: $\vec{F} = \text{grad}(\vec{p}_m \cdot \vec{B})$

\Rightarrow auf Para: Kraftwirkung entgegen in Richtung Feldgradienten



Bi im inhomogenen Magnetfeld

Wiederholung vom 21.05.2019

Maxwellgleichungen der Elektro- und Magnetostatik

Magnetisierung $\vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \chi_{mag} \cdot \vec{B}_{Vak}$

resultierendes Magnetfeld: $\vec{B}_{Mat} = \vec{B}_{Vak} + \mu_0 \vec{M} = \mu \vec{B}_{Vak}$

χ_{mag} ...**magnetische Suszeptibilität**

$\mu = 1 + \chi_{mag}$...**relative Permeabilität**

Kraft auf magn. Moment im **inhomogenen** Magnetfeld

$$\vec{F} = grad(\vec{p}_m \cdot \vec{B})$$

Diamagnetismus $\chi_{Dia} < 0, \mu < 1$

Paramagnetismus $\chi_{Para} > 0, \mu > 1$

Themen heute

Ferromagnetismus - **Hysterese**
 - **Weißsche Bezirke**

Magnetische Feldgleichungen in Materie

magnetische Erregung \vec{H}

Stetigkeitsbedingungen von \vec{B} und \vec{H} an Grenzflächen

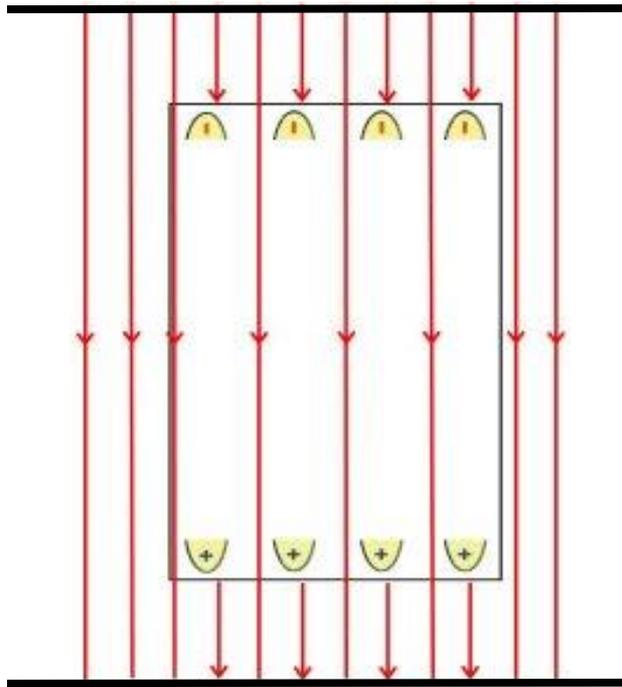
4. Magnetostatik

Feldlinien in Materie

Elektrische Feldlinien

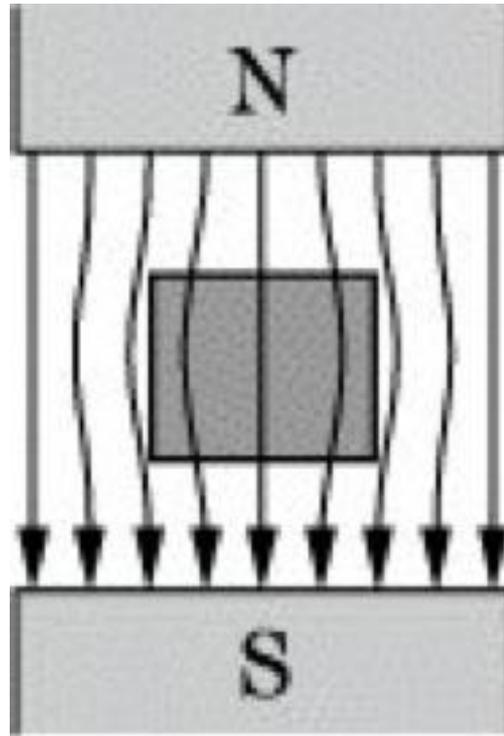
Magnetische Feldlinien

+

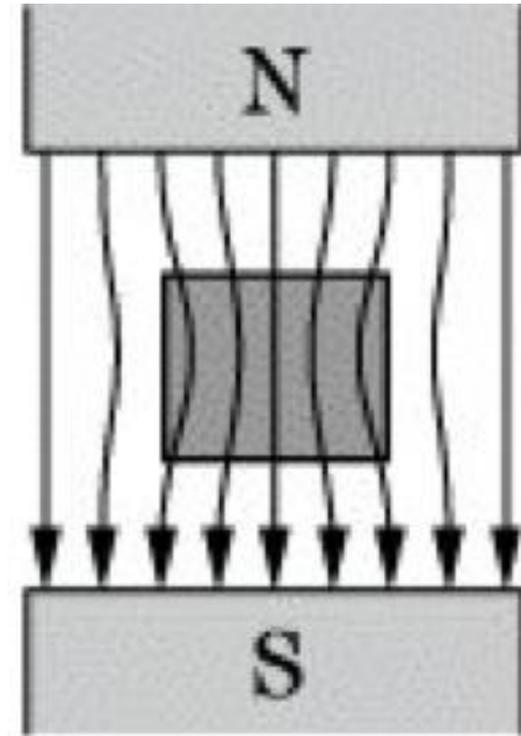


Dielektrikum

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_{\text{ges}}$$



Diamagnet



Paramagnet

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0!$$

Ferromagnetismus

$$10^2 \leq \chi_{ferro} \leq 10^5 ,$$

Magnetisierung zeigt Hysterese:

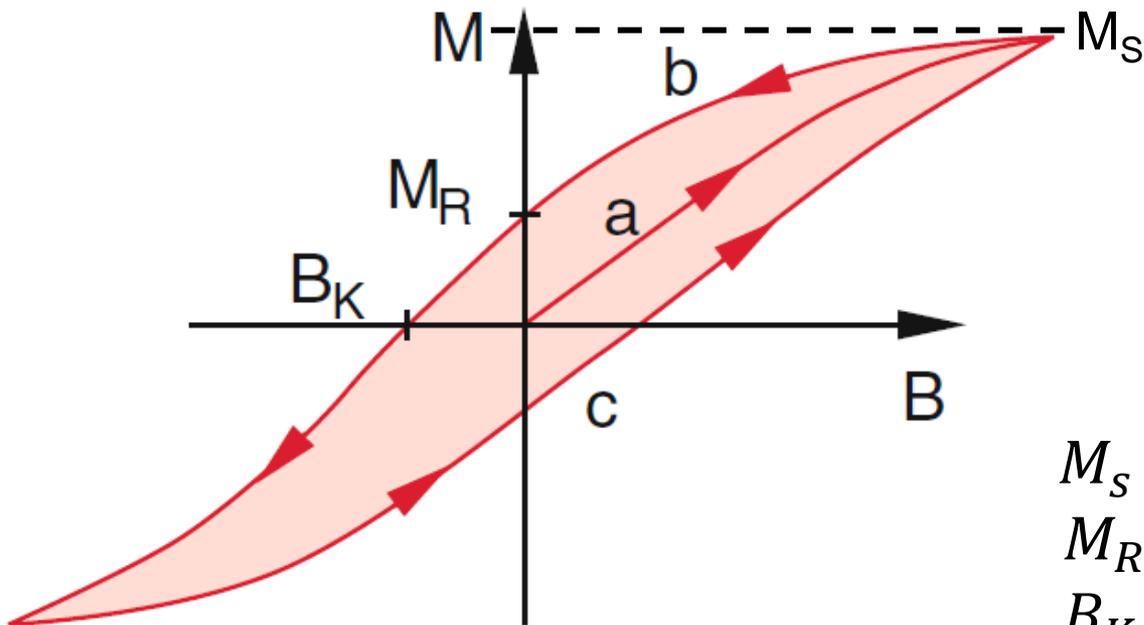
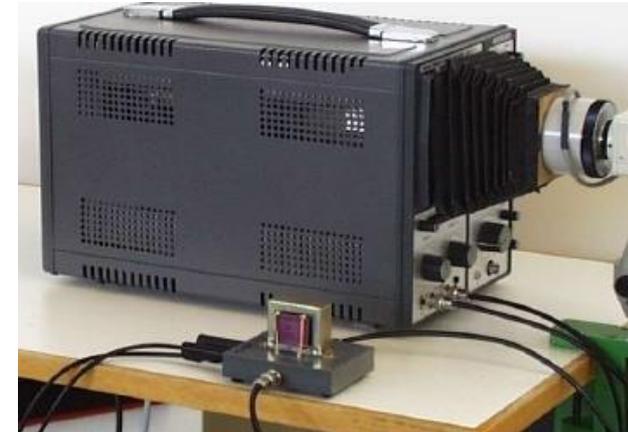


Abb.: Demtröder

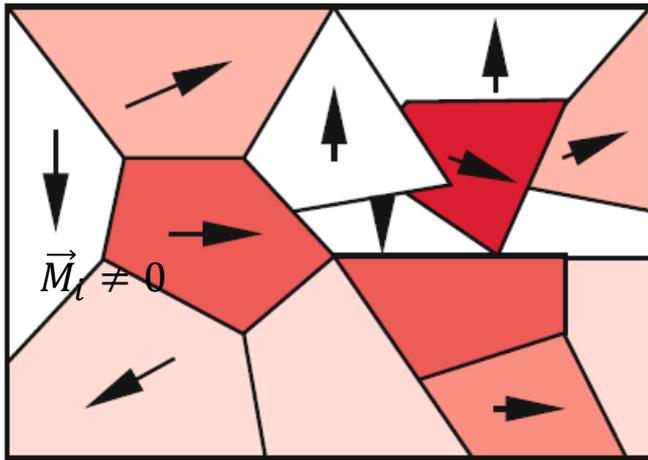


Hysterese

- M_S Sättigungsmagnetisierung
- M_R Remanenz
- B_K Koerzitivfeldstärke

4. Magnetostatik

Ferromagnetische Domänen/Weißsche Bezirke

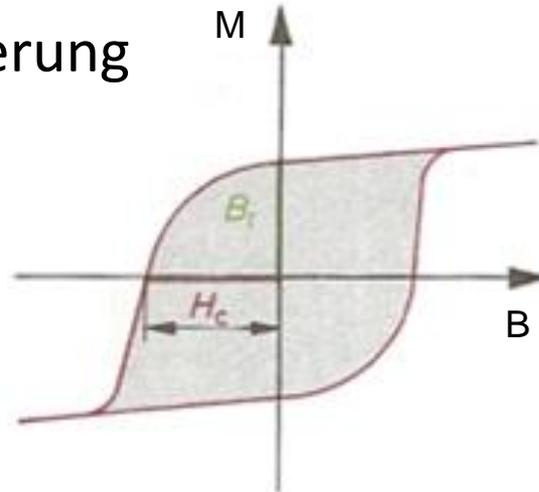


$$\vec{M}_{ges} = 0$$

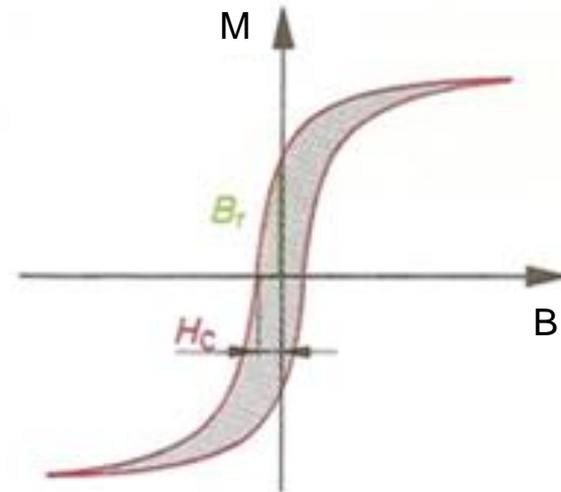


*Demonstration:
ferromagnetische Domänen*

Materialklassifizierung



hartmagnetisch



weichmagnetisch

4. Magnetostatik

Magnetische Feldgleichungen in Materie

magnetische Erregung \vec{H} :
$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

$\vec{H} \leftrightarrow$ freie Ströme:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}_{\text{frei}}$$

4. Maxwellgleichung mit Materie

$\vec{B} \leftrightarrow$ freie Ströme + magn. Momente:
$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

Vergleich elektrische und magnetische Feldgleichungen in Materie

Größe	Elektrostatik	Magnetostatik
D, E, B, H-Feld	$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$	$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$
P, M	$\vec{P} = \chi_{el} \epsilon_0 \vec{E}_{\text{Dielektrikum}}$	$\vec{M} = \chi_{mag} \frac{1}{\mu_0} \vec{B}_{\text{Vakuum}}$
Vakuum - Materie	$\vec{E}_{\text{Dielektrikum}} = E_{\text{Vakuum}} - \frac{1}{\epsilon_0} \vec{P}$	$\vec{B}_{\text{Materie}} = \vec{B}_{\text{Vakuum}} + \mu_0 \vec{M}$
ϵ_r, μ_r	$\vec{E}_{\text{Dielektrikum}} = \frac{1}{\epsilon_r} \vec{E}_{\text{Vakuum}}$	$\vec{B}_{\text{Materie}} = \mu_r \vec{B}_{\text{Vakuum}}$
ϵ, χ	$1 + \chi_{el} = \epsilon_r$	$1 + \chi_{mag} = \mu_r$

Magnetfelder: Stetigkeitsbedingungen an Grenzflächen



Komponente senkrecht zur Oberfläche

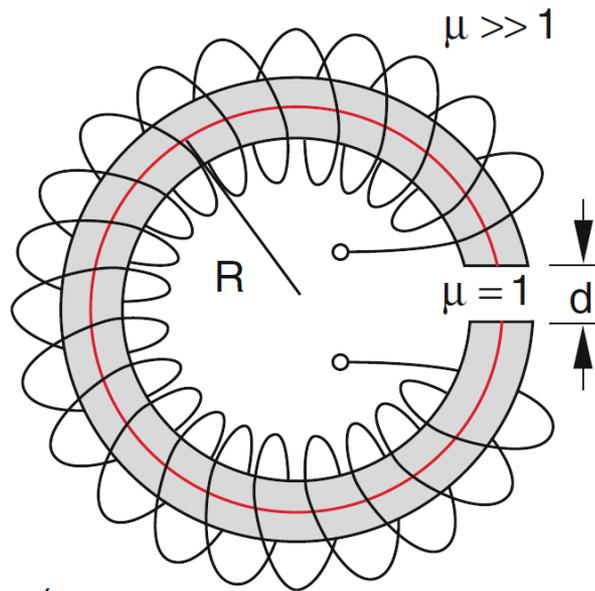
$$B_{1\perp} = B_{2\perp}$$
$$\mu_1 H_{1\perp} = \mu_2 H_{2\perp}$$

Komponente parallel zur Oberfläche

$$H_{1\parallel} = H_{2\parallel}$$
$$\frac{1}{\mu_1} B_{1\parallel} = \frac{1}{\mu_2} B_{2\parallel}$$

4. Magnetostatik

Beispiel: Spule mit Eisenkern



im Eisenkern:

$$\vec{B}_E = \mu\mu_0\vec{H} = \mu\vec{B}_{Spule}$$

Eisen: $\mu = 500 - 10000!$

im Luftspalt:

$$\text{für } d \rightarrow 0: \vec{B}_{Luftspalt} = \vec{B}_E$$

(quantitativ \Rightarrow Übungsblatt 7)



Demonstration: magnetische Verstärkung