

2.2 Kondensatorentladung und gedämpfte Schwingungen

1 Einleitung

In diesem Versuch wird ein Kondensator zunächst über einen Widerstand und dann über die Kombination einer Spule mit einem Widerstand entladen. Um diese sehr schnell ablaufenden Vorgänge näher zu untersuchen und sichtbar zu machen, wird die Entladung periodisch wiederholt, so dass auf dem Oszilloskop ein stehendes Bild entsteht. Im Versuch wird dazu ein mit einer Wechselspannung von 50 Hz betriebener Schwingkontakt (Umschalter) benutzt. Über die eine Schalterstellung wird während der ersten Halbperiode der Netzwechselspannung ein Kondensator auf eine Spannung U_0 aufgeladen. Während der zweiten Halbperiode wird dieser dann über die an den anderen Schaltkontakt angeschlossene Schaltung entladen (2.1, 3.1, 3.2). Das Oszilloskop wird so getriggert, dass diese zweite Halbperiode angezeigt wird.

Um den Zusammenhang zwischen Zeitkonstante und Grenzfrequenz zu erläutern, wird in einem weiteren Versuchsteil der Frequenzgang der RC-Schaltung untersucht (2.2).

2 Kondensator und Widerstand

2.1 Einleitung

Zur Berechnung von Schaltungen benötigt man einerseits den Zusammenhang zwischen Strom und Spannung an dem jeweiligen Bauteil, sowie die Kirchhoffschen Regeln zur Beschreibung der Zusammenhänge zwischen den Strömen (Knotenregel) und Spannungen (Maschenregel) innerhalb der Gesamtschaltung. Für den Widerstand gilt das Ohmsche Gesetz

$$U(t) = R \cdot I(t) \quad (1)$$

und für den Kondensator

$$I(t) = C \cdot U'(t). \quad (2)$$

Der Kondensator fungiert dabei als Speicher für elektrische Energie, die bei der Entladung über den Widerstand in Wärme umgesetzt wird.

Schaltungen, die aus Widerständen und Kondensatoren aufgebaut sind, werden durch lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung beschrieben, deren allgemeine Lösung durch die reelle e-Funktion gegeben ist. Zur Ermittlung der speziellen Lösung, die den Zeitverlauf im Experiment beschreibt, sind zusätzlich die Anfangsbedingungen und der stationäre Zustand zu berücksichtigen.

2.2 Zeitfunktion bei Entladung

Der auf die Spannung U_0 aufgeladene Kondensator C wird über einen Widerstand R entladen. Der Spannungsverlauf am Widerstand wird durch die Zeitfunktion

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-t/RC} = U_0 \cdot e^{-t/\tau}. \quad (3)$$

beschrieben. Das Produkt $\tau = RC$ heißt Zeitkonstante.

Der Schwingkontakt wird über einen Netztransformator, der eine Wechselspannung von etwa 6 V abgibt, betrieben. Mit dem Oszilloskop beobachtet man die Spannung über dem Widerstand. Um ein stehendes Bild zu erhalten, triggert man am besten in der Stellung „Line“ des Triggerartenschalters am Oszilloskop. Die Triggerrichtung erfolgt dann automatisch von der Netzfrequenz (50 Hz). Nach Auswahl des richtigen Triggerzeitpunktes kann das Bild durch Drücken der „Store“- und der „Hold“-Taste zur Auswertung eingefroren werden.

Die Gleichspannung entnimmt man einem Labornetzgerät (15 V). Um den Aufladestrom auf für den Schwingkontakt unschädliche Werte zu begrenzen, ist ein Widerstand von 12 kΩ zwischengeschaltet (am Kontakt fest angebaut).

Aufgaben:

- 2.2.1 Entwerfen Sie ein Schaltbild, und bauen Sie die Schaltung auf.
- 2.2.2 Stellen Sie die Differentialgleichung für diese Schaltung auf, und leiten Sie die Funktion (3) ab. Nach welcher Zeit ist die Spannung auf den Wert $U = U_0/e$ abgefallen?
- 2.2.3 Messen Sie die Zeitkonstante mit dem Oszilloskop (Fehlerabschätzung).
- 2.2.4 Berechnen Sie die Zeitkonstante aus den gegebenen Bauelementen (Fehlerabschätzung).

2.3 Frequenzgang

Der resultierende Wechselstromwiderstand (Scheinwiderstand) einer Parallelschaltung von Widerstand und Kondensator ist frequenzabhängig. Er nimmt mit zunehmender Frequenz ab. Die Frequenz, bei der der Scheinwiderstand der RC-Schaltung auf den $1/\sqrt{2}$ -ten Teil abgesunken ist, nennt man die Grenzfrequenz f_g . Sie berechnet sich zu

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (4)$$

Um den Scheinwiderstand messen zu können, wird der Parallelschaltung von R und C von einem Tongenerator über einen Widerstand von 1 MΩ ein konstanter Wechselstrom zugeführt. Die Spannung an der RC-Schaltung wird mit dem Oszilloskop gemessen. Sie ist dem Scheinwiderstand direkt proportional.

Da der Tongenerator keine Gleichspannung abgeben kann, wird die Spannungsamplitude bei der Frequenz 0 Hz durch einen kleinen Trick bestimmt. Man entfernt einfach den Kondensator aus der Schaltung und misst die Amplitude am Widerstand bei einer beliebigen Frequenz.

Aufgaben:

- 2.3.1 Leiten Sie die Beziehung für die Grenzfrequenz durch komplexe Berechnung ab und berechnen Sie ihren Wert nach Formel (4).
- 2.3.2 Messen Sie die Grenzfrequenz nach dem oben beschriebenen Verfahren aus.

3 Gedämpfte Schwingungen

3.1 Einleitung

Enthält eine Schaltung neben Widerständen und Kondensatoren auch noch Spulen, für die der Zusammenhang

$$U(t) = L \cdot I(t) \quad (5)$$

gilt und die in der Lage sind, magnetische Energie zu speichern, benötigt man zur Beschreibung der Gesamtschaltung eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung, deren allgemeine Lösung durch die komplexe e-Funktionen dargestellt wird. Durch Vorgabe der Anfangsbedingungen ergibt sich daraus als spezielle Lösungsfunktion abhängig von der Dämpfung, die durch den Widerstand R bestimmt wird, eine gedämpfte Schwingung, der aperiodische Grenzfall oder der sog. Kriechfall.

3.2 Parallelschaltung von L und R

Es ist die gleiche Schaltung wie in Teil 2.1. aufzubauen. Parallel zum Widerstand wird die Spule geschaltet. Bei einem Dämpfungswiderstand von 50 kΩ gilt für die Spannung am Kondensator folgende Zeitfunktion

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{\frac{-t}{2RC}} \left(\cos \omega t - \frac{1}{2\omega RC} \sin \omega t \right) \quad (6)$$

$$\text{mit } \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{1}{2RC}\right)^2}.$$

Um die Dämpfung zu verändern, wird der Festwiderstand durch eine Widerstandsdekade ersetzt. Bei dem Widerstandswert

$$R_{\text{ap}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (7)$$

wird der aperiodische Grenzfall erreicht. Die Spannung am Kondensator wird hier durch die Zeitfunktion

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{\frac{-t}{2RC}} \cdot \left(1 - \frac{t}{2RC} \right). \quad (8)$$

beschrieben

Aufgaben:

- 3.2.1 Entwerfen Sie ein Schaltbild und bauen Sie die Schaltung auf.
- 3.2.2 Leiten Sie aus dem Schaltbild die Differentialgleichung für $U_C(t)$ ab.
- 3.2.3 Wählen Sie einen Dämpfungswiderstand von 50 kΩ und bestimmen Sie aus der Einhüllenden die Größe RC .
- 3.2.4 Entfernen Sie den Widerstand aus der Schaltung. Bestimmen Sie die Schwingfrequenz $f = \omega/2\pi$ des nahezu ungedämpften Schwingkreises, und berechnen Sie daraus die Induktivität der Spule.
- 3.2.5 Berechnen Sie mit der so bestimmten Induktivität den theoretischen Wert für R_{ap} nach Gl.(7).
- 3.2.6 Ersetzen Sie den Dämpfungswiderstand durch die Widerstandsdekade, und stellen Sie die Zeitfunktion Gl. (8) für den aperiodischen Grenzfall ein. Skizzieren Sie diese Zeitfunktion.

3.3 Serienschaltung von L und R

Bei einer Serienschaltung von Spule und Widerstand ergibt sich eine etwas andere Zeitfunktion für die Spannung am Kondensator beim aperiodischen Grenzfall:

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{\frac{-R}{2L} t} \cdot \left(1 + \frac{R}{2L} t \right). \quad (9)$$

Der Dämpfungswiderstand ist hier

$$R_{\text{ap}} = 2 \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (10)$$

Aufgaben:

- 3.3.1 Entwerfen Sie ein Schaltbild und bauen Sie die Schaltung auf. Verwenden Sie für R die Widerstandsdekade. Schließen Sie das Oszilloskop so an, dass es die Spannung am Kondensator während der Entladung anzeigt.
- 3.3.2 Stellen Sie die Differentialgleichung für $U_C(t)$ auf und berechnen Sie den theoretischen Wert für R_{ap} nach Gl.(10).
- 3.3.3 Bestimmen Sie den Widerstand R_{ap} experimentell, indem Sie die Widerstandsdekade so einstellen, dass auf dem Oszilloskop die zugehörige Zeitfunktion Gl. (9) zu sehen ist Skizzieren Sie diese Zeitfunktion.

Literatur:

Meschede: Gerthsen Physik, Kap. 4.1.2, 7.3.3, 7.3.7

Geräte:

Speicher-Oszilloskop, Tongenerator, Gleichspannungsnetzgerät, Netztransformator, Schwingkontakt, Widerstandsdekade

Bauelemente:

Kondensator: 50 nF (3 %), Widerstände: 50 k Ω (1 %) und 1 M Ω , Spule

7.2006/Ra